



LES LOGICIELS TUTEURS FERMES : INSTITUTIONS D'APPRENTISSAGE ET D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ? LE CAS DU DÉBUT DU SECONDAIRE.

Laurent Souchard

► To cite this version:

Laurent Souchard. LES LOGICIELS TUTEURS FERMES : INSTITUTIONS D'APPRENTISSAGE ET D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ? LE CAS DU DÉBUT DU SECONDAIRE.. Education. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2009. Français. NNT : . tel-00421836v2

HAL Id: tel-00421836

<https://theses.hal.science/tel-00421836v2>

Submitted on 23 Oct 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DENIS DIDEROT (Paris 7)

ÉCOLE DOCTORALE

Savoirs scientifiques : épistémologie, histoire
des sciences, didactique des disciplines

DOCTORAT

Didactique des mathématiques

Auteur : **Laurent Souchard**

Titre

**Les Logiciels Tuteurs Fermés : institutions
d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques ?
Le cas du début du secondaire.**

Thèse dirigée par :

Madame Michèle ARTIGUE

Soutenue le : septembre 2009

JURY

Madame Michèle ARTIGUE
Madame Brigitte GRUGEON
Madame Ghislaine GUEUDET
Monsieur Alain BRONNER
Monsieur Jean-Marc LABAT

Directrice
Examinatrice
Examinatrice
Rapporteur
Rapporteur

A mon père, cet inventeur

Remerciements

La position de l'enseignant du secondaire et l'attitude de chercheur n'ont pas toujours été faciles à associer. Le premier doit persuader ses élèves même s'il n'est pas pleinement convaincu du bien fondé du sujet abordé alors que l'autre doit remettre en cause en permanence toutes ses croyances pour les transformer en données scientifiques. Je tiens à remercier particulièrement Michèle Artigue, ma directrice de thèse, sans laquelle une telle association aurait été un challenge terriblement difficile à gagner. Que ce soit par ses conseils, par ses relectures, par le temps qu'elle a bien voulu me consacrer, par ses encouragements, elle a toujours été capable de me permettre d'avancer dans mon projet même dans les moments les plus délicats. Michèle Artigue m'a permis de transformer des convictions personnelles héritées de longues années d'usage de logiciels avec mes nombreux élèves en cadre de réflexion et d'analyse pour essayer de comprendre l'impact de tels produits sur l'apprentissage de l'enseignement des mathématiques. Cette énergie qu'elle a dépensée est ce qui représente, pour moi, le terreau de toute relation enseignant/enseignant et la base nécessaire de tout véritable apprentissage. La richesse de cette relation qu'elle m'a permis de tisser pendant toutes ces années est une des expériences personnelles les plus enrichissantes que j'ai eu la chance de vivre.

De nombreuses autres personnes m'ont soutenu :

- ✓ Nicolas Balacheff pendant les premières écoles d'été d'EIAH,
- ✓ Jean-Baptiste Lagrange dès mon premier colloque en 2003 à Reims,
- ✓ Brigitte Grugeon, de l'IUFM d'Amiens, présente dès mon DEA,
- ✓ le laboratoire DIDIREM de l'Université de Paris 7 qui a bien voulu investir pour que je mène à bien mon projet, et particulièrement Alain Kuzniak pour ses conseils,
- ✓ Caroline Moricot, socio-anthropologue à l'Université de Paris I, La Sorbonne,
- ✓ tous mes collègues du département de pédagogie de la faculté d'éducation de l'université de Sherbrooke au Québec, Claudine, France, Hélène, Joséphine, Lynn, Ghislain, Hassane, Olivier, Philippe et tous les autres,
- ✓ l'équipe d'AIDA et plus particulièrement Monique Baron et Jean-Marc Labat,
- ✓ Jean-Philippe Georget et Nuray Caliskan, mes compagnons de thèse,
- ✓ Hervé Savy et l'inspection de l'enseignement agricole qui m'ont permis de mener mon projet à terme,
- ✓ mes sœurs, ma mère et l'ensemble de ma belle-famille,

tous m'ont permis, par leurs encouragements et leurs remarques stimulantes et critiques, d'aller jusqu'au bout de ce projet de recherche.

Ces remerciements ont débuté par la description d'une relation privilégiée avec Michèle Artigue qui m'a permis de mener mon projet jusqu'à son terme. Je souhaite clore cette page en remerciant particulièrement Roland Charnolé, mon ancien professeur de mathématiques de terminale, C à l'époque, qui, grâce à une autre relation privilégiée, m'a permis de comprendre comment il est toujours possible de trouver la force en soi.

Sans un environnement personnel aussi dévoué, je sais que ces années de recherche n'auraient pas pu se réaliser sereinement et je tiens à remercier le plus profondément qu'il me soit possible d'imaginer mon épouse si chère à mon cœur.

Introduction	9
Chapitre I - Deux filiations pour deux types de produits : les tuteurs fermés et les micromondes	23
I.1 - Introduction	23
I.2 - Skinner, les machines à enseigner et l'EAO.....	24
I.3 - Les micromondes	28
I.4 - Les classifications	33
I.5 - Les Logiciels Tuteurs Fermés ou LTF	45
I.6 - Conclusion	60
Chapitre II - Les cadres théoriques.....	63
II.1 - Introduction	63
II.2 - Les institutions	64
II.3 - L'approche anthropologique du didactique.....	76
II.4 - Les programmes au début de l'enseignement secondaire	90
II.5 - Le calcul élémentaire	100
II.6 - L'ergonomie des EIAH	149
II.7 - Conclusion	153
Chapitre III - Méthodologie	157
III.1 - L'évolution du questionnement	157
III.2 - La TAD.....	160
III.3 - <i>The Observer</i>	163
III.4 - L'expérimentation et l'expertise.....	167
III.5 - La structure pédagogique.....	191
III.6 - Les propos des élèves.....	192
III.7 - Conclusion	198
Chapitre IV - L'organisation de l'étude dans les LTF.....	203
IV.1 - La gestion pédagogique	205
IV.2 - Le temps de l'étude dans les LTF.....	217
IV.3 - L'évaluation	239
IV.4 - Conclusion	251
Chapitre V - Les Espaces du Travail Calculatoire des LTF.....	257
V.1 - Introduction.....	257
V.2 - Description des LTF par compétence.....	259
V.3 - Des Organisations Mathématiques dans les LTF.....	277
V.4 - Conclusion	370
Chapitre VI - Les LTF : institutions légitimes ?	375
VI.1 - Introduction	375
VI.2 - La légitimité dans les paroles des élèves	375
VI.3 - La légitimité à partir des autres caractéristiques	390
VI.4 - Conclusion	401
Conclusion générale et perspectives	405
Bibliographie	421
Index.....	437
Table des Figures.....	439
Table des Tableaux	443
Table des Matières	447

Introduction

A - Mon expérience d'élève

Lorsque j'ai commencé à apprendre la trigonométrie en quatrième, en 1973, j'ai découvert des tables cartonnées remplies de tableaux ordonnés de nombres décimaux. Ils avaient tous quatre chiffres après la virgule ; dans une colonne, apparaissait la valeur des angles, en degré. Si l'angle utilisé n'était pas une valeur entière de degré, il fallait faire un calcul où la linéarité de la progression entre les valeurs trigonométriques était considérée comme admise. Quel choc de découvrir, un ou deux ans plus tard, ma première calculatrice qui, en quelques dixièmes de secondes, me proposait des valeurs approchées de cosinus et de sinus avec dix chiffres significatifs en appuyant sur une seule touche. Ce premier contact avec la technologie m'a fourni indirectement une première entrée dans la complexité des nombres irrationnels. Le retour à la règle à calcul rectiligne au lycée fût difficilement accepté, mais la calculatrice n'était pas encore autorisée dans les examens, même si cet outil était très valorisé dans le monde scientifique : les cosmonautes d'Apollo 11 l'avaient dans leurs poches en 1972. La règle à calcul était réservée aux élèves scientifiques ; pour les autres, il y avait les tables, trigonométriques et de logarithme. La calculatrice qui ne nécessitait pratiquement aucun apprentissage pour lire des valeurs approchées des fonctions réelles était, au départ, assez mal considérée par mes enseignants de mathématiques des séries scientifiques, et avant tout de la série C. La première calculatrice, en 1972, intéressant des professeurs de mathématiques était, semble-t-il, la HP 65, de Hewlett Packard, la première calculatrice programmable, celle que les astronautes américains emporteront en mission en 1975. Mais la HP 65 est de diffusion assez restreinte et il faut attendre 1977 et la TI 57, de Texas Instrument, pour avoir une calculatrice programmable produite à grande échelle. On pensait alors que cette calculatrice allait ouvrir de nouvelles voies à l'apprentissage des mathématiques. L'intérêt pour les calculatrices est suffisamment sérieux pour que l'institution de l'Éducation Nationale les autorise aux examens dès 1979 (BO, 1979) ; les calculatrices programmables avec un fonctionnement autonome le sont en 1986, à partir du baccalauréat de 1987 : « La maîtrise de l'usage de ces calculatrices demeure un objectif important pour la formation de l'ensemble des élèves car elle constitue un outil efficace dans le cadre de leurs études et dans la vie économique et sociale » (BO, 1986).

L'arrivée à l'université est alors synonyme de disparition totale des technologies informatiques et électroniques. Les calculatrices ne sont pas autorisées aux examens et l'informatique n'est pas encore obligatoire dans les cursus de DEUG Sciences et Structures de la Matière. L'accès aux technologies revient en licence de mathématiques pures dans un cours d'informatique où le langage Turbo Pascal est utilisé pour comprendre ce qu'est la programmation. Les exemples de travaux qui sont proposés laissent augurer du potentiel des technologies informatiques pour faire des mathématiques, autrement peut-être.

B- Mon expérience d'enseignant

Tout en poursuivant mes études, j'ai commencé à enseigner les mathématiques en 1985 dans plusieurs établissements. Je découvre de vastes salles d'informatique dans un lycée technique chargé de la formation des comptables. La comptabilité n'a déjà plus de sens sans ordinateur et les élèves passent au moins une dizaine d'heures par semaine sur les machines en salle d'informatique. Une de ces salles est l'endroit réservé d'un enseignant de comptabilité. Il a organisé sa salle avec les ordinateurs contre les murs en laissant un coin où il a son bureau et quelques tables et chaises. Les élèves ont dans ce lieu un fonctionnement très autonome et les heures qu'ils y passent n'ont rien à voir avec un cours ordinaire. Je découvre une "autre" façon de travailler et je vois des professeurs qui enseignent « autrement » que ceux que j'ai connus en tant qu'élève. J'essaie de mon côté, dans le premier collège où je travaille, de trouver des activités qui utilisent l'informatique. La calculatrice est déjà bien présente dans mes cours, mais ce ne sont pas les potentialités liées à la programmation ou au calcul que je souhaite approfondir ; j'ai constaté avec les élèves en comptabilité que l'ordinateur, la machine elle-même, peut être un outil qui influence la forme du cours. Je veux poursuivre dans cette voie et trouver des logiciels sur lesquels les élèves vont travailler de façon autonome ; je souhaite travailler "autrement", cet "autrement" que j'ai aperçu avec les élèves que je surveillais en comptabilité et leur professeur. C'est l'époque des MO5, TO7 et du Nanoréseau mais l'établissement où j'enseigne en tant que maître auxiliaire, MA3, est un collège privé sous contrat et ne s'est pas lancé dans l'opération d'informatisation orchestrée par l'entreprise Thomson. Le directeur de cet établissement a choisi d'investir dans les premiers micro-ordinateurs de chez IBM et Bull. Étant un des seuls enseignants à être intéressé par l'usage de l'informatique, c'est dans ma classe que sont installés quelques ordinateurs. Il ne reste plus qu'à trouver des logiciels. J'ai entendu parler du langage LOGO mais ce n'est pas dans cette direction que je souhaite m'engager. Je veux voir les élèves travailler en autonomie. Les premiers logiciels que je trouve sont édités par Cedic-Nathan.

Les élèves doivent répondre à de petites questions ; leurs réponses sont évaluées et ils cumulent des petites bouées qui se positionnent sur un bâtonnet pour les bonnes réponses ; ce n'est pas encore très satisfaisant, mais je découvre avec beaucoup d'intérêt des élèves qui sont capables de se "fâcher" avec la machine quand celle-ci leur donne de mauvais points. Le passage par le stage pratique du CAPES me permet d'essayer de travailler avec un nanoréseau mais avec tellement de problèmes techniques que l'expérience est loin d'être concluante. Les éditions Chrysis sortent en 1989 la première version de *Smao 6*, le logiciel de Soutien Mathématique Assisté par Ordinateur pour la classe de sixième¹.



Figure 1 : Première version de *Smao 5* en 1990

Je l'utilise dès 1990 avec les élèves du collège où je suis affecté. C'est une zone particulièrement défavorisée et les élèves ont besoin de beaucoup de soutien. Ils doivent apprendre à travailler seuls et découvrir qu'ils sont capables de gérer leurs apprentissages ; il n'y a pas de parents derrière eux tous les soirs et l'école doit pallier ce manque. *Smao* est un logiciel qui peut accompagner le travail de l'élève pendant toute l'année scolaire car l'ensemble du programme de mathématiques y est présent. L'élève possède son propre code d'entrée et peut recommencer autant de fois qu'il le souhaite les exercices. Quelques cours sont proposés qui font le point sur certaines notions ; ceci permet à de nombreux élèves qui travaillent le soir en plus dans les salles d'informatique ouvertes pour leur usage, de refaire des exercices qu'ils n'ont pas bien réussis pendant les heures de classes. En trois ans, toutes les versions de *Smao* pour le collège sont achetées et les élèves ont pris l'habitude de venir très régulièrement travailler avec les logiciels. Les trois quarts des professeurs de mathématiques utilisent le logiciel. Il profite avant tout aux élèves qui veulent travailler, ce

¹ Voir annexe *Smao*, première version.

qui représente, dans cet établissement, une grande majorité des élèves. En parallèle à l'enseignement, je suis l'évolution des différentes technologies informatiques : l'évolution des expériences menées avec *LOGO*, les premiers travaux sur les logiciels de géométrie dynamique avec le CAhier de BRouillon Interactif, mais étant absents des programmes de collège, leur intégration dans la classe me semble très problématique. Par contre, la régularité de l'usage de *Smao* avec tous mes élèves me permet d'évoluer en créant dans mes classes une ambiance de travail où chacun travaille à son rythme. Je prends conscience de l'impact de l'usage régulier de ce logiciel lorsque je me retrouve à enseigner quelques années plus tard dans un collège où l'accès à l'informatique est impossible. Je n'arrive plus à gérer correctement ma classe et cette autonomie des élèves à laquelle je m'étais tant habitué a totalement disparu : l'impact de ce type de logiciel sur mon enseignement était donc bien réel.

Pendant les vingt années où je les ai utilisés, ces produits m'ont apporté une aide pour enseigner ; ce sont des outils que j'ai utilisés professionnellement pour enseigner. Cet usage ne m'a pas empêché de découvrir les logiciels plus spécialisés. Les premières versions de *Cabri* m'ont rapidement permis de prendre conscience des limites de *Smao* en ce qui concerne les manipulations géométriques ; les cours de statistiques dans des sections universitaires spécialisées m'ont fait découvrir la puissance des tableurs ; sans oublier les premières versions de *Mathematica* au début des années 90 qui laissaient entrevoir une révolution dans l'apprentissage de l'algèbre et de l'analyse. Ces trois types de logiciels occupaient le devant de la scène en ce qui concerne l'utilisation de la technologie dans le monde de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. Les travaux de recherche auxquels nous avons accès dans les IREM étaient centrés sur ces mêmes outils : logiciels de calcul formel, calculatrices, logiciels de géométrie dynamique, *LOGO* bien sûr, les micromondes en général. Les études sur les logiciels dont je me servais étaient absentes des rayons des universités et des bibliothèques. Ayant utilisé tous les types de produits dans un peu tous les niveaux de classes, j'ai toujours eu conscience de la pauvreté relative des logiciels du type de *Smao* si on les compare aux logiciels de calcul formel ou de géométrie dynamique. Le décalage est profond entre eux si l'on se place dans une perspective mathématique : les uns sont vus comme des produits pouvant enrichir l'apprentissage et les autres comme une caricature de l'enseignement des mathématiques. Pourtant, malgré leurs limites, ces logiciels semblent avoir eu un impact réel sur ma pratique enseignante et sur le travail de mes élèves.

Mais ce n'est pas le fruit du hasard si la recherche s'est concentrée sur les uns et non sur les autres. En effet, les chercheurs avaient beaucoup de mal à s'intéresser à des produits qui

renvoient, comme *Smao*, à des démarches d'apprentissage remises en causes par la recherche. D'un côté le discours sur les machines à enseigner et le remplacement des professeurs par des ordinateurs n'était pas loin et, de l'autre, l'interaction didactique offerte par ces produits n'était pas conforme à ce que pouvaient faire espérer les recherches en intelligence artificielle, ou à ce qu'on pouvait attendre, d'un environnement d'apprentissage lié à la technologie.

Et pourtant, tout au long de ma pratique, il m'a semblé que ces logiciels pouvaient apporter quelque chose à l'apprentissage, quelque chose qui demandait à être analysé, identifié ; ceci, bien sûr, sous certaines conditions d'utilisation. D'où le thème de ma recherche et le choix de centrer mon travail de thèse sur ce type de logiciel. Mon but est d'essayer de comprendre leurs potentialités et leurs particularités pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques en environnement scolaire ainsi que les conditions d'actualisation de ces potentialités, avec le souci de développer et de me situer dans des cadres théoriques qui me permettent de penser ces potentialités.

C - Mon expérience de chercheur

Le passage de la posture de l'enseignant de mathématiques à celle de chercheur de didactique m'a obligé à mettre à distance ce vécu d'enseignant pour pouvoir le questionner. Dans mon cas, c'est ce qui a été le plus délicat. Ensuite, il a fallu comprendre la signification de la nécessité de la construction d'un cadre théorique pour poser une question de recherche que j'avais l'impression de me poser depuis déjà une quinzaine d'années : comment un logiciel comme *Smao* peut-il avoir une influence sur l'enseignement du professeur et l'apprentissage de l'élève ?

Mon rapport à ces objets a nécessairement changé ; dès cette introduction, je vais l'exprimer en passant du « je » au « nous ».

Pour nous aider à sortir de notre expérience personnelle, nous avons décidé d'analyser non seulement *Smao*, mais aussi trois autres tutoriels : *LiliMath*, *Tdmaths* et *Les Maths, C'est facile*. Avant de décrire les cadres théoriques qui nous l'ont permis, nous avons choisi de décrire où se situent ces types de logiciels dans le monde des Environnements Informatiques d'Apprentissage Humain depuis plusieurs décennies.

Le premier cadre théorique dont la capacité à modéliser notre expérience d'enseignant utilisant un tutoriel de mathématiques nous est apparu très vite est la Théorie Anthropologique du Didactique, TAD, d'Yves Chevallard. Elle nous dit que les praxéologies parviennent aux individus via les institutions d'enseignement et d'apprentissage. Si on change d'institution, les praxéologies changent de fait et deux praxéologies, associées à une même tâche, ne sont pas forcément comparables si elles ne sont pas proposées dans la même institution. Si l'institution est le cadre de base de la TAD, nous avons voulu savoir si un logiciel tuteur peut être vu comme une institution. Pour cela nous avons défini, à partir du cadre de Mary Douglas² utilisé par Yves Chevallard, les caractéristiques d'une institution : la réalité sociale, la stabilité, la légitimité et la spécificité. Il a ensuite fallu choisir les objets du savoir mathématique auquel nous allions nous intéresser. Le cadre numérique a été choisi par défaut car un des logiciels de notre étude ne propose pas d'apprentissage géométrique. Les classes de sixième dans lesquelles nous avons pu organiser notre expérimentation nous ont aussi poussé à travailler au début du collège. La transposition du cadre des paradigmes géométriques de Catherine Houdement et d'Alain Kuzniak au domaine numérique nous a permis de déterminer trois types de paradigmes de calcul : le Calcul I, ou Calcul arithmétique, le Calcul II, ou calcul numérique et le Calcul III, ou calcul algébrique. La construction par l'élève de son Espace du Travail Calculatoire est pour nous la porte d'entrée à l'analyse des LTF, ou Logiciels Tuteurs Fermés, en ce qui concerne la vérité en raison de ces outils, autrement dit, la façon dont les LTF proposent aux élèves d'apprendre les mathématiques.

Le quatrième chapitre de notre travail de recherche décrit notre méthodologie en précisant la façon dont nous avons intégré les différents cadres théoriques et l'usage que nous avons fait du logiciel *The Observer* de chez *Noldus*, un logiciel d'analyse du comportement. La découverte de ce logiciel nous a permis d'envisager une démarche plus systématique pour découvrir ce que contient chaque logiciel tuteur autant dans le cadre de l'expérimentation conduite pendant six mois avec des élèves du lycée Chaptal à Paris que dans celui de l'expertise que nous avons conduite en nous situant en tant qu'expert.

Cette démarche acquise grâce au logiciel *The Observer* nous a permis d'envisager une analyse à la seconde près de l'activité de l'élève comme celle de l'expert et de mettre en place de nouveaux concepts d'analyse comme celui d'Unité de Travail. C'est l'intervalle de temps

² Le livre original de Mary Douglas a été publié sous le titre *How Institutions Think* en 1986 chez Syracuse University Press. La première traduction française a été publiée en 1989 aux éditions Usher sous le titre : *Ainsi pensent les institutions*. Nous utilisons l'édition de 2004 des éditions La Découverte dont le titre est : *Comment pensent les institutions*.

dont chacune des bornes correspond à deux réponses successives du tutoriel. Cette notion du temps dans l'enseignement et l'apprentissage a donc pu être abordée dans notre travail dans une nouvelle dimension. L'évaluation, qui est très présente dans notre monde scolaire et universitaire, est aussi au centre de ce type de produit. Alors qu'un élève est évalué en général une seule fois sur un chapitre dans l'institution ordinaire qu'est la classe, il peut recommencer avec un LTF autant de fois qu'il le souhaite un exercice ou un chapitre jusqu'à ce que l'évolution de son évaluation lui montre qu'il commence à maîtriser suffisamment telle ou telle compétence.

Pour déterminer les compétences qui sont effectivement en jeu dans les logiciels tuteurs de notre étude, nous avons passé en revue la place de toutes les compétences numériques des programmes officiels de la classe de sixième dans chacun des LTF. Sachant que ce tour d'horizon ne pouvait pas suffire, nous avons, à partir de certaines activités, analysé les potentialités de chaque logiciel qui peuvent permettre à l'élève de se construire son Espace du Travail Calculatoire. Nous nous sommes plus particulièrement concentré sur la place du paradigme du calcul arithmétique par rapport aux deux autres paradigmes, ceux du calcul numérique et du calcul algébrique. Autrement dit, nous avons travaillé sur les possibilités qu'offrent les LTF en début de collège pour passer de l'enseignement primaire à l'enseignement secondaire dans les domaines numériques.

Avant de commencer la présentation de notre travail, nous souhaitons clore cette introduction en décrivant la place des logiciels de notre étude parmi les logiciels présents dans l'enseignement depuis bientôt un demi-siècle.

D – L'informatique et l'enseignement

Une des classifications les plus incontournables au début des années 2000, dans le monde francophone, est celle qu'a réalisée Eric Bruillard (1997) dans laquelle il a fait l'inventaire des produits en liaison avec l'informatique dans l'enseignement, du début des années 60 jusqu'en 1996. Les chapitres de son livre retracent « l'évolution des idées dans ce domaine, tout au moins des grands courants de recherche » (Bruillard, 1997, p. 15). Dès l'introduction, Bruillard nous expose son point de vue en considérant que, par exemple, comme le prônent les tenants de l'enseignement programmé, « mettre l'individu au centre, c'est aussi parcelliser les tâches », et que « ce modèle n'est pas si éloigné des principes du travail à la chaîne » (Ibid., p. 22). Associer le travail à la chaîne avec l'enseignement programmé et l'EAO qui en découle nous rappelle le parti pris du monde de la recherche au début des années 70 contre

l'EAO et pour un développement d'outils en accord avec les théories psychologiques liées au constructivisme de Piaget. Il considère aussi « qu'un apprentissage avec ordinateur, très individuel, avec des sessions longues et silencieuses, est incompatible avec la construction sociale de l'élaboration du sens » (Ibid., p. 22). Le constructivisme, et le socio-constructivisme sont présentés comme incompatibles avec la démarche de l'EAO qui ne semble pouvoir évoluer qu'en s'intégrant à la démarche liée à l'intelligence artificielle, IA, puis à celle des Tuteurs Intelligents, comme nous l'indique le tableau suivant :

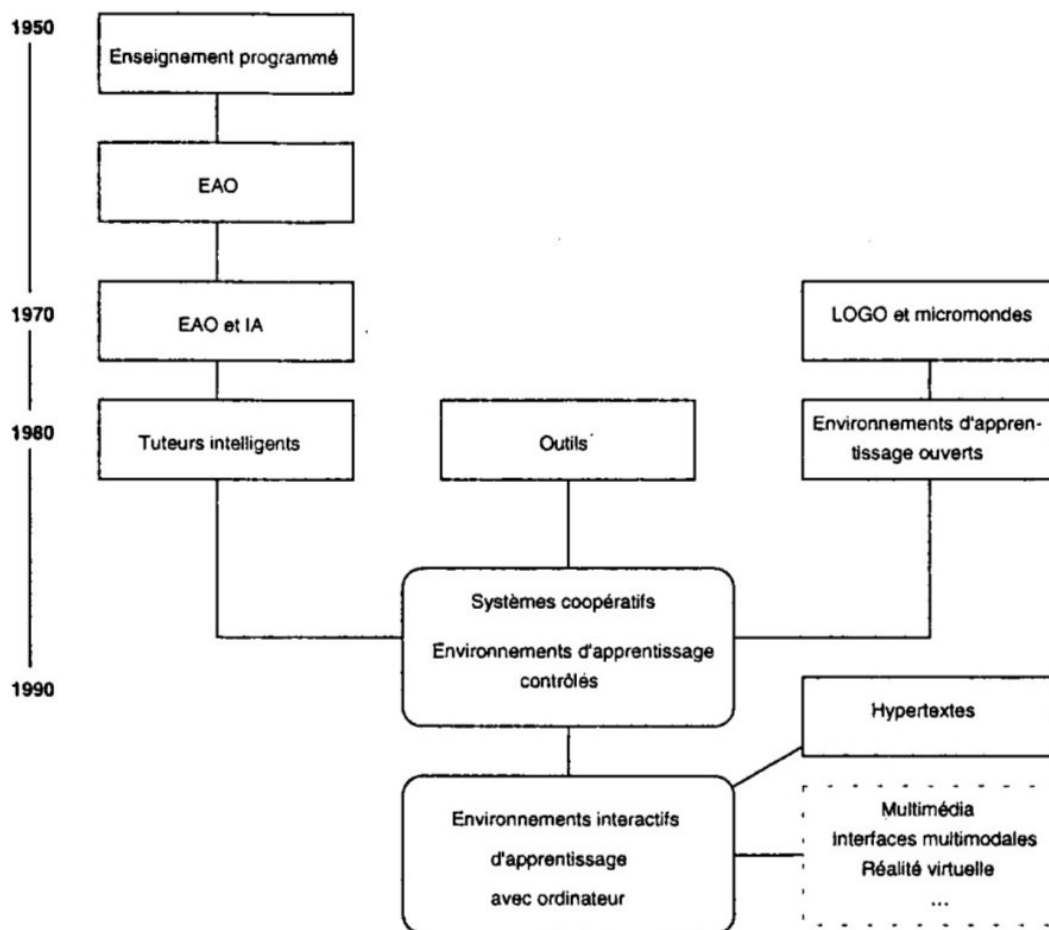


Figure 2 : « Principaux courants en informatique et éducation » (Bruillard, 1997, p. 24)

Un des logiciels de notre étude, *Smao*, qui ne provient ni du monde de l'intelligence artificielle ni d'un laboratoire de recherche, n'est présent à aucun moment dans le livre de Bruillard. Parmi tous les produits cités dans le livre, de LOGO en 1965 à Schnaps en 1996. Il est d'ailleurs difficile de trouver un nom connu, en dehors de deux ou trois produits, si l'on n'est pas soi-même un spécialiste de la recherche en informatique éducative de cette époque. Tout cela nous indique, au moins jusqu'au début des années 2000, que le monde de la

recherche a mis de côté les logiciels du type EAO qui ont été créés dans les années 80 et 90. Leur filiation avec les machines à enseigner et le behaviorisme est, à l'époque, trop explicite et la place que ce type de produit laisse à la démarche constructiviste dominante est trop faible. Eric Bruillard nous montre dans son livre que le monde de la recherche a vite eu peur de l'enseignement programmé et de l'EAO dont « le projet initial visait à mettre l'enseignant dans la boîte, ce qui revient à se passer de l'enseignant » (Ibid., p. 215). Sa classification concerne trop exclusivement le monde de la recherche et ne nous permet pas de prendre en compte l'évolution de l'EAO depuis trente ans, surtout dans les pratiques de la classe que la recherche n'a pas voulu prendre en compte. Le tableau et le livre de Bruillard décrivent les principaux courants de la recherche en informatique et éducation. Pour décrire les courants en informatique et éducation au-delà du seul monde de la recherche en prenant en compte la réalité des écoles depuis 40 ans, il faut faire évoluer la présentation vers celle-ci, nous semble-t-il :

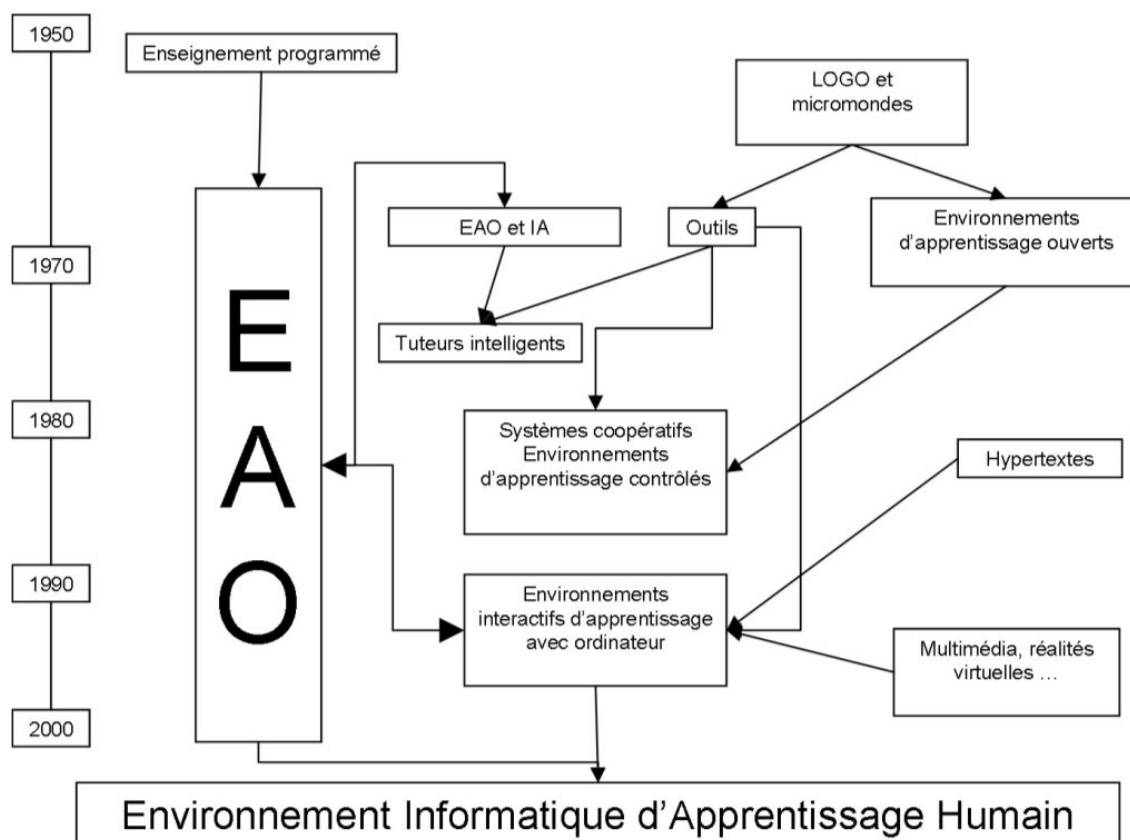


Figure 3 : Tableau sur les principaux courants en informatique et éducation

Works	39	Lotus	3
Publisher	29	Clarisworks	3
SMAO	25	Fecl	3
Suite office (word, exel, powerpoint)	23	Bureau magique	3
Geoplan	17	Encyclopédie hachette	3
Cabri	15	Solidworks	3
Autosketch	11	Star office	3
Word	10	Seconde guerre mondiale	2
Geospace	9	mediator	2
Lilimath	9	Hot potatoes	2
Frontpage	8	Logiciels personnels	2
Galaad	5	bigCI	2
Gravplus	5	Dmt20	2
Encarta	5	Editval	2
		Winma	2

Tableau 1 : Tableau INRP (2001) : logiciels cités par des enseignants

La place de l'EAO peut y paraître démesurée, mais une enquête de l'INRP (2001, p. 22) nous montre que le logiciel *Smao*, qui est un représentant de ce courant et qui date des années 80 est le premier logiciel dédié à l'éducation cité par les professeurs.

Au début des années 2000, l'idée d'EIAH voit le jour :

Un Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain (EIAH) est un environnement informatique conçu dans le but de favoriser l'apprentissage humain, c'est-à-dire la construction de connaissances chez un apprenant. (Tchounikine, 2002, p. 1)

La complexité et la diversité des produits informatiques utilisés aujourd'hui pour un usage pédagogique ne permettent pas une présentation aussi linéaire que celles des figures précédentes. Elles s'expriment dans de nombreuses classifications dont celle qui provient du laboratoire TECFA de l'université de Genève en Suisse, un des plus actifs sur le sujet.

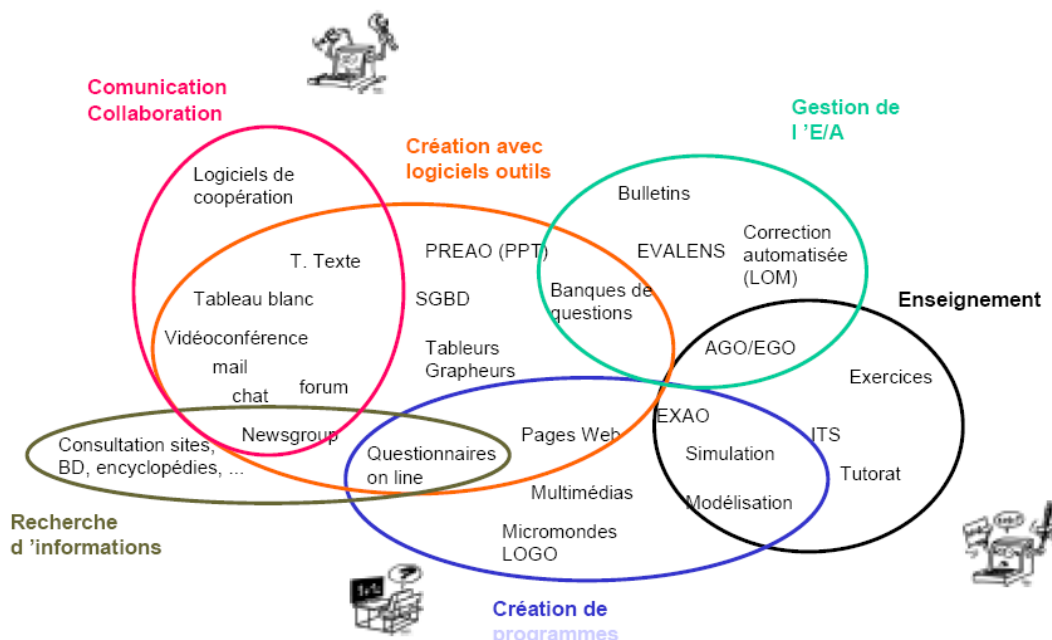


Figure 4 : Usages Pédagogiques de l'Ordinateur (Denis, 2005)

Tous ces produits peuvent être utilisés en tant qu'EIAH car, ou bien ils sont conçus pour « favoriser l'apprentissage humain », ou bien ils sont utilisés dans un environnement créé pour « favoriser l'apprentissage humain ».

Les années qui viennent de s'écouler depuis le début de notre premier pas dans la recherche (Souchart, 2002), ont vu un véritable changement de paysage avec, avant tout, l'explosion des produits disponibles directement en ligne. La recherche a, elle aussi, évolué et les liens qu'elle a construit avec des produits du même type que *Smao*, comme *Mathenpoche* par exemple, sont de plus en plus nombreux. La place de ces logiciels dans le parcours de l'élève est donc de plus en plus d'actualité.

Notre travail va maintenant consister à expliciter comment les quatre logiciels de notre étude peuvent, effectivement, être utilisés pour « favoriser l'apprentissage humain » et si nous devons aller jusqu'à les considérer comme de véritables institutions, autonomes, d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques.

Partie théorique

Chapitre I - Deux filiations pour deux types de produits : les tuteurs fermés et les micromondes

I.1 - Introduction

Imaginons-nous dans une salle des professeurs d'un collège où des enseignants de mathématiques essayent de savoir comment ils vont utiliser leur budget d'achat de logiciels pour l'année. Très rapidement, un débat s'installe entre les partisans de l'achat de *Cabri 3D* avec *Cabri II plus* pour tout le collège et ceux qui préfèrent que le collège investisse dans l'achat de la collection de *Smao* pour tous les niveaux. Les uns insistent sur la facilité à trouver des problèmes passionnants, pour les professeurs comme pour les élèves, accessibles en ligne via de nombreux sites de grande qualité, car souvent réalisés en collaboration avec des chercheurs en didactique des mathématiques spécialisés en géométrie dynamique. Les autres soulèvent l'importance pour le collège de mettre en place un service de soutien de qualité et, qu'il n'est pas possible de le réaliser simplement avec des professeurs et des heures supplémentaires car le collège n'a pas assez d'argent. Ils imaginent que si tous les professeurs de mathématiques du collège apprennent à leurs élèves à travailler dès la sixième avec les logiciels de la collection *Smao*, ceux-ci vont mettre en place des habitudes de travail qui vont leur permettre un apprentissage de plus en plus autonome. Quelques enseignants de la première équipe crient au scandale et préviennent qu'ils ne permettront à personne de mettre leurs élèves dans des boîtes comme les pigeons de Skinner. La deuxième équipe est un peu surprise de la virulence de la réaction de ces collègues, mais ils ont du mal à répondre car peu de travaux scientifiques existent pour décrire le type de travail possible avec des logiciels comme *Smao*.

Cette situation, même si elle est fictive, est plausible et décrit les discussions possibles entre les partisans de logiciels du type micromonde et de ceux qui jouent le rôle de tuteur avec les élèves. Les réactions sont souvent passionnées et encapsulent les débats de plus de trente ans d'usage de l'informatique dans l'enseignement. Nous allons faire un retour en arrière pour remonter aux sources du discours actuel et décrire les filiations qui marquent, souvent de façon implicite, les propos des professeurs ainsi que ceux de tous les acteurs liés à l'utilisation de l'informatique dans l'école. Les logiciels tuteurs sont considérés par les uns comme les

héritiers directs des machines à enseigner de Skinner, tandis que les autres pensent que les micromondes sont les restes des rêves utopiques du créateur de LOGO, Papert. Ces deux personnages du vingtième siècle représentent deux courants fondamentaux de l'usage de l'informatique dans l'enseignement et vont occuper la première partie de ce chapitre qui se poursuivra par la description de certaines classifications de produits technologiques dédiés à l'apprentissage et à l'enseignement. Ces classifications vont nous permettre ensuite de définir de façon précise les logiciels qui sont au centre de notre démarche d'analyse et de recherche : les Logiciels Tuteurs Fermés.

I.2 - Skinner, les machines à enseigner et l'EAO

L'image que nous avons souvent de Skinner et de ses machines à enseigner est entièrement présente dans l'exclamation de Marc Richelle lorsqu'il décrit la pensée de Skinner à propos de l'éducation : « Skinner à l'école ! C'est le spectre de la robotisation des élèves à travers la machine à enseigner, c'est la déshumanisation de l'enseignement. » (Richelle, 1977, p. 146). Richelle nous rappelle que Skinner a réussi à se mettre à dos à la fois les tenants de l'enseignement traditionnel et ceux qui prônent un enseignement basé sur la non-directivité. Mais il semble que Burrhus Frederic Skinner était avant tout un scientifique qui cherchait des solutions aux manques des systèmes éducatifs et qui a mis en place de nombreuses expérimentations. Il nous emmène, dès 1948, dans un monde utopique, Walden 2, loin des clichés ordinaires :

Nous pouvons adopter les meilleures méthodes éducatives sans la machinerie administrative dont les écoles ont besoin pour s'ajuster à une structure sociale défavorable. Nous n'avons pas de soucis de standardisation, nécessaire seulement quand les élèves passent d'une école à l'autre, ni d'évaluer ou de contrôler le travail des écoles privées. Nous n'avons pas besoin de « niveaux ». Tout le monde sait que les talents et les capacités ne se développent pas au même moment chez les enfants. Un enfant de quatrième niveau en lecture peut être au sixième niveau en mathématique. Le niveau est un dispositif administratif qui fait violence aux processus développementaux. Ici, l'enfant progresse aussi vite qu'il le peut dans n'importe quel domaine. On ne gaspille pas du temps à le forcer à participer à des activités qu'il maîtrise déjà. Et l'enfant en retard peut être aidé avec efficacité. Nous n'exigeons pas non plus de nos enfants qu'ils développent tous les mêmes aptitudes ou capacités. Nous n'imposons pas un même ensemble de cours. [...] Tant que nos enfants restent heureux, énergiques et curieux, nous n'avons pas du tout besoin d'enseigner des « sujets ». Nous n'enseignons que les techniques d'apprentissages et de réflexions. Quant à la géographie, à la littérature, aux sciences ... nous donnons à nos enfants les opportunités et le guidage et ils apprennent eux-mêmes. (Skinner, 2005, p. 145)

Sa critique de l'enseignement traditionnel l'amène à se concentrer sur le rôle pour l'apprentissage des contingences de renforcement. Skinner considère que le comportement est contrôlé par ses conséquences. Il définit les contingences de renforcement comme « des modalités de relation entre le comportement (ou réponses) et les événements du milieu dont il est fonction (à savoir les renforcements et les stimuli discriminatifs). » (Richelle, 1976, p. 36)

Pour savoir si un événement possède des propriétés renforçantes, il faut passer par l'expérimentation qui permet de s'ajuster. Skinner se place dans une démarche comportementaliste qui est basée sur une approche expérimentale du comportement. La critique la plus sérieuse que Skinner avance par rapport à l'enseignement traditionnel « porte sur la rareté relative des renforcements » (Skinner, 1969, p.25) : quelques milliers pour les quatre premières années alors qu'il estime qu'il faudrait grossièrement « 25 000 renforcements judicieusement octroyés après autant de réponses » (Ibid., p.25) pour les acquisitions en mathématiques pendant cette même période. Il n'y a que la machine qui puisse permettre la gestion d'un tel nombre de renforcements pour chaque élève. L'individualisation de l'enseignement, qui est une condition nécessaire pour respecter les besoins de l'apprentissage de chaque enfant, le conduit à reprendre les travaux de Pressey (Baron-Bruillard, 1996, p. 196), du début du siècle et sa machine à enseigner. Car, pour Skinner, le renforcement doit être pratiquement immédiat et le maître, seul détenteur du pouvoir d'attribuer des renforcements positifs ou négatifs à ses élèves, ne peut pas les gérer tous en même temps. Seule, une machine peut permettre que chaque élève reçoive le renforcement correspondant à chaque question. Celles-ci doivent être conçues dans des programmes faits avec grande précision :

Dans un premier pas, il importe de définir avec précision le domaine abordé. Dans un second temps, il s'agira de rassembler les termes techniques, les faits, les lois, les principes, les cas à enseigner. Ensuite, il faudra les ordonner dans un ordre de difficulté croissante et conforme à leur logique ; ordre linéaire si possible, avec embranchements si nécessaire. (Ibid. p. 61)

La qualité de cette programmation est primordiale pour l'efficacité de l'apprentissage des élèves. Cette qualité doit être en amélioration continue grâce au retour d'usage très régulier des élèves qui sont au centre de la démarche de l'enseignement programmé. Skinner réalise de nombreuses expériences avec, par exemple, des étudiants de l'université de Harvard dans une salle d'auto-instruction (Skinner, 1969, figure 6, p. 49).

L'un des plus grands avantages pour l'étudiant, cette expérience le démontre, était de toujours savoir clairement où il en était, sans attendre une interrogation, quand ce n'était pas l'examen final. (Ibid. p. 67)

L'individualisation de l'enseignement dans l'approche skinnérienne est poussée au maximum et l'enseignement programmé « élimine en grande partie les examens devenus sans objet. » (Richelle, 1977, p. 160). En effet, si l'élève est arrivé à un certain moment du programme, c'est qu'il a validé, sans erreur, le travail antérieur et qu'il est possible de déterminer avec précision son niveau.

L'enseignement programmé connaît rapidement un grand succès dans les années 50 et 60 ; les technologies électroniques et les premiers ordinateurs amplifient son développement. Mais de nombreux programmes se concentrent plus sur les techniques informatiques que sur la qualité de la programmation. « On oublia le comportement, on ne pensa plus qu'aux machines. » (Ibid., p. 153).

L'éducation est du *big-business*. On ne tarda pas à proclamer que les machines à enseigner étaient une industrie d'avenir et l'on propagea des prédictions fantastiques sur la vente des manuels programmés. On se mit à vendre sous le nom de machines à enseigner des dispositifs mal construits et conçus sans aucune compréhension de leur fonction et des exigences pratiques de leur utilisation. Nul auteur fut mieux accueilli par les éditeurs que les auteurs d'un manuel programmé. La plupart des programmes à employer avec l'aide d'une machine ou seulement sous forme imprimée, furent mis sur le marché sans validation adéquate. (Skinner, 1961, p. 194)

La validation dont parle Skinner est à la charge de l'élève utilisateur du programme. Skinner ne se pose pas en théoricien mais en comportementaliste : c'est le comportement effectif de l'élève face à la machine à enseigner qui doit permettre de confirmer ou d'infirmer la validité du programme et le faire ainsi évoluer. Skinner a une démarche psychologique fonctionnaliste et s'oppose à la démarche formaliste d'une partie du monde de la psychologie des années 70³. Ses opposants vont profiter du succès industriel de l'enseignement programmé pour associer la démarche psychologique de Skinner avec la mécanisation de l'enseignement et cet amalgame sera vite fatal à l'enseignement programmé. La peur de remplacer l'homme par la machine est utilisée contre Skinner malgré son opposition à cette idée.

Une technologie de l'enseignement amplifie le rôle du maître comme être humain. Elle fournit un équipement qui lui accorde le temps nécessaire pour exercer ce rôle. Elle le dispense de la nécessité de maintenir un contrôle

³ Voir Richelle, 1977 et Skinner, 2005 b.

aversif. Elle lui donne le loisir de s'intéresser vraiment à ses élèves pour les conseiller. Elle peut même ouvrir la profession à de nombreuses personnes qui, sans elle, seraient incapables de manier des élèves. Une technologie de l'enseignement permet aussi au professeur d'enseigner plus de choses qu'il n'en connaît. (Skinner, 1969, P. 302)

Le découpage du savoir en petites unités, un apprentissage sans erreur, une évolution linéaire sont des caractéristiques qui font que l'approche de l'éducation du behaviorisme est, au début des années 70, considérée comme « mécaniste et simpliste » (Chaptal, 2003, p. 154) et est abandonnée par les institutions scolaires et la recherche. L'EAO, l'Enseignement Assisté par Ordinateur, qui provient de « la similitude de pensée et de démarche entre la programmation des ordinateurs et la programmation de l'enseignement » (Baron-Bruillard, 1996, p. 199), se développe aussi au début des années 70 et est rapidement pris exclusivement en charge par le monde de l'édition qui veut poursuivre une expérience débutée avec l'enseignement programmé. Les industriels, les informaticiens, les entreprises poursuivent leurs efforts de création pendant les années 70-80. Des expériences d'exercices sur Minitel voient le jour avec, par exemple, l'entreprise Infomédia, rue des Écoles à Paris, qui crée un système d'exercices de mathématiques pour le collège au milieu des années 80. Les programmes sur micro-ordinateurs se développent rapidement. L'éditeur Cédic-Nathan crée une suite de petits logiciels de mathématiques pour chaque classe du collège. L'intégration de tuteurs intelligents dans les programmes qui prendraient en charge le travail de l'élève en s'adaptant à ses besoins spécifiques occupe un moment la recherche mais les désillusions sont rapides et le domaine de l'EIAO, l'Enseignement Intelligent Assisté par Ordinateur, est vite abandonné par le monde scientifique. Le monde de l'édition ne se lance pas dans l'aventure de l'intégration de « l'intelligence » dans ces programmes car la démarche économique de ces entreprises est suffisamment pragmatique pour ne pas prendre de risques inconsidérés. Cependant, l'évolution de l'édition spécialisée en EAO ne s'arrête pas ; comme le souligne Chaptal : « Encore faut-il noter que les produits exercices, typiques de cette approche, font toujours les beaux jours des éditeurs de multimédia éducatif. » (2003, p. 154). Nous retrouvons aujourd'hui la démarche de l'EAO, héritière de l'enseignement programmé, dans la création de nombreux sites de mathématiques en ligne. Par exemple, dans les trois exemples que sont *MathenPoche*, *123Maths* et *AmiCollège*, des professeurs de mathématiques créent un logiciel sans référence à une théorie de l'apprentissage mais à partir de leurs besoins et de ceux de leurs élèves ; ils font ensuite évoluer l'efficacité de leur produit en fonction des différents comportements qu'ils constatent chez leurs élèves. Mais, depuis de nombreuses années, la primauté de la démarche théorique sur les démarches empiriques, basées, entre

autres, sur le comportement des élèves, a entraîné les chercheurs vers un certain type d'outil technologique dont un des premiers représentants est le logiciel LOGO.

I.3 - Les micromondes

I.3.1 - Papert et LOGO

Le logiciel LOGO, ou langage LOGO, a été conçu « entre 1963 et 1967 par la firme Bolt Beranek et Newman dans le cadre d'un contrat avec la marine » (Chaptal, 2003, p. 44). Son développement se poursuit par la suite au MIT de Boston au début des années 70 en étant soutenu, par contrat, par The Advanced Research Projects Agency of Department of Defense. Seymour Papert est dans ce projet dès le départ et rédige les premiers rapports du laboratoire MIT sur LOGO⁴. Dans le deuxième mémo sur LOGO, il se positionne clairement :

L'expression "la technologie et l'éducation" signifie habituellement inventer de nouveaux instruments pour enseigner de la même vieille manière la même vieille substance dans une version légèrement déguisée. D'ailleurs, si les instruments sont des ordinateurs, le même vieil enseignement devient incroyablement plus cher et centré sur un de ses aspects les plus sombres, c'est-à-dire l'enseignement par cœur avec lequel des résultats mesurables peuvent être obtenus en traitant les enfants comme des pigeons dans une boîte de Skinner (...) Je crois avec Dewey, Montessori et Piaget que les enfants apprennent en faisant et en pensant à ce qu'ils font. (Papert, 1971b, p. 3)

La caricature de Skinner et de ses expérimentations permet à Papert de préciser que, selon lui, l'usage de la technologie dans l'éducation, et de l'ordinateur en particulier, n'a de sens que si cette utilisation permet des attitudes profondément innovantes en matière d'éducation et d'apprentissage. Se placer, au début des années 70, dans une position innovante signifie pour Papert, et pour beaucoup d'autres, suivre les démarches des sciences cognitives et particulièrement celles de Piaget. Il veut nous faire comprendre que l'usage de l'ordinateur par l'élève doit être autre chose que celui qui est possible avec une machine à enseigner ou un supercalculateur.

Selon notre idée d'un laboratoire de mathématique scolaire, l'ordinateur est utilisé comme moyen de contrôle des processus physiques dans le but d'atteindre des objectifs précis... par exemple, faisant partie d'un système d'autopilotage permettant de faire voler des avions miniatures, ou encore comme "système nerveux" d'un type d'animal ayant des réflexes d'équilibration, d'habileté à la marche, d'habileté à la vision simple, etc. Pour

⁴ Ces rapports sont accessibles à partir du site du MIT : <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/5834>. Le mémo n°1 sur LOGO est AIM-246.

atteindre ces objectifs des principes mathématiques sont nécessaires ; réciproquement, les principes mathématiques permettant ce contrôle deviennent sources de pouvoir et acquièrent une signification pour une grande catégorie d'étudiants qui ne voyaient aucun plaisir et aucun sens à la mathématique livresque, et qui abandonnent tout simplement en se classant comme "n'ayant pas la bosse des maths". (Papert, 1971d, p. 4)

Ce projet se concrétise avec la "géométrie-tortue" qui répond à un langage spécifique, LOGO, et Papert défend la thèse que « les mathématiques computationnelles, telles qu'illustrées par la géométrie-tortue, possèdent un puissant avantage pour développer des concepts heuristiques sur les matières "classiques". » (Ibid., p. 30)

L'enfant doit donc être placé dans un environnement informatique où des conceptualisations mathématiques sont possibles grâce à la démarche de construction dans laquelle se trouve l'élève. Papert ajoute au constructivisme, hérité des travaux de Piaget, une connotation spécifique à travers l'idée de constructionnisme :

The serious facet will be familiar to psychologists as a tenet of the kindred, but less specific, family of psychological theories that call themselves constructivist. Constructionism--the N word as opposed to the V word--shares constructivism's connotation of learning as "building knowledge structures" irrespective of the circumstances of the learning. It then adds the idea that this happens especially felicitously in a context where the learner is consciously engaged in constructing a public entity, whether it's a sand castle on the beach or a theory of the universe. And this in turn implies a ramified research program which is the real subject of this introduction and of the volume itself. But in saying all this I must be careful not to transgress the basic tenet shared by the V and the N forms: If one eschews pipeline models of transmitting knowledge in talking among ourselves as well as in theorizing about classrooms, then one must expect that I will not be able to tell you my idea of constructionism. Doing so is bound to trivialize it. Instead, I must confine myself to engage you in experiences (including verbal ones) liable to encourage your own personal construction of something in some sense like it. My little play on the words construct and constructionism already hints at two of these multiple facets--one seemingly "serious" and one seemingly "playful." (Papert, 1991)

Papert nous précise dans cet extrait que le constructionnisme partage bien avec le constructivisme la compréhension de l'apprentissage en tant que « construction des structures de la connaissance » indépendamment des circonstances de l'étude. Mais il ajoute ensuite l'idée que cela se produit surtout avec succès dans un contexte où l'apprenant est consciemment engagé dans la construction d'une entité publique sans que ne soit très clairement explicité ce en quoi consiste cette entité publique. Les deux exemples qu'il choisit,

un château de sable et une théorie de l'univers, sont suffisamment extrêmes pour que toute activité puisse déboucher sur une entité publique. L'important pour Papert est que l'apprenant soit engagé, consciemment, dans la construction de quelque chose. C'est sans doute pour cela qu'on retient le plus souvent la seule dimension de l'attention portée à la cognition individuelle quand on évoque les premiers travaux sur les micromondes. C'est le cas par exemple de Brousseau qui, en 2003, en présentant la Théorie des Situations Didactiques à Montréal, va jusqu'à associer Skinner et Papert pour nous montrer l'opposition entre la démarche qui s'emploie à modéliser le comportement humain et celle qui prône l'étude de la situation « indépendamment du joueur » :

Alors que les Skinner, Rosembblatt, Chomski, Suppes, Arbib, Estes, Papert... s'employaient à modéliser le comportement humain - et ses connaissances - par des stimulus-response models, des perceptrons, des automates ou des modèles stochastiques divers, il m'a semblé que l'on pourrait aussi modéliser les situations de la même façon, et particulièrement le milieu antagoniste du sujet. Ne peut-on pas étudier le jeu d'échec indépendamment du joueur ? (Brousseau, 2003)

Même si LOGO « n'a pas connu le succès qu'espéraient ses promoteurs » (Chaptal, 2003, p. 300), ses difficultés ne remettent pas en cause l'importance des démarches introduites avec ce micromonde qui a traversé l'apprentissage des mathématiques dans de nombreux pays dans le monde depuis plus de trente ans et est encore présent aujourd'hui⁵. Uri Wilensky, par exemple, développe depuis de nombreuses années des langages multi-agents comme *StratLogo* et *NetLogo*⁶ qui trouvent leurs origines dans les démarches instituées par Papert.

I.3.2 - Autres micromondes

L'idée de micromonde, c'est-à-dire celle « de créer un environnement, respectant différentes contraintes de construction, avec lequel d'autres personnes pourront exercer leur créativité » (Bruillard, 1997, p. 141), ne se limite pas au seul développement de LOGO et, en particulier, débouche, en France, dans les années 80, sur la géométrie dynamique et le CAhier de BRouillon Interactif. Le contexte de création de Cabri coïncide, en France, avec le développement de la Théorie des Situations (Brousseau, 1998) dont Colette Laborde, participante active du projet Cabri depuis les origines, nous rappelle l'importance.

⁵ Voir, par exemple, le futur colloque, constructionism2010, qui aura lieu en août 2010 à l'université américaine de Paris : http://www.aup.fr/news/special_events/constructionism2010.htm (consulté en février 2009).

⁶ Disponibles sur le site : <http://ccl.northwestern.edu/> (consulté en mars 2009).

Les recherches en didactiques des mathématiques sont issues du constat selon lequel les connaissances apprises par les élèves ne sont pas réductibles à un sous-ensemble des connaissances enseignées ; elles peuvent être erronées, locales, partielles au regard des savoirs que l'enseignant voulait transmettre. Face à ce constat, l'hypothèse la plus largement partagée dans la communauté didactique consiste à concevoir l'apprentissage des mathématiques dans une perspective constructiviste. « L'élève apprend en s'adaptant à un milieu de facteur de difficultés, contradictions, déséquilibres, un peu comme le fait la société humaine. Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage » (Brousseau, 1986). Une seconde hypothèse est ajoutée à la première, celle de l'insuffisance d'un milieu sans intention didactique pour permettre l'acquisition par l'apprenant de connaissances mathématiques. L'enseignant doit donc créer et organiser un milieu et des situations susceptibles de provoquer ces apprentissages. Une troisième hypothèse postule que ce milieu et ces situations doivent envisager de façon cruciale les savoirs mathématiques dont l'acquisition est visée. Un des objectifs fondamentaux de la didactique est celui de caractériser ces situations et l'organisation de ce milieu permettant l'apprentissage des savoirs mathématiques donnés. (Laborde, 2003)

La recherche sur les micromondes de géométrie dynamique va pendant de nombreuses années se placer avant tout dans le cadre théorique de la TDS en travaillant sur la création et la transformation de milieux adidactiques autour desquels s'organise la rencontre entre le savoir et l'élève. Dans ce cadre, la recherche de situations fondamentales modélise l'élève comme un élève générique et non comme un sujet d'une institution ou comme une personne qui se construit dans la confrontation de ses assujettissements à de multiples institutions. C'est en ce sens que la géométrie dynamique trouve, pendant de nombreuses années, un cadre et la volonté « d'étudier le jeu d'échec indépendamment du joueur ».

Dès la fin des années 90, les recherches sur la géométrie dynamique et, plus généralement, sur les micromondes, prennent malgré tout de plus en compte l'environnement spécifique lié à l'usage d'ordinateurs dans la classe. Elles utilisent de multiples cadres théoriques pour réussir à prendre en compte la complexité de ces environnements d'enseignement et d'apprentissage, notamment avec les travaux de Teresa Assude et de Jean-Michel Gélis (Assude, Gélis, 2002).

Nous nous situons dans la lignée de travaux sur l'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques (Artigue 1998, Artigue 2001, Artigue & Lagrange 1999, Lagrange 2001, Trouche 2000) et dans la lignée des travaux intégrant Cabri dans l'enseignement de la géométrie à plusieurs niveaux (Laborde et Capponi 1994, Argaud 1998, Gomes 1999, Assude et al. 1996, etc.) L'approche multidimensionnelle qui est le fondement d'un certain nombre de ces travaux prend en compte la complexité de l'intégration des TICE dans l'enseignement en l'abordant à partir de plusieurs dimensions, notamment la dimension instrumentale et conceptuelle en utilisant les outils de l'ergonomie

cognitive (Rabardel 1999), et la dimension institutionnelle en utilisant les outils de l'approche anthropologique (Chevallard 1997, 1999) notamment les notions de praxéologie et d'ostensifs. Cette perspective multidimensionnelle nous permet de prendre comme unité d'analyse le système didactique comme un tout " émergent " de plusieurs facteurs ainsi que de leurs interrelations et non comme la somme de plusieurs facteurs sans liens entre eux. (Assude, 2002)

L'évolution du logiciel *Aplusix*⁷, depuis 1983, est assez caractéristique de la nécessité d'une approche multidimensionnelle pour penser cette complexité de l'intégration des TICE dans l'enseignement.

Le projet APLUSIX a vu le jour au Laboratoire de Recherche en Informatique (LRI) à Orsay en 1983 dans l'équipe Intelligence Artificielle et Systèmes d'Inférence. Il a pris à partir de 1988 une dimension pluridisciplinaire, avec la participation de chercheurs en Psychologie Cognitive et en Didactique des Mathématiques.

Nos travaux se situent dans une problématique de recherche fondamentale en EIAO. (Nicaud, 1993)

En 2001, lors du colloque EIAO, les créateurs de ce logiciel le décrivent comme « un micromonde dédié à la manipulation d'expressions algébriques » (Bouhineau D., Nicaud J.F., Pavard X., Sander E. 2001).

Le début des années 2000 est consacré à approfondir l'objectif général de ce micromonde qui est

de déterminer des conceptions d'élèves particuliers en algèbre, afin de définir des conceptions prototypiques et de concevoir des stratégies pour corriger les dysfonctionnements. (Bouhineau D., Bronner, A., Chaachoua, H., Huguet, T., 2003)

Nous constatons toujours la volonté de travailler, à partir de réactions d'élèves en situation d'apprentissage, sur l'élève générique en définissant des « conceptions prototypiques ».

Aujourd'hui, les concepteurs d'Aplusix décrivent la complexité de leur logiciel, toujours en tant que micromonde, mais qui a intégré un exerciceur.

L'environnement Aplusix a été conçu initialement en 2000 comme un micromonde pour pratiquer l'algèbre au lycée et au collège, ou plus modestement comme un éditeur d'expressions algébriques élémentaires offrant diverses rétroactions syntaxiques et sémantiques. Dès les premières versions

⁷ Le logiciel Aplusix à partir de 1987 et la thèse de Nicaud ainsi que les dernières versions disponibles : <http://apluxix.imag.fr/> (consulté en février 2009).

d'Aplusix les questions relatives à la représentation et la manipulation des expressions algébriques étaient au centre de nos préoccupations, comme il se doit dans un micromonde. Les développements entrepris en 2004 ont substantiellement transformé Aplusix, le micromonde devenant plutôt un exerciceur pour faciliter son intégration en classe⁸, en lui adjoignant un éditeur d'exercices et un module de génération automatique d'exercices. Cependant la composante d'édition et de manipulation d'expressions algébriques qui constituait le micromonde resta au cœur de l'environnement résultat, et les questions relatives à la représentation, à l'édition de ces objets continuèrent d'influencer notre travail. (Bouhineau, Chaachoua, Nicaud, Viudez, 2007, p. 4)

Aplusix semble être considéré aujourd'hui à l'université Joseph Fourier de Grenoble comme « un EIAH d'algèbre combinant des aspects micromonde et exerciceur » (Croset, 2007). La prise en compte de l'évaluation du travail individuel de l'élève, la gestion de ce temps de travail, la gestion de la classe, tous ces aspects montrent une complexité que la dénomination d'exerciceur ne prend pas en compte comme nous allons le voir dans le prochain paragraphe.

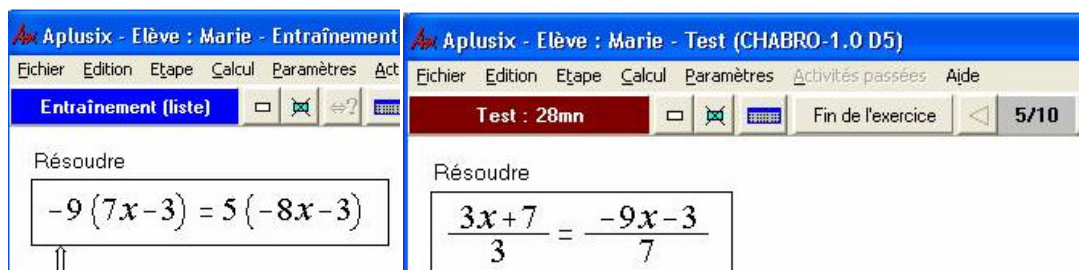


Figure 5 : Prise en compte individuelle de l'élève dans Aplusix, version de 2009

Mais, comme avec LOGO, l'explosion de l'usage n'est pas au rendez-vous. Aujourd'hui, la recherche poursuit son travail, élargissant ses perspectives en multipliant les approches, mais elle ne reflète toujours pas la diversité des outils informatiques qui sont réellement utilisés dans les classes. Les nombreuses classifications qui existent depuis de nombreuses années vont nous aider à préciser cette diversité.

I.4 - Les classifications

Aujourd'hui, lorsqu'un élève travaille avec un ordinateur, il n'est pas vraiment simple de savoir quel qualificatif il faut utiliser. Doit-on parler de TICE ou de TIC, d'EAO ou d'EIAO, de logiciel d'apprentissage, de machine informatique ou informatisée ? L'usage qu'il est fait de ses termes nous renseigne sur le sens que chacun veut donner à l'usage de l'informatique dans l'enseignement. Nous allons exprimer quelques visions prises par le monde de la recherche, le Ministère de l'Éducation Nationale et un auteur américain, Gary Bitter. Ces

⁸ Souligné par nous.

différentes vues institutionnelles vont nous permettre de construire notre propre classification qui intègre tous les types de produits informatiques en relation avec l'enseignement.

I.4.1 - L'Institution scolaire

À travers l'INRP⁹ et l'Inspection Générale, l'institution scolaire essaie d'analyser les usages réels des technologies dans les classes, en particulier en mathématiques. Chacune de ces institutions officielles nous propose dans plusieurs rapports (INRP, 2001 et IG, 2002 et 2004) un inventaire des usages constatés, puis souhaités, de logiciels utilisables en mathématiques.

L'INRP constate que quatre types de logiciels sont présents dans la vie professionnelle des professeurs de mathématiques pour leurs cours ou pendant leurs cours dans l'enseignement secondaire :

- ✓ les tableurs-grapheurs sont des logiciels utilisés comme outils de découverte et de calcul ;
- ✓ les constructeurs géométriques sont des logiciels utilisés comme outils de découverte et de simulation ;
- ✓ les logiciels de calcul formel commencent à être présents, mais sont encore peu utilisés ;
- ✓ les outils de remédiation et de soutien.

Dans le cadre de la dernière catégorie, l'étude remarque que « les logiciels traditionnels de soutien n'ont guère évolué » (INRP, 2001, p. 73). Le rapport fait donc état de logiciels, logiciels de remédiation de type exerciceur, qui font maintenant partie de la tradition du soutien. Ces logiciels, dont *Smao* et *LiliMath*, sont donc considérés comme pouvant faire partie de l'environnement traditionnel de travail des élèves pour le soutien. L'apparition d'outils d'apprentissage en ligne est soulevée par les auteurs de ce rapport qui remarquent, qu'au moment de l'écriture du rapport en 2001, « l'arrivée d'Internet dans les Collèges n'a pas fondamentalement modifié la situation existante quant à l'utilisation en soutien des logiciels pédagogiques de mathématiques » (Ibid., p. 74).

L'inspection générale nous propose, elle, une typologie des logiciels dont l'usage est recommandé, ou constaté, en mathématiques (IG, 2002, p. 2 et 3). Nous retrouvons, à peu de choses près, la classification proposée dans l'étude de l'INRP :

- ✓ les tableurs : dans les domaines numériques et de traitement des données ;

⁹ Institut National de Recherche Pédagogique, basé à Lyon : www.inrp.fr.

- ✓ les logiciels de géométrie plane dynamique : pour expérimenter à partir de configurations diversifiées et comme une aide à la conjecture ;
- ✓ les logiciels de géométrie dans l'espace : leur usage est indispensable au collège pour l'étude des solides ;
- ✓ les calculatrices ou les traceurs de courbes : pour la construction et l'interprétation de représentations graphiques ;
- ✓ les calculatrices intégrant le calcul formel et les logiciels de calcul formel : des compétences minimales sont requises des élèves en algorithmique élémentaire au lycée ;
- ✓ des logiciels dits « exercices » : ils servent particulièrement en remédiation ;
- ✓ les logiciels en ligne.

Dans la dernière catégorie, presque tous les types de logiciels sont cités : les tableurs et imagiciels en réseau, des exercices, des logiciels de remédiation en ligne comme *Tdm@ths* ou *Paraschool*, le site *LiliMath*, les logiciels de géométrie avec leurs versions internet. Sont aussi répertoriés, les sites dédiés à l'apprentissage des mathématiques où de nombreuses ressources, pour l'enseignant, sont téléchargeables.

Les logiciels qui sont présentés comme des exercices sont pris en compte dans le rapport car leur usage est réel, mais l'Inspection Générale propose de ne pas utiliser ces produits en cours de mathématiques :

Par ailleurs, depuis longtemps, sont présents dans les établissements (en particulier au collège) des logiciels dits « exercices » qui servent particulièrement en re-médiation. Ces logiciels, qui peuvent être utilisés en autonomie ou en semi autonomie, comprennent un outil de navigation (par thème, par niveau de difficulté), des exercices, en général sous forme de QCM, et une analyse de réponses, souvent très sommaire. Ils permettent un bilan des réussites. Ils sont parfois accompagnés de résumés de cours. Compte tenu des fonctionnalités qu'ils comprennent, nous considérons leur usage inutile en cours de mathématiques où, dans tous les domaines (navigation et choix de l'exercice, correction, évaluation, re-médiation), la présence du professeur apporte beaucoup plus. (Ibid., p. 3)

Là encore, le constat est fait que ces logiciels sont présents dans l'école « depuis longtemps ». Ils font bien partie du paysage de l'apprentissage des mathématiques à l'école. Même si l'Institution scolaire, à la différence du monde de la recherche, fait état de la place réelle des logiciels qui proviennent directement du monde de l'EAO, des logiciels dits « exercices »,

leur usage n'est pas recommandé. Il est intéressant de remarquer que l'inspection oppose l'usage de ces logiciels à la présence du professeur. Rien n'est dit du professeur qui guide ses élèves pour optimiser ce type d'usage.

Dans le texte de cadrage de l'Inspection Générale de 2004¹⁰ (IG, 2004) sur les Mathématiques et les TICE, la référence à ces logiciels a totalement disparu. Les outils technologiques que doivent utiliser les professeurs et les élèves sont : les calculatrices, les logiciels de géométrie, les tableurs, les logiciels de calcul symbolique. L'usage d'internet est précisé (Ibid., p. 4) :

- la recherche documentaire ;
- l'usage de sites qui proposent des exercices, des tests, des énigmes parfois sous forme de concours ;
- l'utilisation de logiciels en ligne commence à être proposée grâce au développement de versions Java ou ActiveX de certains logiciels ;
- le courrier électronique.

En dehors des cours de mathématiques, les élèves doivent disposer de laboratoire de mathématiques en libre service, mais pour travailler avec « les logiciels utilisés en mathématiques » (Ibid., p 4).

Nous retrouvons dans les nouveaux programmes de collège les mêmes logiciels qui sont cités dans ce rapport et les « logiciels d'entraînement » des programmes de l'enseignement primaire de 2000 ont disparu des textes du collège. Même si la réalité a été prise en compte par l'Institution scolaire, une opposition entre « le travail mathématique et le travail sur l'ordinateur » (IG, 2004, p. 4), est encore perceptible.

La place qu'ont réussi à prendre ces logiciels « exercices », pour l'entraînement et la remédiation, malgré les volontés des différentes institutions officielles, ne peut pas être négligée, mais elle n'est toujours pas officielle dans le programme d'apprentissage des élèves du secondaire en mathématique. Il faut cependant remarquer qu'en 2009, dans la moitié des académies, ce sont les autorités officielles à travers l'inspection pédagogique régionale de

¹⁰ Ce texte est toujours présenté comme la référence de l'inspection générale de mathématiques pour l'utilisation des TICE sur le site du ministère de l'éducation nationale : <http://eduscol.education.fr/D0015/LLPHAG01.htm> (consulté en février 2009).

mathématiques, qui gèrent l'usage de *Mathenpoche* en mettant à disposition de l'association *Sesamath* des serveurs pour leurs collègues. Par exemple, dans l'académie de Paris :

Depuis plusieurs années, MathenPoche est installé sur le serveur parisien ; 70 professeurs parisiens sont inscrits et utilisent régulièrement Mathenpoche à partir de cette plateforme dont nous récupérons les statistiques. Une liste de diffusion est à leur disposition et le GIPTIC de mathématiques a fait plusieurs animations pour montrer les différents usages possibles avec les élèves. D'autres professeurs l'utilisent directement à partir du site de Sésamath.

Nous pensons que l'action mutualisée sur les exercices nous permettra de faire un bilan des pratiques de Mathenpoche et des autres exercices utilisés par les professeurs, par rapport à l'acquisition des compétences mathématiques et de leur évaluation. Il sera alors intéressant de comparer d'une part les utilisations différentes d'un même exercice selon les académies et d'autre part de mettre en évidence les avantages et défauts des exercices pour essayer de préconiser une utilisation la plus efficace possible pour les élèves, en complément des logiciels de géométrie dynamique du tableur et autres didacticiels. (Mazurier, 2008)

Même si l'usage de ce type de logiciel ne fait pas encore l'unanimité, il fait partie du paysage de l'enseignement des mathématiques et fait aussi son entrée dans les laboratoires de recherche. Pour décrire avec plus de précision les logiciels sur lesquels porte notre recherche, nous allons maintenant nous tourner vers des institutions d'autres pays pour compléter la description des différents logiciels, et de leurs usages, réels ou souhaités, que nous trouvons dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

I.4.2 - TECFA

Le laboratoire TECFA de la faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation de l'université de Genève propose (TECFA, 2000/2009) une classification basée avant tout sur les fonctions pédagogiques des logiciels.

Cette classification semble partir d'une analyse a priori de différents types de logiciels et veut « mettre en avant les fonctions pédagogiques assignées à différents types d'environnements » (Ibid., Introduction) sans prendre en compte l'usage qui en est fait ou qui peut en être fait par les élèves, d'une part, et par les professeurs, d'autre part.

Le tableau suivant, « Taxonomie schématique des environnements d'apprentissage », nous présente quatre types de logiciels qui sont classés d'une part selon l'environnement informatique, ouvert ou fermé, et, d'autre part, selon l'apprentissage, connaissances

spécifiques et connaissances générales : les progiciels, les micromondes, les didacticiels et les tutoriels.

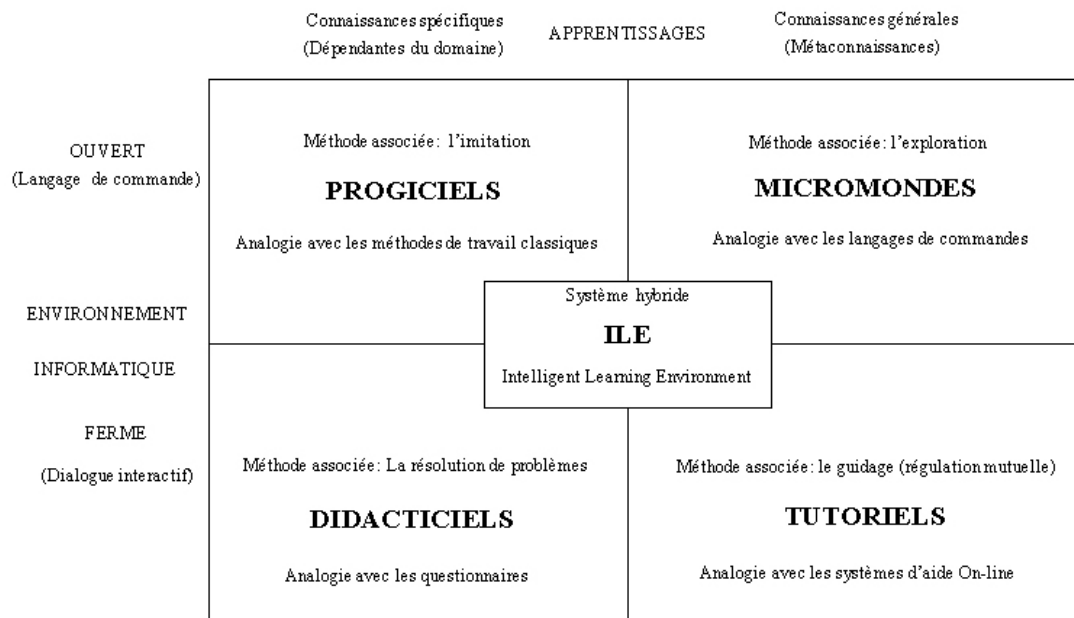


Figure 6 : Classification TECFA, Suisse

Un logiciel est considéré comme ouvert s'il possède un langage de commande qui permet de programmer le logiciel sans restriction autre que les spécificités du langage.

- Progiciel : c'est un logiciel professionnel standard type tableur, traitement de texte, gestion de base de données, logiciel de calcul formel. Il est ouvert car il possède un langage de commande mais ces logiciels sont spécialisés dans une thématique.
- Micromonde : comme un progiciel, un micromonde est un système informatique ouvert car il possède un langage qui lui est propre et grâce auquel il est possible à l'utilisateur de créer des objets, sans restriction. D'autre part, « l'apprentissage de tels langages est de type "constructiviste" car il s'agit en effet pour l'apprenant de construire des objets de plus en plus complexes à partir de "schèmes élémentaires" appelés "primitives" et d'une grammaire permettant de créer ces assemblages. » (Ibid.)
- Didacticiel : c'est un logiciel d'enseignement assisté par ordinateur. Il est de type fermé car l'utilisateur n'a pas accès au langage de commande du logiciel. Il est basé sur « le dialogue interactif ».
- Tutoriel : Il possède une représentation explicite des connaissances à enseigner. « Le système est capable de résoudre les problèmes soumis à l'apprenant, d'interagir sur les

étapes intermédiaires de la solution, de guider le travail de l'élève et d'intervenir si nécessaire » (Ibid.). Ce type de logiciel est développé en liaison avec la recherche en Intelligence Artificielle pour modéliser la connaissance et les interactions possibles entre l'apprenant et la machine.

En conclusion, le TECFA considère que le concept environnement informatique d'apprentissage

permet de dépasser l'opposition simpliste et manichéenne entre les défenseurs de l'apprentissage par induction (résultant des seules activités exploratoires du sujet) et les partisans des tutoriels inspirés (de près ou de loin) par l'enseignement programmé (caricature de l'apprentissage par enseignement). (Ibid., Conclusion)

Un tel environnement doit réaliser « la synthèse entre, les avantages de l'exploration libre et de la construction progressive des objets de connaissance, et l'intérêt du guidage propre aux systèmes tutoriels. » (Ibid.)

En prenant en compte ce qui existe dans le monde informatique centré sur l'éducation depuis de nombreuses années, le laboratoire TECFA imagine un environnement informatique dédié à l'apprentissage qui intègre toutes les démarches dans un même produit. Nous constatons aujourd'hui qu'un certain nombre de produits essaient de prendre cette direction. Par exemple le micromonde *Aplusix* essaie maintenant d'intégrer un tuteur qui va prendre en charge, individuellement, le travail de l'élève ; ou encore, le logiciel tuteur en ligne *123maths* intègre un petit logiciel de calcul formel qui permet à l'élève de vérifier la résolution de ses équations ; le logiciel tuteur *Tdgéométrie* intègre un logiciel de géométrie dynamique¹¹.

En pratique, nous n'en sommes pas encore à observer de façon généralisée cette évolution, souhaitée par le laboratoire TECFA, dans le monde de l'éducation et de l'apprentissage et la description qui suit va nous permettre d'appréhender avec précision la réalité des produits informatiques utilisés dans l'école.

I.4.3 - Une classification développée en marge du système francophone

Les éditions Allyn and Bacon de Boston, aux Etats-Unis, éditent depuis 1984 le livre *Using a computer in the classroom* dont le titre est devenu *Using technology in the classroom* à partir de 2002 (Bitter, 2007). Nous en sommes à la septième édition en vingt cinq ans, chaque

¹¹ Les adresses de tous ces produits sont données dans la bibliographie.

nouvelle édition prenant en compte les évolutions des produits informatiques constatées. Ce livre est avant tout dédié aux enseignants pour comprendre le rôle de la technologie dans l'enseignement pour les élèves du primaire et du secondaire, jusqu'au collège en France. Le discours est présenté comme devant être accessible à tous et particulièrement à ceux qui ne sont pas familiers avec l'informatique à l'école. Ce livre essaie de faire le tour de tout ce qui peut être en rapport avec le thème de la technologie dans l'éducation en essayant d'en justifier l'usage¹² sans oublier de mentionner quelques risques dont les problèmes de fraudes ou de séquelles physiques dues à un usage immodéré de l'ordinateur (Ibid., p. 318). Les auteurs proposent, au chapitre huit (Ibid., p. 145 à 160), une classification des différents types de logiciels présents dans le monde éducatif.

<i>Type de produit</i>	<i>Description du produit</i>
Drill-and-practice	Drill-and-practice software allows students to work with information they have previously learned, getting immediate feed-back to assist in skill mastery.
Instructional game software	Instructional games provide practice similar to that found in a drill-and-practice software, but structure it in a game format, with rules and a competitive environment.
Integrated learning systems ¹³	Integrated learning systems offer complete, networked instructional, assessment and management packages.
Problem-solving software	Problem-solving software requires logical thinking on the part of students and assumes that some previous concept development has taken place.
Reference software	Reference software brings together great amounts of facts and illustrates them with a variety of media elements, such as graphics, animations, video and audio.
Simulation software	Computer simulations allow students to experience real-life events in the safety of the classroom.
Tools software	Software tools are not as content specific as other type of software, meaning students and teachers can use them across the curriculum to manage all types of information.
Tutorial software	Tutorials attempt to aid concept development by carefully presenting instruction and feedback. This presentation of instruction differs from drill-and-practice software, which provides only practice and assessment. After the tutorial portion of a lesson has been presented, drill-and-practice exercises are offered.
Web-based software	The programs are designed to be used entirely online.

Tableau 2 : Classification du livre *Using Technology in the Classroom* (Bitter, 2005)

Tous les types de logiciels sont ici répertoriés sans aucune référence à des théories de l'apprentissage. C'est l'usage que peut faire l'enseignant de ces produits qui est privilégié

¹² Bitter cite notamment Mc Coy (1996) pour justifier l'usage de l'informatique en mathématiques.

¹³ Un exemple à l'adresse : www.wasatchnet.com/welcome.html.

sans proposer d'aller vers tel ou tel type de logiciels en priorité. L'enseignant qui utilise des logiciels dans son enseignement doit être avant tout « an effective facilitator of software use in the classroom » (Bitter, 2002, p. 145). Pour cela, il doit être capable de différencier le plus clairement possible les logiciels présents sur le marché de l'éducation et de donner un sens à tous les termes qui sont utilisés pour décrire les logiciels dans le monde de l'éducation. Les descriptions des types de logiciels ne sont pas exclusives ; elles sont censées décrire la réalité.

Les tableurs, les logiciels de géométrie dynamique, les logiciels de calcul formel sont considérés comme des outils, « tools software », et, selon l'usage, peuvent aussi être vus comme des logiciels pour la résolution de problèmes, « problem-solving software ». Des exemples de résolutions de problèmes sont présentés dans le chapitre quatorze avec LOGO et un tableur (Ibid., p. 238). Les « reference software » sont les encyclopédies et tous les produits qui sont conçus comme des sources d'informations ; les logiciels de simulations, « simulation software », sont, entre autres, les logiciels d'EXAO¹⁴. Aujourd'hui, presque tous les logiciels peuvent être utilisés en ligne et peuvent donc être classés dans la catégorie des logiciels en ligne, « web-based software ». Par exemple le logiciel de géométrie dynamique et d'analyse Geogebra¹⁵ n'a pas besoin d'être installé sur l'ordinateur de l'utilisateur et peut être utilisé directement en ligne.

Les « drill-and-practice », ou exercices en français, sont des logiciels centrés avant tout sur la correction rapide des activités réalisées par l'élève. Chaque logiciel est conçu autour d'un sujet d'apprentissage et l'élève utilise le logiciel pour s'entraîner sur ce sujet. Ce sont les premiers types de logiciels qui sont apparus sur le marché dès les années 70 et leur origine behavioriste a fait qu'ils étaient aussi connus comme des logiciels « drill and kill » (Ibid., p. 147) ! Certains de ces logiciels ont une forme plus ludique et sont appelés dans ce cas « Instructional game software ».

Les logiciels du type « Integrated learning systems » sont des systèmes complets pour l'ensemble de l'école qui sont basés sur une démarche très linéaire de l'apprentissage de type behavioriste. L'élève travaille par bloc d'activités ; il peut passer à un bloc suivant s'il a validé le bloc sur lequel il travaille. Les tests proposés sont conçus pour être un entraînement aux examens locaux ou nationaux et ces systèmes doivent permettre à l'élève de suivre

¹⁴ Expériences Assistées par Ordinateur.

¹⁵ www.geogebra.at

l'évolution de son niveau par rapport aux futurs examens. Ces logiciels sont très présents en Amérique du Nord et pratiquement absent en France.

Les logiciels tutoriels ou tuteurs, « tutorial software », diversifient les activités qu'ils proposent : explications, descriptions, cours, problèmes, illustrations graphiques. C'est dans ce sens notamment qu'ils diffèrent des logiciels du type drill-and-practice qui eux sont centrés sur la pratique et la répétition. Dans un logiciel tuteur, après une présentation tutorielle de la connaissance, des exercices sous forme drill-and-practice peuvent être proposés. Les logiciels tutoriels sont de plusieurs types : « basic tutorial », « linear tutorial », « branching tutorial » (Ibid., p. 157). Un logiciel est considéré comme tutoriel s'il permet à l'élève d'avoir accès à la gestion, en partie, de son apprentissage.

Tous les logiciels qui sont présents dans l'école peuvent être considérés comme faisant partie d'une ou plusieurs catégories présentées dans ce livre. Nous remarquons que la place des logiciels qui prennent en charge le travail de l'élève y est assez prédominante dans ce livre. Cette idée de prise en charge du travail de l'élève va maintenant être précisée dans un cadre plus théorique, celui de la recherche sur les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain.

I.4.4 - Les EIAH

La définition générale d'un EIAH provient d'une réflexion et d'un bilan interdisciplinaire rédigé dans le cadre du CNRS :

Un Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain (EIAH) est un environnement informatique conçu dans le but de favoriser l'apprentissage humain, c'est-à-dire la construction de connaissances chez un apprenant.

Ce type d'environnement mobilise des agents humains (élève, enseignant, tuteur) et artificiels (agents informatiques, qui peuvent eux aussi tenir différents rôles) et leur offre des situations d'interaction, localement ou à travers les réseaux informatiques, ainsi que des conditions d'accès à des ressources formatives (humaines et/ou médiatisées), ici encore locales ou distribuées. La machine peut avoir différents rôles (non mutuellement exclusifs) : outil de présentation de l'information (typiquement, un hypermédia), outil de traitement de l'information (typiquement, un système de base de connaissances résolvant les exercices avec l'élève) ou outil de

communication entre l'homme et la machine ou entre les hommes à travers les machines. (Tchounikine, 2002, p. 1)¹⁶

Dans une note sur la recherche sur les EIAH, Nicolas Balacheff nous rappelle les principes qui ont guidé la conception, le développement et l'évaluation des EIAH (Balacheff, 2001).

D'une part, la modélisation de la connaissance est un des premiers aspects qui est pris en compte à travers les phénomènes de transposition informatique. La difficulté est de comprendre les formes informatisées de représentation des objets de savoir représentés avec un ordinateur. Par exemple, un élève trace un triangle quelconque sur la feuille de son cahier, il a tracé un unique triangle et son aspect quelconque doit faire partie d'une image conceptuelle non reliée à la figure. Si ce même élève doit tracer un triangle quelconque dans l'environnement d'un logiciel de géométrie dynamique, il dispose alors d'un triangle dont la position n'est cette fois plus unique et a donc accès, visuellement, à l'aspect quelconque du triangle grâce à des manipulations avec le logiciel. Le concept de triangle quelconque est présent dans les deux environnements et il doit être didactiquement analysé comme un phénomène de transposition informatique.

La nécessaire prise en compte de l'univers externe à l'environnement informatique, de l'univers interne qu'est l'ordinateur et de l'interface avec l'élève complexifient terriblement la création de tels systèmes d'apprentissages.

L'essentiel de la conception et du développement d'un EIAH met en jeu une modélisation de la connaissance, voire du raisonnement. Cela est vrai que la problématique soit ou non spécifiquement et explicitement celle de l'Intelligence Artificielle. (Balacheff, 2001, p. 2)

Le développement des EIAH n'intègre pas toujours explicitement les démarches du monde de l'Intelligence Artificielle. Mais tous les concepteurs d'un EIAH doivent se poser la question de la modélisation de la connaissance pour que celle-ci y soit présente. Une distinction entre les logiciels utilisés pour l'apprentissage se situe donc au niveau du questionnement explicite ou implicite provenant de l'intelligence artificielle. Il est possible de voir dans cette remarque l'intégration plus générale de nombreux produits en tant qu'EIAH et, en particulier, les logiciels qui proviennent de l'EAO.

¹⁶ Document Platon-1 qui est une synthèse de travaux menés par le groupe pluridisciplinaire composé de M. Baker, N. Balacheff, M. Baron, A. Derycke, D. Guin, J.F. Nicaud, P. Rabardel, P. Tchounikine ; ce groupe a bénéficié d'échange avec : M. Artigue, E. Bruillard, . Desmoulins, M. Grandbastien, C. Halluin, J.M. Labat, P. Leroux, V. Luengo, D. Py.

La prise en compte de l'apprenant apparaît comme une autre composante fondamentale de la recherche sur les EIAH. De nombreux chercheurs poursuivent leurs travaux¹⁷ sur ce thème. Prendre en compte le sujet qui évolue dans son apprentissage et, en même temps, faire évoluer l'environnement informatique est décrit comme « une double dynamique qui est le principal verrou des recherches actuelles sur les EIAH. » (Ibid., p. 4)

Un autre aspect essentiel dans les EIAH concerne la modélisation de l'interaction didactique. « C'est tout le problème de la distinction entre initiative de l'élève et directivité du système. » (Balacheff, 1994). Cette problématique est au cœur du métier d'enseignant. Quel professeur a connu la certitude de réagir au bon moment lorsqu'un élève est en plein travail et rencontre des difficultés ? Faut-il le laisser chercher tranquillement sans intervenir et prendre le risque de le voir se démobiliser trop rapidement ? Ou bien, faut-il lui donner ce petit « coup de pouce » qui va lui permettre de ne pas se sentir « largué » par le reste de la classe ? Il n'est jamais possible en situation réelle d'enseignement d'être sûr de soi et la réaction n'est jamais idéale. L'interaction didactique entre le professeur et l'élève, celle qui existe entre le professeur et la classe, ainsi qu'entre les élèves, toutes ces interactions complexifient à l'infini l'acte d'enseigner. Balacheff nous propose un axe qui va, de façon continue, de la réaction à la moindre erreur, à la recherche personnelle libre dans un environnement particulier. Ce qui donne, dans le cadre de système ou d'environnement dont le but est l'apprentissage :

Tuteur : il se base sur le dialogue tutoriel qui est un accompagnement directif (...) qui ne tolère pas les erreurs. Les critiques à ce modèle se basent sur le fait que l'apprentissage est réduit à une sorte de dressage aux réactions du tuteur.

Micromonde : ce système laisse toute l'initiative à l'élève ; sa seule contrainte est l'utilisation d'une syntaxe et d'un lexique précis. Les critiques insistent sur le manque évident de buts et de contrôle de l'activité.

Coach ou découverte guidée : il laisse une liberté apparente ; il n'y a pas de feedback systématique aux erreurs de l'élève, toutefois certaines règles permettent au système de planifier l'interaction, en fonction des comportements de l'apprenant, pour rejoindre des buts. (Ibid.)

En ce qui concerne le continuum que nous propose Nicolas Balacheff qui va de l'absence d'initiative pour le tuteur à la liberté totale pour le micromonde, la question du continu se pose. Un micromonde ne peut pas devenir un tuteur par une suite de transformations continues car cela nécessiterait la création, à partir d'une certaine étape, d'un tuteur pour que

¹⁷ Le projet Lingot par exemple au sein du laboratoire DIDIREM pour analyser les interactions dans les EIAH.

l'élève soit suivi individuellement. Entre le moment où le micromonde est créé et le moment où le tuteur est ajouté pour personnaliser l'usage du micromonde, il ne peut y avoir de continuité : il y a avant la création du tuteur et il y a après la création du tuteur. Nous pouvons par contre imaginer différents types de tuteurs et le continuum va du tuteur totalement directif et qui ne laisse aucune marge de liberté à l'apprenant à celui qui met en place une découverte guidée et qui laisse à l'apprenant une marge de liberté non négligeable.

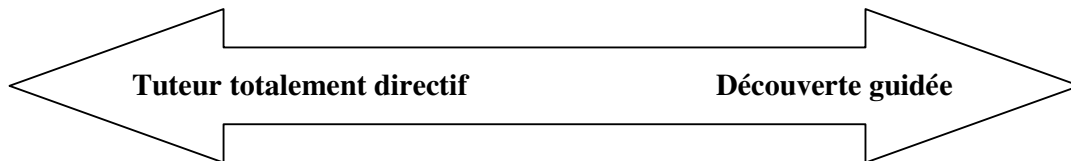


Figure 7 : Axe Tuteur

Même si « le problème du guidage d'un apprentissage ne peut pas se réduire à la question du choix entre un tuteur très directif et la découverte guidée » (Balacheff, 2001, p. 5), cette différenciation des interactions didactiques va nous permettre de caractériser, en partie, les logiciels de notre étude.

I.5 - Les Logiciels Tuteurs Fermés ou LTF

Nous allons maintenant faire le bilan de ces diverses classifications, ce qui va nous permettre de préciser le vocabulaire utilisé dans la suite de notre travail.

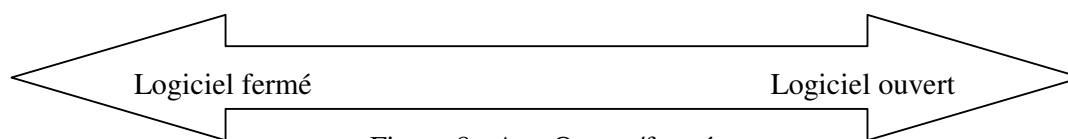
I.5.1 - Les logiciels tuteurs et les logiciels fermés

Les différentes approches et classifications que nous venons de rencontrer nous permettent de faire plusieurs remarques. Premièrement, le terme de tuteur traverse les âges et les pays. Il est tantôt associé à l'intelligence souhaitée des systèmes informatiques, tantôt utilisé seul.

Nous considérons que le terme tuteur décrit des environnements informatiques qui guident, plus ou moins, l'apprenant dans son apprentissage. Le terme de tuteur permet de décrire un logiciel qui prend en charge le travail de l'élève en gérant ses résultats ainsi que l'évolution de ce travail, en lui proposant une certaine diversité d'approche avec des leçons, des problèmes, des exercices variés sur un ensemble de savoirs suffisamment conséquent. Il se différencie du *drill-and-practice* justement par cette diversité et par l'ensemble des savoirs qu'il traite même s'il peut intégrer certaines activités du type exerciceur. Selon que le guidage de l'apprenant est

plus ou moins strict, le tuteur est plus ou moins directif. La dénomination de tuteur est donc en rapport à la gestion de l'apprenant.

Le cadre de notre travail correspond au titre du livre de Gary Bitter : *Using technology in the classroom* (2007). C'est effectivement l'utilisation de la technologie dans la classe qui nous intéresse même si la classe peut être entendue dans un sens assez large. Nous avons trouvé un terme qui décrit la gestion de l'apprenant et nous avons besoin d'un autre terme qui décrit celui qui gère l'apprentissage, en général, le professeur. Nous considérons, comme dans la classification du laboratoire TECFA, qu'un logiciel est totalement ouvert si son langage de commande est accessible au professeur pour que celui-ci puisse gérer le travail de l'élève comme il le désire : texte des exercices, évaluation, réponses aux questions, organisation du travail, enfin tout ce qui permet à l'enseignant de laisser libre cours à sa créativité pédagogique et didactique. À l'inverse, un logiciel est totalement fermé si l'enseignant ne peut avoir accès à aucune partie du logiciel, pas plus pédagogique que didactique. Nous pouvons ainsi faire apparaître un continuum qui va du logiciel totalement ouvert où l'enseignant doit tout créer, au logiciel entièrement fermé où l'enseignant n'a aucune marge de manœuvre, tant au niveau de la gestion des organisations pédagogiques que des organisations didactiques.



Des logiciels tuteurs peuvent donc être des tuteurs fermés ou des logiciels de découvertes guidées ouverts. Nous allons maintenant vérifier que les logiciels de notre étude sont des tuteurs fermés.

I.5.2 - Les logiciels de l'étude

Nous aurions pu essayer de répondre à notre questionnaire provenant de l'usage de *Smao* par l'analyse exclusive de ce logiciel puisque c'est avant tout celui-ci qui est à la base de notre démarche. Mais, l'évaluation dans l'absolu, sans un référentiel, n'est pas possible. Et le référentiel se crée à partir de références, d'où la comparaison. Notre travail de recherche doit déboucher sur un référentiel, sur une méthode, utilisable par les utilisateurs de tuteurs fermés pour l'apprentissage des mathématiques, en essayant le plus possible de se libérer de la

référence au travail idéal que devrait fournir dans les mêmes conditions l'Enseignant idéal. Nous suivons plutôt la démarche de Balacheff quand il précise :

Une option, fréquemment mentionnée dans la littérature, est celle qui préconise d'observer et de modéliser les bons enseignants ou les bons formateurs (repérer les « best cases »). Mais je pense que cette voie se heurtera vite à une limite de principe : les pratiques des enseignants sont adaptées à la gestion de larges groupes aux structures sociales complexes et à des systèmes de contraintes liés à la place des institutions scolaires dans la société (je mentionne ici l'enseignant et l'école, mais la remarque serait la même pour d'autres institutions et d'autres agents didactiques). Or le contexte d'apprentissage que constitue un EIAH a peu de chose à voir avec la classe ou le stage de formation, sa place dans le dispositif de formation ne peut être simplement ramenée à celle de l'enseignant ou du formateur.

Une autre voie serait de considérer que les enseignants et les formateurs sont des agents particuliers, en charge de « faire apprendre », et que les EIAH sont d'autres instances de tels agents, avec d'autres caractéristiques. La question devient alors celle de savoir ce qui caractérise les interactions qui permettent un apprentissage en référence à un enjeu d'apprentissage et sous des contraintes précisées. (Balacheff, 2001, p. 4)

Notre travail consiste aussi à définir les « autres caractéristiques » des tuteurs fermés, quelquefois sans lien avec le travail classique de l'enseignant dans l'institution principale, et, dans ce cas, il nous faut expliciter l'institution dans laquelle l'élève travaille avec l'EIAH.

Un logiciel est un tuteur si, pour l'élève :

- le logiciel évalue son travail et gère ses résultats ;
- le logiciel suit l'évolution de son travail ;
- le logiciel lui propose de travailler un ensemble de compétences suffisamment conséquent.

Un logiciel est fermé si, pour le professeur :

- le logiciel ne permet pas l'accès à la gestion pédagogique du travail de l'élève ;
- le logiciel ne permet pas l'accès à la gestion didactique du travail de l'élève ;

Tableau 3 : Caractéristiques d'un Logiciel Tuteur Fermé

Avant de définir les cadres qui vont nous permettre de répertorier les caractéristiques des Logiciels Tuteurs Fermés, ou LTF, nous allons décrire dans une première approche les quatre logiciels de notre étude et expliquer les raisons pour lesquelles nous les considérons comme des LTF c'est-à-dire d'une part, comme des logiciels tuteurs qui prennent en charge le travail de l'élève en gérant ses résultats ainsi que l'évolution de ce travail et en lui proposant des problèmes, des exercices variés sur un ensemble de savoirs suffisamment conséquent ; et,

d'autre part, comme des logiciels fermés car le professeur ne peut pratiquement pas avoir accès aux programmes de commande des logiciels.

a - Smao

Voici la présentation qui est faite de la nouvelle version du logiciel *Smao* sixième version 3 de 2005 sur le site de l'éditeur Chrysis : c'est « le logiciel le plus utilisé en France pour le soutien en Mathématiques au collège. »¹⁸ C'est aussi le logiciel que nous utilisons depuis 1989 et qui est la base de notre questionnement. La dernière version se présente sous la forme suivante lorsque le logiciel est lancé par l'élève.



Figure 9 : L'entrée dans *Smao*

L'élève entre ou crée son propre code, choisit un chapitre, puis un sous chapitre, enfin une activité dans laquelle il doit réaliser quatre parties : la *Découverte* symbolisée par un œil, la

¹⁸ Description du logiciel sur le site : www.chrysis.com

Leçon symbolisée par un crayon et une gomme, l'*Exercice* par deux roues dentées, puis le *Jeu* par un dé. Le temps de travail dans l'activité est toujours visible.

Voici l'ensemble des chapitres, sous chapitres et activités qui sont proposés dans *Smao* sixième, sans la partie géométrie. Chaque activité est numérotée sous la forme d'un nombre du type $(4n + p)$, avec $p = 1, 2, 3$ ou 0 , pour prendre en compte les quatre parties de chaque activité : D, L, E, J.

<i>Chapitres</i>	<i>Exercices</i>	<i>N° des exercices</i>			
		<i>D</i>	<i>L</i>	<i>E</i>	<i>J</i>
Addition et soustraction	Lettres et chiffres	1	2	3	4
	Graduation, comparaison des décimaux	5	6	7	8
	Tables, calcul mental	9	10	11	12
	Technique	13	14	15	16
Multiplication et division	Tables de multiplication, calcul mental	17	18	19	20
	Technique de la multiplication	21	22	23	24
	Tables de division, caractères de divisibilité	25	26	27	28
	Technique de la division	29	30	31	32
	Expressions numériques	33	34	35	36
Problèmes	1 opération	37	38	39	40
	2 opérations	41	42	43	44
	Niveau supérieur	45	46	47	48
Fractions	Fraction d'une figure	49	50	51	52
	Fraction d'un nombre	53	54	55	56
	Fractions égales	57	58	59	60
	Pourcentages	61	62	63	64
	Echelles	65	66	67	68
Relatifs	Approche	69	70	71	72
	Graduation, comparaison	73	74	75	76
	Repérage dans le plan	77	78	79	80
Graphiques	Histogramme, diagramme en bâtons	81	82	83	84
	Diagramme circulaire	85	86	87	88
	Graphique, proportionnalité	89	90	91	92

Tableau 4 : Chapitres et exercices de *Smao* 6

Le parcours de chaque élève est décrit par un tableau qui reprend les résultats par sous-chapitre des activités en donnant les trois dernières fois où l'activité a été réalisée ainsi que la première fois et la meilleure¹⁹.

¹⁹ Le chapitre V propose une analyse plus détaillée de l'évaluation dans les quatre LTF.

Travaux numériques		Lo			
Nombres, addition et soustraction		6			
ACTIVITES	Première	Avant-avant dernière	Avant dernière	Dernière	Meilleure
Lettres et chiffres	16	-	-	16	16
Graduation, comparaison des décimaux					
Tables, calcul mental					
Technique					

Figure 10 : Gestion du parcours de l'élève dans *Smao*

Pour le logiciel *Smao*, nous pouvons donc constater que :

- Il couvre une grande partie du programme de sixième²⁰;
- il peut être qualifié de tuteur car l'élève est pris en charge individuellement à travers la gestion de ses notes et le nombre de fois où il a fait une activité ou un chapitre ; il y a une réelle diversité de type d'activité qui est proposée avec des problèmes, des découvertes des leçons, des exercices ou des jeux ;
- il est de type assez fermé car le professeur ne peut pas intervenir pour créer des exercices mais il peut quand même organiser le travail de l'élève en proposant un plan de travail composé de quelques exercices précis à faire qu'il programme sous forme de contrat.



Figure 11 : La gestion des contrats dans *Smao*

²⁰ Il en est d'ailleurs de même pour les trois autres niveaux du collège avec les logiciels *Smao 5*, *Smao 4* et *Smao 3*.

Ce logiciel est donc un Logiciel Tuteur Fermé. Nous allons maintenant constater que les trois autres logiciels de notre étude font aussi partie de cette catégorie même si de nombreuses différences apparaissent.

b - LiliMath

Le projet a été lancé en 1994 et le logiciel a commencé à être diffusé de façon assez importante à partir de 1997. Le logiciel est téléchargeable en ligne²¹. Il propose des exercices qui traitent de l'ensemble du programme du collège en un seul logiciel à la différence de *Smao* qui propose un logiciel différent par niveau. Les élèves s'inscrivent et créent un mot de passe.



Figure 12 : Code dans *LiliMath*

Une fois que l'élève a entré son code après l'avoir créé ou retrouvé dans une liste, il a accès à tous les exercices du logiciel qui portent sur l'ensemble du collège. Les quatre niveaux du collège sont répertoriés par les numéros 1, 2, 3 et 4.

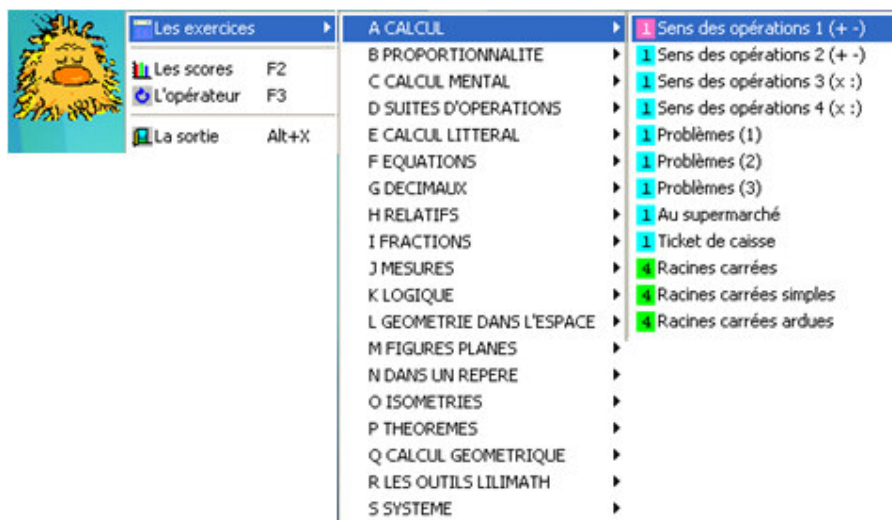


Figure 13 : Chapitres et activités dans *LiliMath*

²¹ L'adresse du site est : <http://lilimath.free.fr>.

Voici le détail du contenu des chapitres présents dans *LiliMath* au niveau 1, c'est-à-dire en sixième au début du secondaire, sans les chapitres en relation avec la géométrie.

<i>Chapitres</i>		<i>Exercices</i>	<i>N°</i>	<i>Formes</i> ²²
A	CALCUL	Sens des opérations 1 (+ -)	1	2
		Sens des opérations 2 (+ -)	2	2
		Sens des opérations 3 (x :)	3	2
		Sens des opérations 4 (x :	4	2
		Problèmes (1)	5	2
		Problèmes (2)	6	2
		Problèmes (3)	7	2
		Au supermarché	8	2
		Ticket de caisse	9	2
B	PROPORTIONNALITE	Étiquettes	10	2
		Produit en croix	11	4
		Proportionnalité(1)	12	2
		Pourcentages et croix	13	4
		Pourcentages faciles	14	4
		Pourcentages(1)	15	7
C	CALCUL MENTAL	Tables d'addition	16	1
		Tables de soustraction	17	1
		Tables de multiplication	18	1
		Tables de division	19	1
		Mélange de tables	20	1
		Dédale Opérations	21	3
		Additions à 2 chiffres	22	1
		Soustractions à 2 chiffres	23	1
		Multiplications à 2 chiffres	24	1
D	SUITE D'OPERATIONS	Nourriture !	25	5
		Le compte est bon	26	15
		Expression algébriques (1)	27	14
G	DECIMAUX	Chèques en francs	28	11
		Chèques en euros	29	12
		Décimales	30	13
		Dédale Décimaux	31	3
		Multiplier par 10, 100	32	1
		Diviser par 10,100	33	1
		Multiplier par 0.1, 0.01	34	1
		Diviser par 0.1,0.01	35	1
		Mélange	36	1

²² Les captures des différentes formes des exercices sont disponibles en annexe.

		Additions de décimaux	37	1
		Soustractions de décimaux	38	1
H	RELATIFS	Dédale Relatifs	39	3
I	FRACTIONS	Simplifier une fraction	40	1
		Multiplier par une fraction	41	1
		Fractions et parts	42	9
		Fractions (QCM)	43	10
		Cocktail	44	6
		Additions de fractions	45	1
		Soustractions de fractions	46	1
		Problèmes de fractions (1)	47	2
		Correspondance de fractions (1)	48	8

Tableau 5 : Chapitres et exercices dans *LiliMath*

Les travaux sont évalués et l'élève a accès à ses résultats où sont indiqués le chapitre, le titre de l'activité ainsi que le nombre d'essais.

Scores de Souhard Laurent zéro				
	Thème	Programme	Nb Essais	Résultat
1	paved	QCM3	1	90
2	para	IMMEUBLE	1	100
3	EQUAA	MENTA	1	92
4	equa0	MISEEQUA	1	10
5	Facile	PTHESE	2	72
6	Addition	OPERATER	1	20
7	Mix +-	OPERATER	1	10
8	Mix +x	OPERATER	1	10
9	source5	FACTEDEV	1	30

Figure 14 : Suivi des élèves dans *LiliMath*

Le site de *LiliMath* propose toute une série d'outils de création d'exercices indépendants du logiciel tuteur, qui ne rentrent pas dans notre étude et qui sont aujourd'hui informatiquement dépassés. En général, le logiciel est utilisé de façon fermée, mais un professeur expert en informatique peut changer le texte de certains exercices en suivant une procédure décrite par les auteurs car le code informatique du logiciel est accessible. Dans une utilisation de base, *LiliMath* respecte donc les caractéristiques d'un tuteur fermé. *LiliMath* et *Smao* apparaissent dans l'étude de l'INRP citée plus haut (INRP, 2001) et sont parmi les logiciels les plus cités par les enseignants²³.

²³ Voir tableau 1 de l'introduction, p. 9.

c - Tdmaths

Ce logiciel de chez Odile Jacob Multimédia est testable directement en ligne²⁴. Il couvre toute la partie numérique du programme de collège en un seul logiciel. Un autre logiciel, *Tdgeometry* propose la partie géométrique du programme de collège. *Tdmaths* a été créé en 2000 et a provoqué de nombreuses réactions dont une étude du département de la Vienne dans 60 collèges. Une recherche sur la motivation des élèves par le Laboratoire Langage et Cognition de l'université de Poitiers (Dinet, Rouet, 2004) et un article dans la revue *Les cahiers pédagogiques* (novembre 2004, n°427) ont aussi été réalisés. L'inspection générale cite aussi ce logiciel dans un rapport (IG, 2002, p. 3). C'est un logiciel nécessitant un réseau pour fonctionner. Pour cela, un administrateur est nécessaire pour gérer les professeurs et les élèves qu'il inscrit avant toute utilisation. Le menu enseignant permet à celui-ci d'analyser le travail de l'élève ou d'une classe ainsi que d'organiser le travail de ses élèves.

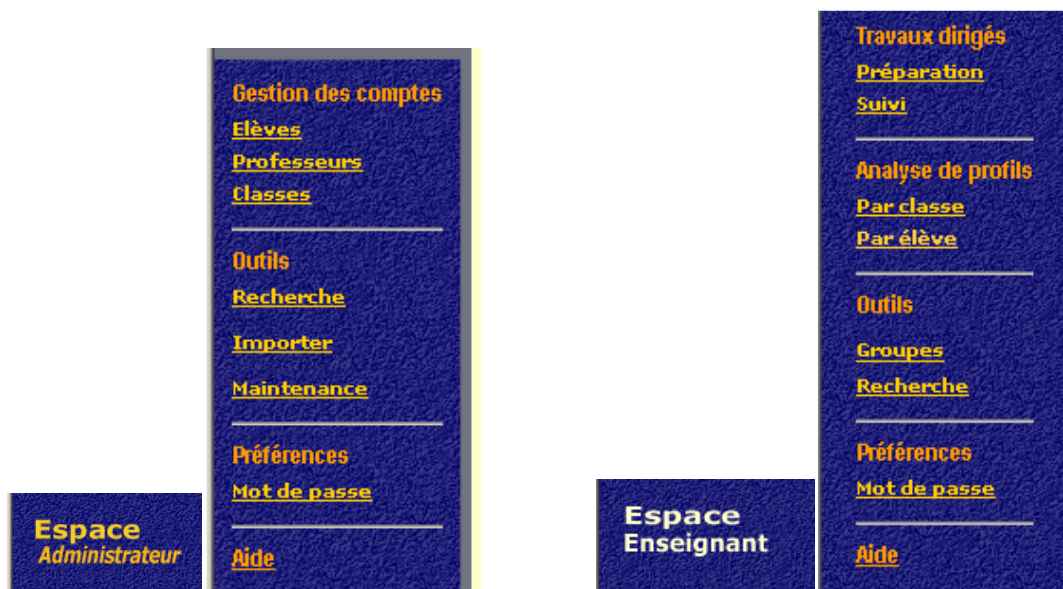


Figure 15 : Menus des espaces enseignant et administrateur de *Tdmaths*

L'élève entre dans le logiciel par un identifiant et un code.



Figure 16 : Code dans *Tdmaths*

Il a ensuite accès à une présentation de l'ensemble d'un niveau sous la forme d'un parcours.

²⁴ www.tdmaths.com

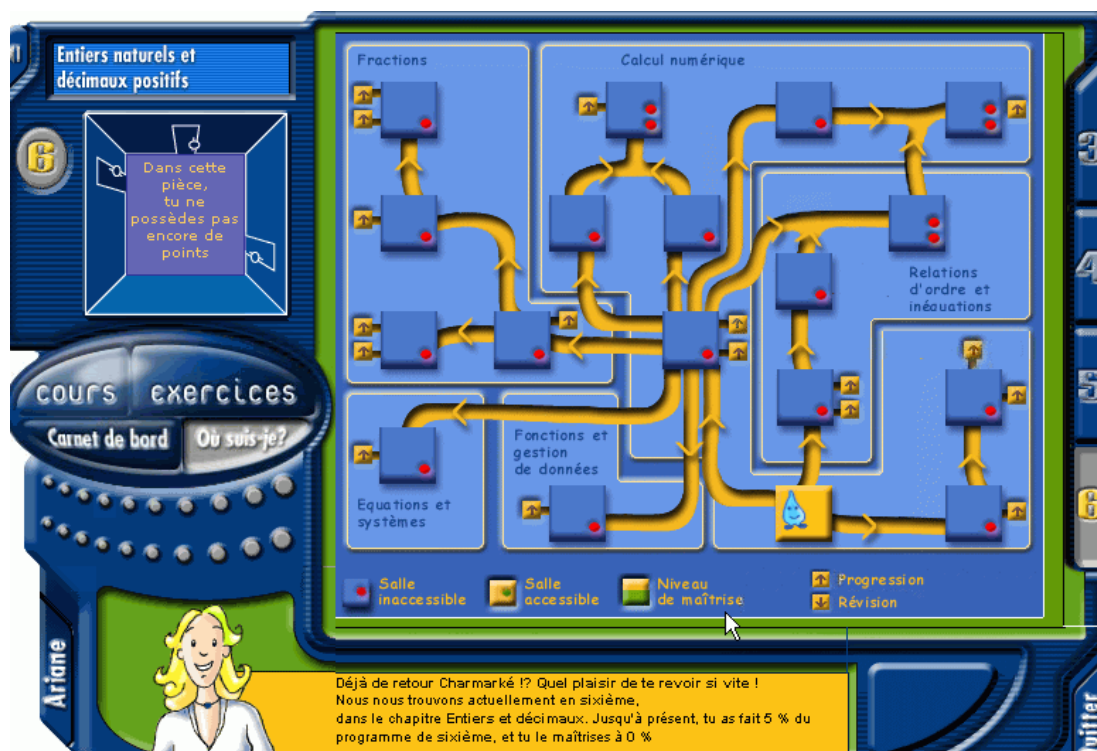


Figure 17 : Accueil de l'élève dans Tdmaths par niveau

Les petits carrés représentent les modules : ceux qui sont en jaune sont accessibles à l'élève et ceux qui sont en bleu ne le sont pas. C'est au professeur de décider de cette accessibilité. Il peut créer un ordre de réalisation des modules dont voici la liste pour la classe de sixième.

Thème	N° du chapitre	Chapitre	Titre des exercices	N° des exercices
Calcul Numérique	4	Les 4 opérations arithmétiques	Vocabulaire 1	1
			Vocabulaire 2	2
			Calculs 1	3
			Propriétés et calcul	4
			Devinette	5
			Calculs 2	6
Fractions	10	Écriture fractionnaire	Numérateur et dénominateur	7
			Écrire une division en fraction	8
			Écrire une fraction en division	9
			Écrire un entier en fraction	10
			Quelle est la bonne écriture	11
			Écrire un décimal en fraction	12
	11	Différentes écritures fractionnaires	Quelle est la mauvaise écriture	13
			Rendre deux fractions égales 1	14
			Choisis la fraction égale	15
			Propose une fraction égale 1	16
			Rendre deux fractions égales 2	17

	12	Interprétation géométrique des fractions	Propose une fraction égale 2	18
			Reconnaître graphiquement une fraction 1	19
			Partager une ficelle	20
			Reconnaître graphiquement une fraction 2	21
			Fractions usuelles	22
			Fraction de segment	23
			Dessiner une fraction	24
	13	Prendre une fraction de ...	Quelle opération effectuer ?	25
			Fractions usuelles	26
			Complète le calcul	27
			Récipient et capacité	28
			Calcul	29
			Un problème	30
Fonctions & Gestions de données	17	Appliquer un pourcentage	Pourcentages usuels	37
			Calcul de pourcentages usuels 1	38
			Calcul de pourcentages usuels 2	39
			Retrouve le pourcentage	40
			Calcul de pourcentage	41
			Un problème	42
Équations & Systèmes	18	Expressions à trous : niveau 1	Retrouve la bonne égalité	31
			Addition à trou	32
			Quel est le bon résultat ?	33
			Soustraction à trou	34
			Quel est le bon énoncé ?	35
			Multiplication à trou	36
Calcul Numérique	6	Tables de multiplication	Les tables 1	43
			Multiples 1	44
			Les tables 2	45
			Multiples 2	46
			Les tables 3	47
			Calcul mental	48
	5	Division euclidienne	Vocabulaire 1	49
			Vocabulaire 2	50
			Divisibilité	51
			Calcul	52
			Où est le diviseur ?	53
			Un problème	54
	7	Divisibilité : Étude Pratique	Devinette 1	55
			Divisibilité 1	56
			Divisibilité par 2, 3 ou 5	57
			Devinette 2	58
			Divisibilité par 2, 3, 5 ou 9	59
			Devinette 3	60
	8	Calcul mental 1	Addition de 3 termes	61
			Produits de 3 facteurs	62

Relation d'ordre & Inéquations			Addition de 4 termes	63
			Produits de 4 facteurs	64
			Addition chronométrée	65
			Produit chronométré	66
	9	Méthodologie : Calcul niveau 1	Effectue une opération	67
			Calcule un ordre de grandeur	68
			Opération et ordre de grandeur	69
			Opérations enchaînées	70
	1	Entiers naturels et décimaux positifs	Partie décimale ou entière ?	71
			Nombre entier ou décimal ?	72
			Écriture d'un nombre 1	73
			Écriture d'un nombre 2	74
			Écriture d'un nombre 3	75
			Écriture d'un nombre 4	76
	2	Nombres relatifs	Où est le signe ?	77
			Propose un nombre ...	78
			Thermomètre, ascenseur, etc.	79
			Lire sur une droite graduée	80
			Écrire sur une droite graduée	81
	3	Axes et repères du plan	Lire sur un axe	82
			Écrire sur un axe	83
			Lire sur une axe 2	84
			Écrire sur un axe 2	85
			Lire sur un repère	86
			Écrire sur un repère	87
	14	Comparaisons de décimaux positifs	Les mêmes chiffres	88
			Chercher un nombre	89
			Comparer	90
			Chercher un autre nombre	91
			Ranger dans l'ordre	92
			Intercaler un nombre	93
			Intercaler deux nombres	94
	15	Arrondir et tronquer	Une troncature	95
			Comment arrondir ?	96
			Une autre troncature	97
			Un arrondi	98
			Devinette	99
			Un autre arrondi	100
	16	Ordres de grandeur et valeurs approchées	Ordre de grandeur d'un décimal	101
			Ordre de grandeur d'un entier	102
			Ordre de grandeur d'une somme 1	103
			Ordre de grandeur d'un produit 1	104
			Ordre de grandeur d'une somme 2	105
			Ordre de grandeur d'un produit 2	106

Tableau 6 : Chapitres et exercices dans *Tdmaths*

Le professeur a accès à un bilan du travail des élèves où sont pris en compte, en plus des résultats, la date et le temps passé par activité.

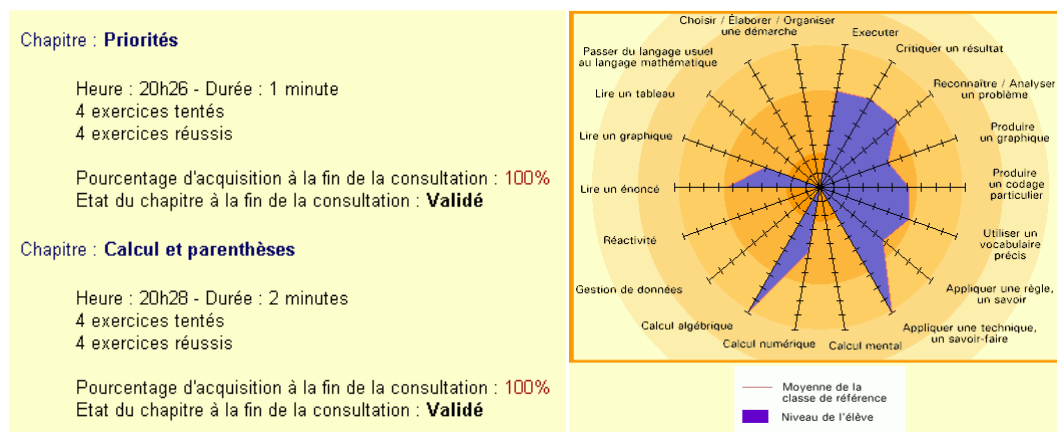


Figure 18 : Gestion des résultats dans *Tdmaths*

Toutes les caractéristiques d'un logiciel tuteur sont présentes dans *Tdmaths*, comme dans *Smao*. Le logiciel peut aussi être utilisé d'une façon totalement fermée même si le professeur a accès à une certaine organisation pédagogique du travail de ses classes et de ses élèves.

d - Les Maths, c'est facile

C'est une collection de l'éditeur de Chambéry Génération 5 qui couvre l'ensemble du programme du collège en deux CD-ROM : un premier pour les classes de sixième et de cinquième et un deuxième pour les classes de quatrième et de troisième. Cet éditeur fait partie de ceux qui sont nommés par les professeurs dans l'étude de l'INRP déjà citée. Nous voulions ajouter un logiciel présenté comme grand public car ils sont de plus en plus présents sur le marché. Les élèves doivent s'inscrire et possèdent alors un mot de passe personnel. L'élève arrive ensuite sur le menu général qui lui donne accès aux différents chapitres du logiciel.

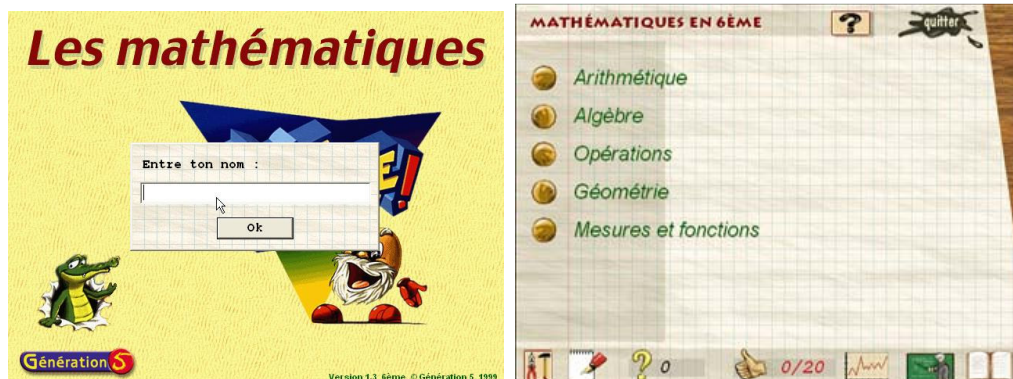


Figure 19 : Entrée et Accueil des élèves dans *Les Maths, c'est facile*

Cinq chapitres composent la partie sixième du logiciel. L'élève a aussi accès à quelques aides sur le fonctionnement du logiciel ainsi qu'à des pages de cours rédigées par chapitre. L'ensemble des activités proposées dans chaque chapitre est présenté dans le tableau suivant.

Chapitres	Exercices	N° de l'exercice
Arithmétique	Lire et écrire les nombres entiers	1
	Comparer et ranger les nombres entiers	2
	Lire et écrire les nombres décimaux	3
	Comparer et ranger les nombres décimaux	4
	Problèmes simples	5
	Divisibilité	6
	Tableaux et schémas	7
	Situations de proportionnalité	8
	Problèmes complexes	9
	Les fractions	10
	Les pourcentages	11
	Les nombres relatifs	12
Algèbre	Des lettres et des formules	13
	Calculs d'expressions algébriques I	14
	Équation $a + x = b$	15
	Équation $ax = b$	16
	Mise en équation d'une situation	17
	Calculs d'expressions algébriques II	18
	Calculs d'expressions algébriques III	19
	Résoudre une équation (synthèse)	20
Opérations	Addition et soustraction : entiers et décimaux	21
	Multiplication et division des nombres entiers	22
	Multiplication et division des nombres décimaux	23
	Multiplier par 10, 100, 1000 ...	24
	Multiplier par 0,1, 0,01, 0,001 ...	25
	Multiplier par 4, 5, 8, 11	26
	Diviser par 4, 5, 20	27
	Calculs en ligne	28
	Opérations simples sur les fractions	29
	Calcul approché, ordre de grandeur, comparaisons	30

Tableau 7 : Chapitres et exercices dans *Les Maths, c'est facile*

Une grande partie du programme de début de collège est présente dans ce logiciel avec une certaine diversité de présentation des activités. A partir du menu principal, l'élève a accès à un bilan de son travail. Les résultats sont exprimés par chapitre sans détail sur les exercices.

RÉSULTATS					MENU
Exercice	Note	Questions	Aide	Progression	
Arithmétique	15 / 20	19	1	<div><div></div></div>	
Algèbre	12 / 20	8	0	<div><div></div></div>	
Opérations	----	---	---		

Figure 20 : Résultats du travail de l'élève

Au niveau de l'élève, ce logiciel peut être considéré comme tuteur car il propose des activités sur un ensemble suffisamment vaste de savoirs de la classe de sixième et il prend en charge le travail de l'élève. C'est un logiciel grand public qui n'est pas prévu pour être utilisé en classe mais à la maison avec les parents. Il est totalement fermé car le professeur n'a accès à aucune partie du logiciel, ni sur le plan pédagogique, ni sur le plan didactique.

I.6 - Conclusion

Les oppositions entre Seymour Papert et Burrhus Frederic Skinner ont été si fortes que leurs divergences se ressentent aujourd'hui. D'un côté l'ordinateur doit proposer un objet de découverte que l'élève doit apprendre à programmer. La démarche est basée sur le postulat piagétien que le savoir de l'élève ne peut provenir que d'une construction personnelle, propre à chaque apprenant. À partir d'une démarche théorique, le constructionnisme, qui provient du constructivisme de Piaget, Papert va concevoir la démarche propre au logiciel LOGO, que nous retrouvons dans de nombreux écrits sur tous les micromondes conçus depuis cette époque : c'est par l'invention et l'expérimentation que l'élève peut construire son savoir. Cette démarche est souvent perçue comme exclusive de toute autre démarche. De l'autre côté, Skinner fait le constat d'un dysfonctionnement du système scolaire et se place en expérimentateur pour imaginer et construire des solutions d'enseignement et d'apprentissage plus efficaces. Il se concentre sur les renforcements qui sont pour lui nécessaires à tout apprentissage et il conçoit un enseignement programmé, géré par des machines, pour produire suffisamment de ces renforcements dans le cadre d'un enseignement de masse. Les deux démarches n'aboutissent, ni l'une, ni l'autre, à des résultats incontestables. Mais chaque nouvelle expérience d'usage de la technologie dans l'enseignement se doit de se placer dans une des deux filiations, explicitement pour les uns et souvent implicitement pour les autres. L'EAO a encore du mal à assumer sa filiation avec Skinner, les machines à enseigner et la linéarité de l'enseignement propre à ses machines. Mais l'EAO n'a jamais disparu des écoles, collèges ou lycées. Bien au contraire, il fait maintenant partie de la culture de l'école et un de ces plus vieux représentants, *Smao*, fait partie des logiciels les plus cités par les enseignants de mathématiques en collège. Ces logiciels, que nous décrivons comme des tuteurs fermés, ont une place dans la vie des élèves et nous devons comprendre cette position. La présentation des cadres théoriques dans le prochain chapitre va nous permettre de poser notre discours en proposant une démarche dont le but est de déceler les potentialités des LTF, en tant qu'institution pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques.

Chapitre II - Les cadres théoriques

II.1 - Introduction

Reprenons un texte déjà cité de Balacheff :

Une option, fréquemment mentionnée dans la littérature, est celle qui préconise d'observer et de modéliser les bons enseignants ou les bons formateurs (repérer les « best cases »). Mais je pense que cette voie se heurtera vite à une limite de principe : les pratiques des enseignants sont adaptées à la gestion de larges groupes aux structures sociales complexes et à des systèmes de contraintes liées à la place des institutions scolaires dans la société (je mentionne ici l'enseignant et l'école, mais la remarque serait la même pour d'autres institutions et d'autres agents didactiques). Or le contexte d'apprentissage que constitue un EIAH a peu de chose à voir avec la classe ou le stage de formation, sa place dans le dispositif de formation ne peut être simplement ramenée à celle de l'enseignant ou du formateur.

Une autre voie serait de considérer que les enseignants et les formateurs sont des agents particuliers, en charge de « faire apprendre », et que les EIAH sont d'autres instances de tels agents, avec d'autres caractéristiques. La question devient alors celle de savoir ce qui caractérise les interactions qui permettent un apprentissage en référence à un enjeu d'apprentissage et sous des contraintes précisées. (Balacheff, 2001, p. 4)

Un Logiciel Tuteur Fermé est un EIAH et nous le considérons comme un « agent en charge de faire apprendre » ; nous devons réussir à trouver les cadres théoriques qui vont nous permettre d'explicitier les « autres caractéristiques » de cet agent. En particulier, nous devons caractériser « les interactions qui permettent un apprentissage en référence à un enjeu d'apprentissage et sous des contraintes précisées ». L'enjeu d'apprentissage que nous avons choisi concerne le calcul et sa place dans les LTF de notre étude au début de l'enseignement secondaire. Ce chapitre va être l'occasion de préciser la complexité de l'apprentissage du calcul, qu'il soit arithmétique, numérique ou algébrique. Mais avant d'aborder l'apprentissage des mathématiques, il est nécessaire de présenter un cadre qui va nous permettre de prendre en compte que « le contexte d'apprentissage que constitue un EIAH a peu de chose à voir avec la classe ». Pour aborder les « autres institutions » et les « autres agents didactiques » que peuvent représenter les EIAH, nous avons choisi d'approfondir la notion d'institution à la base de la Théorie Anthropologique du Didactique de Chevallard. Cette théorie, la TAD, est ensuite le cadre qui nous permet de décrire les objets de savoir qui sont les enjeux

d'apprentissage et les contraintes liées à ces enjeux. Ces contraintes font partie de plusieurs domaines que la TAD nous permet d'aborder : pédagogique, didactique, mathématique et ergonomique. Ce chapitre est dédié à la présentation des cadres théoriques qui vont nous permettre par la suite de problématiser l'usage des LTF dans l'apprentissage des élèves en mathématiques.

II.2 - Les institutions

Les institutions scolaires, les institutions d'apprentissage des élèves, les institutions de formations des enseignants, les institutions didactiques : ces expressions sont utilisées dans de nombreux écrits en sciences de l'éducation, comme en didactique ou en sociologie (Bosch, 2002, Chambris, 2008, Sensevy, 1998) et nous souhaitons préciser le sens que nous donnons à ce terme.

II.2.1 - Un premier tour d'horizon

a - Dictionnaires

Nous commençons par des définitions du mot « institution » dans le TLF²⁵ :

1. Action d'instituer, d'établir ; résultat de cette action.
2. Organisme public ou privé, régime légal ou social, établi pour répondre à quelque besoin déterminé d'une société donnée.

Nous retenons de ces définitions qu'une institution est établie pour répondre à un besoin. Une institution a une fonction, ou une finalité, donnée dès son établissement.

Nous trouvons dans le dictionnaire de sociologie (Ferreol, 2002), qu'une institution est régie par un ensemble de règles et qu'elle a une triple fonction :

- ✓ une fonction de socialisation,
- ✓ une fonction de contrôle,
- ✓ une autre de régulation.

b - Philosophie de l'éducation

Ces définitions ne nous suffisent pas et la philosophie de l'éducation, à travers le livre d'Olivier Reboul (1989), va nous permettre de cerner un peu plus le sens de ce terme. Avant tout, une « institution est une réalité humaine, plus précisément sociale » (Reboul, p. 27).

²⁵ Le Trésor de la Langue Française est publié par les éditions du CNRS.

« Chaque institution est relativement autonome (...); mais une institution sans aucune autonomie n'en serait plus une ; elle ne serait qu'une partie d'institution » (Ibid.). Une institution se doit d'être « stable » ou « au moins, régulière » (Ibid.). Il faut remarquer que toute réalité humaine n'est pas une institution : une guerre ou une catastrophe naturelle ne sont pas des institutions.

Une institution est contraignante puisqu'elle exerce une autorité sur ses membres. (...)

Maintenant, cette contrainte n'est pas arbitraire. L'institution est en effet soumise à des règles qui limitent la contrainte tout en la légitimant. Ces règles peuvent être explicites, comme les instructions officielles dans l'enseignement, ou implicites, comme les traditions qui régissent les manières d'enseigner et d'évaluer. (...)

On ne peut comprendre celle-ci (l'institution) que si l'on tient compte du fait qu'elle a toujours une fonction sociale.

On ne peut définir une institution sans tenir compte de sa fonction. (Ibid. p. 28)

Oliver Rebol définit donc l'institution comme étant :

- ✓ une réalité sociale,
- ✓ relativement autonome,
- ✓ stable ou régulière,
- ✓ contraignante selon des règles,
- ✓ spécifique par sa fonction sociale.

c - Sociologie des organisations

La complexité du monde contemporain a multiplié le nombre d'institutions auxquelles les individus ont accès notamment à travers tous les moyens de communication qui leur sont offerts : le *chat* en ligne et les *sms* en sont deux exemples. De nombreux chercheurs s'intéressent de plus en plus à la complexité des organisations et certains essaient de mettre en place des cadres théoriques pour analyser cette complexité. Elinor Ostrom (2005)²⁶ nous rappelle :

The analysis of how institutions are formed, how they operated and change, and how they influence behavior in society has become a major subject of inquiry in politics, sociology and economics.

²⁶ Nous avons découvert ce cadre d'analyse des institutions en fin de travail de thèse et nous n'avons pas cherché à l'adapter à notre recherche. Nous souhaitons malgré tout en signaler l'existence pour des applications futures.

A major problem in understanding institutions relates to the diversity of situations of contemporary life. (Ostrom, 2005, p. 4)

Nous retrouvons chez Ostrom, comme chez Reboul, un des aspects caractéristiques pour définir les institutions, avec le concept de règles : « The concept of rules (in the sense of regulation) is central to the analysis of institutions » (Ostrom, 2005, p. 16). Elle en fait un des aspects centraux de son cadre théorique construit pour mieux comprendre la structure des institutions et elle précise :

It is also important to recognize that rules need not to be written. Nor do they need to result from legal procedures. Institutional rules are often self-consciously crafted by individuals to change the structure of repetitive situations that they themselves face in an attempt to improve the outcomes that they achieve. (Ibid., p. 18)

En sociologie des organisations comme en philosophie de l'éducation, ce concept de règles, implicites ou explicites, est nécessaire pour comprendre le fonctionnement des institutions.

Nous allons poursuivre notre description de ce que peuvent être des institutions avec la présentation de Mary Douglas (2004), anthropologue britannique, à laquelle se réfère Yves Chevallard dans sa Théorie Anthropologique du Didactique, qui est le cadre théorique qui va nous permettre d'entrer dans la complexité des Logiciels Tuteurs Fermés et de leur usage par les élèves.

II.2.2 - Les institutions chez Mary Douglas

Le but de Douglas est « d'éclairer la mesure dans laquelle la pensée dépend des institutions » (Douglas, 2004, p. 37). Pour cela, elle a choisi de se placer dans un cadre théorique, qui provient de Durkheim et Fleck (cité par Douglas, 2004, p. 29-40), basé sur le concept de solidarité et de coopération. Pour eux, la solidarité n'est possible que si les individus possèdent les mêmes catégories de pensée. Ces positions théoriques sont en contradiction avec celles qui nous indiquent que chaque être pensant est un individu souverain comme la théorie du choix rationnel individuel qui considère que le comportement rationnel de l'individu se fonde sur des motifs individualistes, sur son intérêt. Durkheim considère que la pensée individuelle a une origine sociale ; les individus ont des représentations collectives au sein d'un groupe social. Fleck, quant à lui, insiste sur les bases sociales de la cognition ; un individu fait partie d'un collectif de pensée et sa pensée subit une emprise absolue de la part du style de pensée dominant dans le collectif de pensée, style de pensée qui est invisible aux

membres du collectif de pensée. Le groupe social défini par un style de pensée spécifique est, aujourd'hui, plutôt désigné par l'expression « monde de pensée » (Ibid., p. 49). Mais la question à laquelle tous veulent répondre est celle de « l'émergence de l'ordre social » (Ibid., p. 50). Les critiques faites à Durkheim portent sur l'importance qu'il octroie à la religion pour entretenir la solidarité du groupe social. Et pour Fleck, c'est la structure générale collective de pensée qui va, grâce à son style de pensée, faire en sorte que le groupe social perdure. Ce cercle vertueux ne satisfait pas nombre de ses opposants. Il est donc nécessaire de développer une double approche : une de type cognitif qui traite de l'individu dans le groupe social, et une de type transactionnel qui traite des raisons pour lesquelles l'individu fait partie du groupe social.

Mary Douglas montre que, pour des institutions, « leurs petites tailles ne rend pas compte de l'origine des communautés²⁷ fondées sur la coopération » (Ibid., p. 63), et elle remet en cause le postulat que « la théorie du choix rationnel ne s'applique pas aux communautés de petites tailles ». Même dans une petite communauté, l'individu doit trouver son intérêt dans l'action collective. Le choix rationnel de l'individu de faire ou non partie d'un collectif s'applique aussi aux collectifs de petites tailles. Cette remarque est importante car elle permet une extension de la notion d'institution à de nombreux groupes sociaux, indépendamment du nombre d'individus qui les composent. La taille du groupe ne va pas faire partie, pour elle, des conditions d'existence d'une institution. Mary Douglas entend

institution au sens de groupement social légitimé. L'institution en question peut être une famille, un jeu ou une cérémonie ; l'autorité légitimante peut venir d'une personne ou bien se fonder sur un consensus ou sur un principe fondateur. Ce qu'on exclut ici sous le nom d'institution, ce sont des arrangements pratiques purement utilitaires ou provisoires et reconnus comme tels. (Ibid., p. 81)

Une institution est donc avant tout un groupement social. Celui-ci est légitimé. Pour cela, il est nécessaire qu'il existe une autorité légitimante. Celle-ci peut venir d'une personne, par exemple les parents ou le professeur ; la légitimation peut venir d'une autre institution ; elle peut aussi se fonder sur un consensus ; ou encore elle peut se fonder sur un principe fondateur général.

²⁷ Une communauté est : un ensemble de personnes vivant en collectivité ou formant une association d'ordre politique, économique ou culturel (TLF). Nous pouvons parler d'une communauté dès qu'un groupe social se forme autour d'un intérêt commun et, ce, sans besoin de légitimation.

Une institution ne peut pas être un arrangement pratique purement utilitaire, ni un arrangement pratique provisoire. Une institution existe dans la durée et/ou la régularité.

Toute institution a besoin d'une définition qui fonde sa vérité en raison et en nature. (...) Ces analogies fondatrices doivent rester cachées et l'emprise du style de pensée sur le monde de pensée doit rester secrète. (Ibid., p. 79)

Pour fonder sa vérité²⁸ en nature, une institution a besoin d'analogie avec la nature²⁹.

Une fois naturalisée, une institution fait partie de l'ordre universel et va à son tour servir de fondement. Elle fonde alors sa vérité en raison. Les institutions tirent leur stabilité d'un principe stabilisateur de récurrence formelle : dès qu'une analogie a été trouvée et va fonder l'institution, celle-ci tire sa vérité d'elle-même. « Le processus à l'œuvre dans la création d'une institution est un processus cognitif » (Ibid., p.81). C'est ce processus qui fonde l'institution en raison et en nature.

C'est l'institution qui confère l'identité à l'individu. Mais celui-ci fait partie d'un nombre important d'institutions distinctes et, souvent, sans lien entre elles. L'identité de l'individu va donc se construire au fur et à mesure de l'appartenance à différentes institutions.

Chaque type de communauté est un monde de pensée, qui s'exprime dans son propre style de pensée, pénètre la pensée de ses membres, définit leur expérience et met en place les repères de leur conscience morale. (...) Les individus ne peuvent prendre de grandes décisions que dans le cadre des institutions qu'ils construisent. (Ibid., p. 175)

Par exemple, passer un examen n'a de sens que dans le cadre d'une institution particulière et son importance dépend de la place que l'individu veut obtenir dans l'institution dont il veut faire partie, et participer ainsi à sa construction.

Mary Douglas nous précise donc que les conditions suivantes sont caractéristiques d'une institution :

- ✓ Une institution est avant tout un groupement social qui peut être vu, au départ, comme une simple convention.

²⁸ Le terme de vérité est utilisé ici pour indiquer « ce qui constitue la valeur d'un être ou d'un objet, lui est essentiel et justifie son existence » (TLF).

²⁹ Le terme de « nature » est utilisé chez Mary Douglas dans le sens de conformité à un modèle, une catégorie, à une structure reconnue.

- Mais, la taille du groupe ne fait pas partie des conditions d'existence d'une institution.
- ✓ Ce groupement social doit de plus être légitimé.
 - Pour cela, il est nécessaire qu'il existe une autorité légitimante. Celle-ci peut venir d'une personne, parents ou professeur, ou d'une autre institution.
 - Mais, elle peut aussi se fonder sur un consensus ou sur un principe fondateur général.
- ✓ Une institution doit exister dans la durée et/ou la régularité.
 - Une institution ne peut pas être un arrangement pratique purement utilitaire, ni un arrangement pratique provisoire.
- ✓ Une institution a besoin d'une définition qui fonde sa vérité en raison et en nature.
 - Pour fonder sa vérité en nature, une institution a besoin d'analogie avec la nature, avec ce qui existe.
 - Dès qu'une analogie a été trouvée et va fonder l'institution, celle-ci peut tirer sa vérité d'elle-même.

II.2.3 - L'institution dans notre recherche

Nous reprenons à notre compte les conditions de Mary Douglas, que nous retrouvons, en partie, dans l'analyse de Castella (2004, p. 42), en précisant quelques points issus des autres façons d'exprimer ce qu'est une institution.

a - La réalité sociale

Réalité sociale ou groupement social, une institution doit concerner un ensemble d'individus même si cet ensemble peut être réduit au minimum et aller jusqu'à deux êtres humains seulement.

b - La légitimité

Une convention va pouvoir être institutionnalisée à partir du moment où une autorité légitimante va prendre à sa charge cette légitimation.

c - La stabilité

La stabilité qui peut être vue comme de la régularité ou comme une certaine durée dans le temps est une condition assez centrale pour qu'une institution existe dans la réalité sociale.

d - La spécificité

Une institution se doit de prouver le bien fondé de son existence. Sa fonction, ou sa finalité, lui permet de montrer sa spécificité et ainsi de fonder sa vérité en raison. Ses règles de fonctionnement ou ses règlements doivent être suffisamment visibles et reconnues pour que l'institution fonde sa vérité en nature.

II.2.4 - Des institutions éducatives

Avant d'aborder la description des particularités des Logiciels Tuteurs Fermés et de la possibilité de les considérer comme des institutions d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques, voyons comment le cadre institutionnel que nous venons de proposer s'applique aux institutions classiques.

a - L'école

La réalité sociale	Tous les enfants d'un quartier, d'une ville, d'un pays.
La légitimité	L'Etat lui-même est la première institution qui va légitimer l'école.
La stabilité	Même si l'école dans sa forme actuelle est relativement récente, elle date du 19 ^{ème} siècle, il n'y a pas eu de période sans école de ce type depuis plus de cent cinquante ans, d'où une stabilité certaine.
La spécificité	Les règles et le but de l'école sont reconnues par tous même si elles ne sont pas toujours vécues de la même façon.

Il est difficile, dans le cas de l'école, de trouver une organisation sociale où celle-ci ne serait pas considérée comme une institution.

b - La famille et le travail à la maison

La réalité sociale	L'enfant travaille avec ses parents ou frères et sœurs.
La légitimité	Elle est assurée par les parents et le professeur ; par l'institution dominante.
La stabilité	Tous les jours et, en principe, pendant toute l'année scolaire.
La spécificité	La valorisation par l'institution dominante des efforts faits à la maison ; la nécessité du travail à la maison pour la réussite des élèves dans l'institution principale.

Il existe peu d'enseignants qui ne mettent pas en avant l'importance du travail à la maison comme condition nécessaire pour la réussite des élèves, au moins en France. Réussir à l'école sans un travail régulier à la maison est pratiquement impossible aujourd'hui. Le professeur

propose une organisation du travail à faire à la maison ; il en dicte certaines formes et fait en sorte qu'il soit réalisé. Un élève est vite sanctionné si son travail à la maison n'est pas effectué. Christine Félix (2002a) va jusqu'à décrire le travail à la maison comme institution auxiliaire à l'institution principale et conclut :

Les devoirs à la maison constituent un véritable système dont les activités sont statistiquement dépendantes de ce qui se fait et se joue en classe. (Félix, 2002b, p. 500)

Ce « véritable système » peut donc être vu comme une institution potentielle. Mais, les conditions d'existences ne sont pas toujours réunies ce qui entraîne, souvent, des difficultés d'apprentissage des élèves :

- ✓ l'enfant travaille toujours tout seul ;
- ✓ l'importance est accordée à d'autres tâches jugées prioritaires : obligations familiales, activités extrascolaires, jeux en ligne ... ;
- ✓ le travail est effectué très épisodiquement, en particulier avant les contrôles ;

Le travail à la maison, élément nécessaire sinon indispensable pour la réussite de l'élève, ne trouve donc pas toujours toutes les conditions pour exister comme une véritable institution.

c - Les associations d'aide aux devoirs

Dans de nombreuses villes, des associations d'aide aux devoirs permettent aux élèves dont l'environnement familial ne facilite pas le travail à la maison de remplacer celui-ci. Une telle association peut être vue, potentiellement comme une institution car :

La réalité sociale	L'enfant travaille avec des professeurs de l'association et/ou avec d'autres élèves.
La légitimité	Celle-ci est assurée par les parents, quelquefois par le professeur, ou encore par la ville qui finance souvent l'association.
La stabilité	Tous les jours et pendant toute l'année scolaire, ou, au moins, régulièrement ; pendant les vacances.
La spécificité	Les élèves font effectivement leur travail pour l'école ce qui serait compromis sans ce cadre de travail. L'organisation du travail est souvent propre à l'association.

Nous avons dans ce cas une institution qui essaie de pallier aux insuffisances d'une autre institution qu'est la famille. C'est donc une institution souvent fondamentale pour de

nombreux enfants. Mais, encore une fois, il suffit qu'une des conditions ne soit plus remplie pour qu'une telle association ne remplisse pas le rôle d'institution pour l'élève.

Par exemple,

- ✓ si l'élève ne vient pas régulièrement, la condition de stabilité n'est plus vérifiée ;
- ✓ ou s'il en profite pour naviguer sur Internet au lieu de faire son travail, la nature et la raison de l'association ne sont plus fondées.

d - Les cours particuliers

La complémentarité des cours particuliers avec le travail en classe est souvent pointée par des professeurs de la classe dans le cas d'un élève qui a beaucoup de retard ou dans le cas d'un élève qui vise l'excellence, et cela est particulièrement vrai en mathématiques. Les cours particuliers peuvent être considérés comme une institution complémentaire, solidement enracinée dans la culture de nombreux pays :

La réalité sociale	L'enfant travaille avec son professeur de cours particulier et quelquefois deux ou trois autres élèves.
La légitimité	par les parents et le professeur ; par l'institution dominante
La stabilité	Cela dépend du type de cours, mais une régularité est nécessaire pour espérer des résultats : 5 cours, 10 cours, toutes les semaines de l'année scolaire, une semaine pendant les vacances.
La spécificité	L'argent payé par les parents aide à fonder la vérité d'un cours particulier en nature ; et dans ce cas, il est aussi fondé en raison. La publicité et la bonne santé financière et le nombre des entreprises spécialisées en cours particuliers, aident aussi à fonder leur vérité en nature et en raison.

Le nombre d'élèves qui semblent utiliser les services de ces entreprises permet de considérer les cours particuliers comme de véritables institutions pour de nombreuses familles. Des élèves qui ont l'habitude des cours particuliers ont ensuite beaucoup de difficulté à se passer de cette institution.

e - La classe ACOT

Nous présentons cette expérience pour illustrer les autres caractéristiques dont parle Balacheff pour décrire les changements qu'il est possible d'observer quand des EIAH sont introduits dans une classe. Indépendamment des logiciels qui ont été utilisés, cette recherche, qui a duré dix ans, montre les nécessaires changements qu'un usage intensif de la technologie entraîne dans les pratiques des enseignants avec leurs élèves. Cette expérience fait partie des justifications de la nécessité d'aborder l'apprentissage dans le cadre d'un EIAH, un LTF dans

notre cas, en définissant les caractéristiques de nouvelles institutions. C'est aussi le constat que nous faisons à la lecture de Guy Pouzard, inspecteur général de l'éducation nationale, dans la préface du livre décrivant l'expérience ACOT :

Ce livre est une démonstration très claire des possibilités offertes par les nouveaux outils d'aide à la pédagogie et de l'importance de l'ingénierie éducative. Il est aussi un éclairage très précieux sur les exigences qu'entraîne leur utilisation par les enseignants. En effet celle-ci s'accommode mal d'emplois du temps et de rythmes scolaires établis pour des méthodes pédagogiques très antérieures à leur apparition. Elle exige de la part des enseignants de nouveaux savoir-faire et de nouveaux comportements et leur impose de très gros efforts psychologiques et fonctionnels. Sans doute est-ce là une des principales sources des difficultés car la valeur ajoutée apportées par les techniques numériques reste très faible si elles sont simplement « importées » dans une organisation de classe et des séquences pédagogiques « traditionnelles ». De plus, elles impliquent de nouvelles méthodes de travail et de pensée de la part de l'ensemble des acteurs du système éducatif. (Pouzard, 1997).

Le programme ACOT, Apple Classroom fOr Tomorrow, est un des seuls programmes de recherche sur l'utilisation d'environnements informatiques pour l'enseignement et l'apprentissage qui s'est étalé sur dix ans : il a été mené aux Etats-Unis de 1986 à 1996 et a été organisé par la firme d'informatique Apple.

Le programme ACOT avait pour objet d'étudier les effets de l'utilisation régulière de la technologie par les enseignants et les élèves sur l'enseignement et l'apprentissage (Haymore, 1997, p.4)³⁰.

Au moment où de nombreuses expériences voyaient le jour un peu partout dans le monde avec notamment, en France, la suite du plan Informatique pour tous, les Nano réseaux et autres TO7 et MO5, il était intéressant d'avoir accès à la réalité du terrain, à la classe avec de nouveaux outils présents dans celle-ci en permanence. Le but de l'expérience ACOT n'était pas de travailler sur certains logiciels spécifiques et d'en mesurer l'efficacité éventuelle. C'était la technologie qui était au centre du processus d'analyse. Les classes participantes disposaient d'ordinateurs et de tous les autres équipements qui peuvent leur être associés : imprimantes, numériseurs, lecteurs de disques audionumériques, magnétoscopes, modems, lecteurs de disques optiques compacts et d'une panoplie de progiciels. Les élèves et les professeurs avaient à leur disposition deux ordinateurs : un en classe et un à la maison. Le matériel a évolué au cours des années avec notamment de nouveaux logiciels qui ont été

³⁰ Haymore J., 1997, p.4. Ce livre est la version française du livre américain retraçant l'expérience ACOT.

installés sur les machines. L'ordinateur était vu comme un outil au même titre que tout le matériel classique du professeur et de l'élève qui était bien entendu encore présent dans la classe. Les auteurs du rapport constatent, par exemple, que :

Les enseignants commençaient à remettre en question des croyances bien ancrées à propos du but et de la nature de l'enseignement. (...)
Les enseignants commencèrent à former des équipes et à pratiquer l'interdisciplinarité. ... l'utilisation des ordinateurs en classe avait notamment contribué à transformer le rôle des enseignants ; de « présentateurs traditionnels de connaissances toutes faites », ils sont devenus des facilitateurs de l'apprentissage (Haymore, 1997, p. 10 et 11).

L'évolution de l'enseignement dans les classes branchées pendant ces dix années de recherche a permis de définir cinq étapes de soutien pédagogique pour les enseignants. Ces cinq phases sont décrites dans le tableau suivant.

<i>Phases</i>	<i>Résultats escomptés</i>	<i>Mesure de soutien</i>
1. Entrée	Formation d'un équipe volontaire. Constitution d'une masse critique de ressources technologiques destinées aux enseignants et aux élèves.	Ménager à l'horaire une période de planification pendant laquelle les enseignants pourront se doter d'une vision et d'une pratique commune. Dans toute la mesure du possible, exempter les enseignants des tâches imposées par le district.
2. Adoption	Utilisation du doigté. Utilisation du traitement de texte pour l'écriture. Utilisation de logiciels d'EAO pour les exercices répétitifs sur les habiletés de bases.	Donner aux enseignants des occasions de faire part de leurs expériences à des collègues non participants. Donner une formation technique élémentaire aux enseignants afin qu'il gagne en assurance, qu'ils puissent entretenir le matériel et qu'ils puissent aider les enfants. Fournir des logiciels d'EAO, d'apprentissage du doigté et de traitement de texte, et donner la formation appropriée.
3. Adaptation	Nombreuses activités pédagogiques individualisées. Rédaction des textes à l'ordinateur. Évolution des programmes d'étude par la suite de l'augmentation de la productivité des élèves et de la transformation des attentes des enseignants.	Dresser un horaire souple pour faire place à l'observation des pairs et à l'enseignement en équipe. Implanter et étudier des méthodes pédagogiques innovatrices. Former le personnel à l'utilisation des logiciels : tableurs, bases de données, éditeurs graphiques, hypermédias, communications. Faire l'acquisition de vidéodisques et de numériseurs.
4. Appropriation	Prédominance des habiletés cognitives supérieures. Mise à l'essai de	Systématiser l'observation des pairs et les discussions de groupe sur les événements du quotidien.

	l'interdisciplinarité et de l'enseignement pas projet. Mise à l'essai des groupes de travail en classe. Conflit avec les horaires et les techniques d'évaluation. Mise à l'essai de nouvelles stratégies en matière d'horaire et d'évaluation.	Revoir la mission et les objectifs. Sensibiliser les enseignants aux nouvelles stratégies d'évaluation, comme l'évaluation des compétences et le portfolio. Inciter les enseignants à assister à des conférences et à présenter eux-mêmes des exposés.
5. Invention	Établissement de normes d'apprentissage avancées. Implantation d'un programme d'études intégré. Utilisation équilibrée et stratégique de l'enseignement magistral et de l'enseignement pas projets. Intégration de nouvelles méthodes d'évaluation.	Encourager la collaboration entre enseignants et chercheurs. Inciter les enseignants à écrire et à publier des comptes rendus de leurs expériences. Utiliser les télécommunications pour maintenir les contacts entre les enseignants et les autres innovateurs à l'extérieur du district. Permettre aux enseignants de jouer les mentors auprès des collègues.

Tableau 8 : Le soutien à l'évolution pédagogique dans les classes branchées (Ibid., p. 56)

Cette expérience a montré que les enseignants qui sont restés dans le programme ACOT ont radicalement transformé l'organisation de leur classe, de leur travail, de la relation aux élèves et de l'évaluation des élèves. Ceux qui ont voulu conserver leurs façons traditionnelles de travailler ont rapidement abandonné le programme (Ibid., p. 26). Il leur a été impossible d'intégrer la technologie dans leur institution classique sans envisager une transformation en profondeur de cette institution vers une institution nouvelle. Les ordinateurs et tout le matériel qui a été installé dans les classes ont profondément bouleversé la classe et les habitudes de travail ordinaire.

La réalité sociale	Cinq classes et 139 élèves, des enseignants, des informaticiens et des chercheurs.
La légitimité	Le partenariat entre les écoles publiques, les universités, des laboratoires de recherche et la société Apple a créé cette légitimité.
La stabilité	L'expérience a duré dix ans de 1986 à 1996.
La spécificité	Les règles de fonctionnement de la classe comme du rôle de l'enseignant changent et doivent être adaptées à l'introduction de la technologie dans la classe. « Une expérience comme ACOT confirme plus que tout autre cette vision des relations entre technologies éducatives et constructivisme » (Chaptal, 2003, p. 303). Cette réflexion permet d'envisager que les classes ACOT ont bien fondé leur vérité en raison.

Les classes ACOT nous montrent un environnement de travail qui n'a plus grand-chose à voir avec la classe ordinaire et certains enseignants de l'expérience sont allés jusqu'à préciser

qu'ils envisageaient, à la suite de cette expérience, avec beaucoup de difficultés de recommencer à travailler « comme avant ». Il y a eu pour eux une véritable institutionnalisation de cette nouvelle manière de travailler avec les élèves. Pour les professeurs qui ont suivi l'ensemble de l'expérience, la classe ACOT s'est semblé-t-il substituée à l'institution ordinaire et peut, dans ce sens, être vue comme un exemple de création d'une nouvelle institution d'éducation ou d'apprentissage.

f - Les LTF

L'utilisation de « logiciels d'EAO pour les exercices répétitifs sur les habiletés de bases » qui a été intégrée dans la deuxième phase de l'expérience ACOT nous amène à préciser notre questionnement sur les LTF et leur utilisation par les élèves. Les quatre Logiciels Tuteurs Fermés de notre étude doivent-ils être considérés comme des « logiciels d'EAO pour les exercices répétitifs sur les habiletés de bases » et être intégrés à une institution qui est à imaginer, comme la classe ACOT, ou peuvent-ils être considérés comme des institutions autonomes d'apprentissages et d'enseignement ? Chacune des caractéristiques : la réalité sociale, la stabilité, la légitimité, la spécificité avec les vérités en nature et en raison, doit pouvoir être abordée dans le détail. Une institution d'apprentissage propose des objets de savoirs aux élèves. Le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique d'Yves Chevallard, que nous présentons dans le paragraphe suivant, va nous apporter des outils pour analyser les différentes façons dont ces objets de savoir sont proposés aux élèves dans l'institution.

II.3 - L'approche anthropologique du didactique

Les différentes notions fondamentales de la théorie anthropologique du didactique, la TAD, proviennent en grande partie de la présentation de Chevallard dans le cadre de la relation entre le rapport au savoir et la didactique (2003 b).

II.3.1 - Les personnes, les objets, les institutions

a - Définitions

i - Individu

Un individu : « Tout corps considéré comme un tout distinct par rapport à l'espèce à laquelle il appartient. Le genre, l'espèce et l'individu. » (Le Littré). Nous nous intéressons ici à l'espèce humaine et un individu est un être humain.

ii - Objet o

Tout est objet, toute entité, matérielle ou immatérielle, qui existe au moins pour un individu.

iii - Œuvre

Une œuvre est le produit intentionnel de l'activité humaine. Toute œuvre est un objet.

iv - Rapport personnel

Le rapport personnel d'un individu x à un objet o est noté $R(x, o)$.

C'est l'expression par laquelle on désigne le système de toutes les interactions qu'un individu x peut avoir avec l'objet o ; un objet o existe pour x si le rapport personnel de x à o est non vide.

v - Personne

C'est le couple formé par un individu x et le système de ses rapports personnels $R(x, o)$, à un moment donné de l'histoire de x . La personne est donc représentée par le couple : $(x, R(x, o))$.

Tout être humain peut être considéré comme un individu, quel que soit son âge. Mais l'individu existe dans ses rapports personnels aux objets, existe grâce aux rapports personnels qu'il construit avec les objets³¹. Les rapports personnels aux objets d'un individu x ne sont pas figés et, donc, la personne évolue. Dans la TAD, l'individu est l'invariant et, ce qui change, est la personne. L'individu est l'entité invariante qui existe par rapport à l'espèce humaine ; la personne est en continuelle évolution dans ses rapports aux objets.

Dans la suite, la notation « x » est également utilisée pour désigner une personne. Cette confusion, apparente, entre personne et individu, est amplifiée par la notation suivante qui découle des définitions précédentes :

$$x \approx \left(x, \sum_I R(x, o) \right)$$

où $\sum_I R(x, o)$ est la somme de tous les rapports aux objets présents dans les multiples institutions I auxquels l'individu x a accès.

³¹ Nous renvoyons à ce sujet à la cinquième partie du livre de Marcel Mauss (1950), *Sociologie et anthropologie*, qui s'intitule : Une catégorie de l'esprit humain : la notion de personne celle de « moi ».

vi - Univers cognitif

Dire qu'une personne x connaît o signifie que le rapport $R(x, o)$ est non vide et que l'objet o existe pour la personne x . L'univers cognitif de la personne x correspond à l'ensemble de tous les objets connus par x , c'est-à-dire qu'il est constitué de tous les couples $(o, R(x, o))$ où le rapport personnel à l'objet est non vide. Il est noté : $U(x)$.

$$U(x) = \{(o, R(x, o)) / R(x, o) \text{ est non vide}\}.$$

Le terme de cognitif est ici utilisé pour désigner tout objet connu, quel qu'il soit.

vii - Institution

Nous renvoyons le lecteur au paragraphe II.2 de ce chapitre.

viii - Position

Chaque objet, particulièrement un objet social comme le professeur ou l'élève, doit posséder une position p dans une institution pour exister pour des individus.

ix - Sujet

Un sujet d'une institution I est un individu x qui vient occuper une position p parmi les différentes positions p offertes dans I . Il est considéré comme un objet de l'institution qui possède une position p . La classe de l'environnement scolaire classique propose aux individus deux positions : celle de professeur et celle d'élève.

L'expérience ACOT a montré, par exemple, que, dans un environnement d'apprentissage informatisé, la classe ACOT peut proposer d'autres positions aux individus : l'élève expert ou l'élève collègue (Haymore, 1997, p. 82 et 125).

x - Rapport institutionnel

Étant donné un objet o , une institution I et une position p dans I , on appelle rapport institutionnel à o en position p , le rapport à l'objet o qui devrait être, idéalement, celui des sujets de I en position p . On le note : $R_I(p, o)$.

xi - Univers cognitif de I

L'univers cognitif de la position p de l'institution I est l'ensemble de tous les objets connus potentiellement dans la position p de I ; c'est-à-dire, qu'il est constitué de tous les couples formés par les objets o et les rapports institutionnels $R_I(p, o)$ non vide. Il est noté : $U_I(p)$.

$$U_I(p) = \{(o, R_I(p, o)) / R_I(p, o) \text{ soit non vide}\}$$

Par extension, l'univers cognitif de l'institution I est la réunion des univers cognitifs de toutes les positions p de I. Il est noté U(I).

$$U(I) = \sum_p U_I(p)$$

b - La personne dans l'institution

C'est par ses assujettissements, par le fait qu'il est sujet d'une multitude d'institutions, que l'individu *x* se constitue en une personne.

Son univers cognitif, $U(x)$, se crée, change, évolue quand *x* vient occuper une certaine position p dans une institution I ou vivent des objets o. $U(x)$ est constitué des couples $(o, R(x, o))$ où $R(x, o)$ est non vide. Étant donné un objet o, ce couple va évoluer si $R(x, o)$ change. Il ne peut changer que si l'individu *x* vient prendre une position p dans l'institution I où existe un rapport institutionnel à l'objet o, $R_I(p, o)$, vers lequel va tendre $R(x, o)$. L'idéal, du point de vue de l'institution, étant que : $R(x, o) \approx R_I(p, o)$. Dans ce cas, *x* en position p dans I, est un bon sujet de I. Il y a dans ce cas conformité du rapport personnel de *x* au rapport institutionnel en position p.

En devenant sujet de l'institution I dans une certaine position p, l'individu *x* s'assujettit au rapport institutionnel $R_I(p, o)$ qui va modeler ses rapports personnels. Un même objet o peut exister dans de multiples institutions. Il suffit pour cela qu'il existe pour au moins un sujet dans chacune d'elle : le même individu *x* peut devenir sujet de certaines des institutions I où existe l'objet o. Dans chacune d'elles, il prend une position p pour s'assujettir au rapport institutionnel $R_I(p, o)$. Son rapport personnel à l'objet o, qui existe dans I, va se rapprocher du rapport institutionnel à l'objet o. Il serait peut-être plus juste de noter $R(x, o_I)$ pour parler du rapport personnel de *x* à l'objet o dans I. Dans ce cas, le rapport personnel à l'objet o, $R(x, o)$ est la *somme* de tous les $R(x, o_I)$ pour toutes les institutions I où l'objet o existe, I_o , dont *x* a pu devenir sujet.

$$R(x, o) = \sum_{I_o} R(x, o_I)$$

Réciproquement, une institution existe grâce à ces objets qui ne vivent que s'ils existent pour des individus. Quand un individu se place en sujet dans une institution, dans une position p , il la fait alors vivre.

Un individu ne saurait vivre avec un univers cognitif vide car il doit au moins savoir se nourrir. Cet univers ne peut se construire sans institution car il est constitué des rapports personnels aux objets qui dépendent des institutions où existent ces objets.

Les individus vivent grâce aux institutions qu'ils font eux-mêmes exister.

Une institution vit par ses acteurs, c'est-à-dire par les personnes qui lui sont assujetties – qui en sont les sujets – et la servent (ou la desservent), consciemment ou non. Réciproquement, une personne émerge de l'assujettissement d'un individu à une foule d'institutions, dont cette personne est un plus ou moins bon sujet (et dont elle peut être un mauvais sujet). La liberté des personnes résulte de la puissance que leur confèrent leurs assujettissements institutionnels, jointe à la capacité de faire jouer contre tel ou tel joug institutionnel tel autre assujettissement – auquel, du reste, on aura peut-être voulu se soumettre dans une pure visée de libération. (Chevallard Y., 2003 a, p. 3).

Le cadre anthropologique est maintenant posé et il est nécessaire de s'intéresser à présent aux outils qui vont nous permettre d'analyser la position des objets de savoir dans les LTF et comprendre comment ceux-ci peuvent être utilisés comme des institutions pour l'apprentissage des mathématiques.

II.3.2 - Les outils d'analyse de la TAD

a - Les organisations mathématiques

Nous commençons notre présentation par une citation d'Yves Chevallard pour introduire le concept de praxéologie :

La théorie anthropologique du didactique considère que, en dernière instance, toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T , au moyen d'une certaine technique τ , justifiée par une technologie q qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui a son tour est justifiable par une théorie Q . En bref, toute activité humaine met en œuvre une organisation qu'on peut noter $[T/\tau/\theta/\Theta]$ et qu'on nomme praxéologie, ou organisation praxéologique. Le mot de praxéologie souligne la structure de l'organisation $[T/\tau/\theta/\Theta]$: le grec *praxis*, qui signifie « pratique », renvoie au bloc pratico-technique (ou praxique) $[T/\tau]$, et le grec *logos*, qui signifie « raison », « discours raisonné », renvoie au bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$. Ces notions permettent de redéfinir de manière assez réaliste certaines notions

courantes : ainsi peut-on considérer que, par savoir-faire, on désigne usuellement un bloc $[T/\tau]$, et, par savoir, en un sens restreint, un bloc $[\theta/\Theta]$ – ou même, mais en un sens large cette fois, une praxéologie $[T/\tau/\theta/\Theta]$ tout entière. Pour cette dernière raison, on pourra désigner aussi une organisation praxéologique comme étant une organisation de savoir – en se résignant alors à ne rencontrer qu'aléatoirement les points de vue institutionnels spontanés, qui font d'ordinaire un usage élitiste et parcimonieux du mot savoir. L'emploi du mot praxéologie a pour mérite de donner à entendre un fait anthropologique banal autant que fondamental : il n'est pas de praxis sans logos ; il n'est pas de logos à jamais innocent d'implications "praxiques». (Chevallard, 2002 a, p. 2)

Une organisation mathématique est une praxéologie où le bloc pratico-technique ainsi que celui technologico-théorique sont du type mathématique, c'est-à-dire où les objets de savoir en jeu proviennent du champ des mathématiques.

i - Les types de tâches

Toute activité revient à réaliser une certaine tâche t d'un type T . Chacun des logiciels tuteurs fermés propose toute une série de tâches à réaliser par les élèves. Ces tâches sont en général des « construits institutionnels dont la reconstruction en telle institution (...) est l'objet même de la didactique » (Chevallard, 1999, p. 224). L'étude des particularités de cette reconstruction dans les LTF est l'objet de notre travail.

Ces praxéologies peuvent être de trois formes distinctes, ponctuelles, locales ou régionales, qui correspondent aux différents niveaux des organisations mathématiques (voir infra).

ii - La technique

Toute tâche est réalisée grâce à une technique particulière, « une manière de faire » (Ibid.), notée τ . Sans technique, aucune tâche ne peut être réalisée.

Trois remarques permettent de cerner les particularités des techniques propres à un type de tâches T :

1. une technique peut être supérieure à une autre, sinon sur le type de tâches T tout entier, du moins sur une partie de T ;
2. une technique n'est pas nécessairement de type algorithmique ;
3. en une institution I donnée, à propos d'un type de tâches T donné, il existe en général une seule technique ou du moins un petit nombre de techniques institutionnellement reconnues (Ibid. p. 226).

La description du bloc pratico-technique $[T/\tau]$ permet de mettre à jour les savoir-faire utilisés par les élèves.

iii - La technologie

Une technique est produite et justifiée, rationnellement, grâce à une technologie θ . Trois remarques précisent le sens de θ :

1. la technique τ est toujours accompagnée au moins d'un embryon, ou plus souvent, d'un vestige de technologie θ (c'est la *bonne manière de faire* dans telle institution I) ;
2. une fonction de la technologie est de rendre intelligible, d'éclairer la technique τ , d'exposer pourquoi il en est bien ainsi ;
3. une autre fonction est celle de production de techniques (Ibid. p. 226).

iv - La théorie

Toute technologie est, elle-même, justifiée par une théorie. La théorie a aussi deux autres fonctions qui sont celles d'explication de la technologie et de production de technologie ; c'est-à-dire que la théorie a le rôle vis-à-vis de la technologie que cette dernière possède vis-à-vis de la technique.

Le groupe $[\theta/\Theta]$ correspond au bloc technologico-théorique, le savoir en jeu dans la réalisation de la tâche. Mais le savoir est aussi considéré comme l'ensemble $[T/\tau/\theta/\Theta]$, c'est-à-dire la réunion des groupes pratico-technique $[T/\tau]$ et technologico-théorique $[\theta/\Theta]$. D'où l'emploi du mot praxéologie qui permet de décrire tout objet de savoir comme la réunion d'une partie pratique et d'une partie théorique.

v - Les différents niveaux des OM

Les organisations mathématiques ne sont pas toutes du même niveau c'est-à-dire que toute tâche n'est pas réalisée grâce à une seule technique qui est, elle-même, justifiée par un seul bloc technologico-théorique.

Il est, par exemple, difficile de décrire de la même façon la tâche « Résoudre une équation du second degré » de la tâche « Trouver une valeur de x pour que $x^2 - 1 = 0$ ».

Il est donc nécessaire de mettre en place plusieurs niveaux qui sont décrits par le schéma suivant de Bosch et Gascón (2003) :

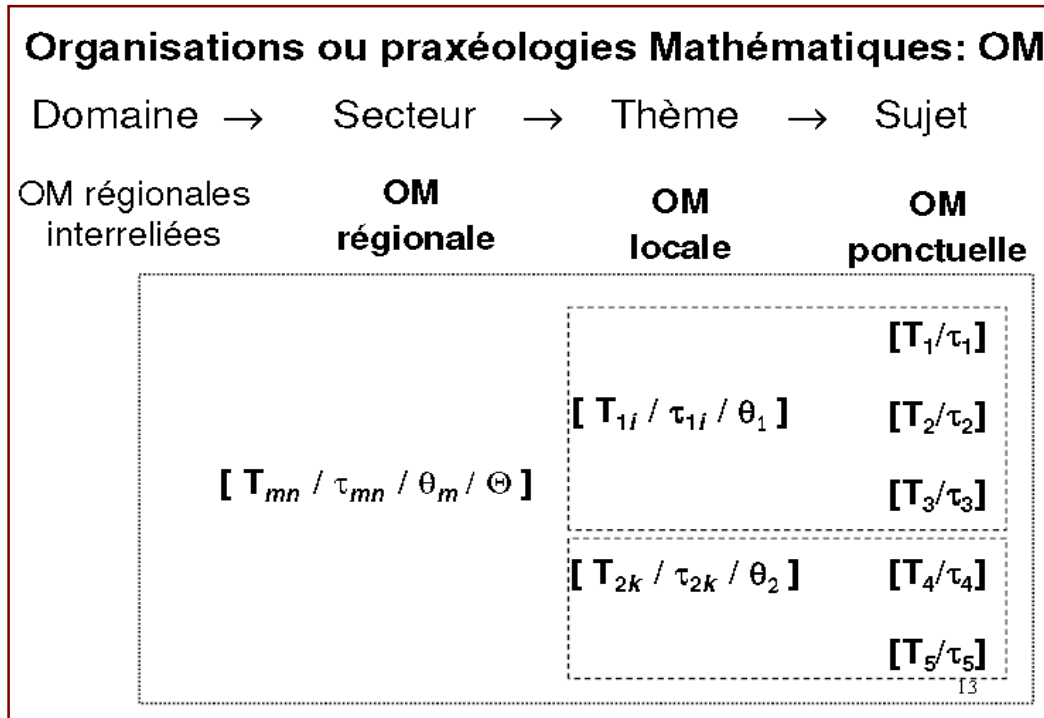


Figure 21 : Organisations mathématiques, Bosch et Gascon (2003).

Reprenons la description que Chevallard nous propose sur ces différents niveaux d'organisations mathématiques :

Ces contraintes tiennent globalement au fait que la mise en place d'une organisation mathématique *ne se fait pas dans un vide d'œuvres*. La mise en place d'une organisation mathématique *ponctuelle* $[T/\tau/\theta/\Theta]$ ne se rencontre par exemple qu'exceptionnellement dans les cours d'études réels : il n'existe guère de thèmes d'étude θ qui ne renvoient qu'à *un* type de tâches T . Cette abstraction existe sans doute un peu plus pour l'élève parce que, dans l'état actuel des choses, celui-ci est évalué en priorité à propos de types de tâches T dont chacun définit pour lui un *sujet d'études* à part entière, quasi indépendants des autres.

Par exemple, un élève peut considérer que, si le type de tâches suivant lui est proposé :

T : trouver la valeur de x pour laquelle : $x + 3 = 7$ (*)

alors, il peut utiliser la technique associée à ce type d'équation :

θ : effectuer le calcul $(7 - 3)$ qui correspond à effectuer la soustraction entre le nombre qui se trouve à droite du signe égal et le nombre qui se situe à gauche du signe égal.

Mais pour le professeur, déjà, l'unité de compte – non bien sûr l'unité *minimale* – est plus vaste : c'est autour d'une technologie θ , qui prend alors le

statut de *thème d'études*, que se regroupe pour lui un ensemble de types de tâches T_i ($i \in I$) à chacun desquels, selon la tradition en vigueur dans le cours d'études, la technologie θ permettra d'associer une technique t_i . (Chevallard, 2001, p. 2)

Dans le même temps, le professeur qui propose à ses élèves cette équation (*) à résoudre ne se place pas dans l'association de cette unique technique θ à une équation de ce type. Il considère déjà le *thème d'études* « résolution d'équation du premier de degré à une opération, l'addition » qu'il associe à un ensemble de types de tâches T_i ($i \in I$). Le professeur est alors en présence d'une organisation mathématique locale et non plus ponctuelle comme pour l'élève.

L'organisation mathématique que le professeur vise à mettre en place dans la classe n'a plus alors la structure atomique qu'exhibe la formule $[T/\tau/\theta/\Theta]$: c'est un amalgame de telles organisations ponctuelles, que l'on notera $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]_{(i \in I)}$ et qu'on appelle organisation (mathématique) *locale*.

Et c'est d'une telle organisation locale que l'élève devra alors extraire, en les reconstruisant avec ses camarades d'étude sous la direction du professeur (ou, faute de mieux, pour son propre compte), les organisations *ponctuelles* sur lesquelles sa maîtrise sera préférentiellement évaluée.

Le professeur, quant à lui, doit gérer un phénomène analogue, mais à un niveau supérieur : l'organisation locale $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]_{(i \in I)}$ correspondant au *thème d'études* doit être extraite d'une organisation plus vaste, qu'on dira *régionale*, et qu'on peut regarder formellement comme le fruit de l'amalgamation d'organisations locales admettant la *même théorie* Θ , $[T_{ij}/\tau_{ij}/\theta_j/\Theta]_{(i \in I, (j \in J))}$. (Ibid.)

Le *secteur d'études* que le professeur va devoir gérer correspond à l'ensemble des praxéologies qui concerne la résolution des équations du premier degré à une inconnue.

Ce niveau, celui du *secteur d'études*, n'est au reste nullement terminal. On constate en effet, en général, l'existence de niveaux supérieurs *de détermination (d'une organisation) mathématique* : l'amalgamation de plusieurs organisations région $[T_{ij}/\tau_{ij}/\theta_j/\Theta_k]_{(i \in I, (j \in J), (k \in K))}$, conduit ainsi à une organisation *globale*, identifiable à un *domaine d'études* ; et l'ensemble de ces domaines est amalgamé en une commune *discipline* – pour nous, « les mathématiques ». (Ibid.)

Pour illustrer les niveaux des organisations mathématiques, voici un objet de savoir que nous allons rencontrer à l'occasion de l'expertise des LTF. Les élèves doivent résoudre cet exercice de proportionnalité de la partie Arithmétique dans le LTF *Les Maths, C'est facile* de chez *Génération 5*, niveau sixième.



Figure 22 : exercice de proportionnalité dans *Les Maths, C'est facile*

Comme le présente Chevallard, « l'élève doit extraire (...) les organisations ponctuelles » d'une organisation locale, puis en choisir une pour résoudre ce problème. Dans le cadre du travail avec ce LTF, l'élève n'a pas la possibilité d'aller dans le cours disponible pour retrouver des organisations ponctuelles car rien n'est écrit sur la proportionnalité. Il doit donc retrouver par lui-même des organisations ponctuelles adaptées à ce problème et à sa résolution et choisir celle qui a sa préférence. Selon ce qu'il a vu avec son professeur, ou pendant les années précédentes, il peut choisir une OM dont la technique est justifiée par la notion de coefficient de proportionnalité ou une OM dont la technique est le produit en croix.

Il faut rappeler que :

On ne rencontre en fait que rarement des praxéologies ponctuelles. Généralement, en une institution I donnée, une théorie Θ répond de plusieurs technologies θ_j , dont chacune à son tour justifie et rend intelligible plusieurs techniques τ_{ij} correspondant à autant de types de tâches T_{ij} . (Bosch et Gascón, 2003, p. 229)

Notre travail d'étude des LTF consiste à décrire et analyser les organisations mathématiques qui vont se situer, comme nous allons le présenter dans la suite, dans le domaine du calcul, qu'il soit arithmétique, numérique ou algébrique. Mais il est aussi nécessaire d'analyser la façon dont ces organisations mathématiques sont proposées ou présentées dans les LTF et ainsi la manière dont peuvent se construire les réalités mathématiques propres aux thèmes qui nous intéressent, ce que Chevallard appelle, les organisations didactiques. (Ibid. p. 232)

b - Les organisations didactiques

Laissons, à nouveau, Yves Chevallard nous présenter ce concept d'organisation didactique :

Revenons au problème du professeur : en dernière instance, le *type* de tâches T auquel celui-ci doit faire face peut être énoncé ainsi : « enseigner un thème mathématique donné ». Ce qu'il faut entendre par « thème mathématique » peut désormais être précisé : il s'agit d'une *organisation praxéologique de nature mathématique*, soit ce qu'on nommera, pour faire court, une *organisation mathématique*. Bien entendu, on rencontre avec l'étiquette « mathématique » le même problème qu'avec l'appellation « savoir » : telle institution verra une entité mathématique (ou en très grande partie

mathématique) là ou telle autre se refusera absolument à un tel aveu ; et cette ligne de fracture pourra, à tel moment de son histoire, traverser une même institution. Cela noté, on doit un peu retoucher la formulation retenue : « enseigner une organisation mathématique donnée ». Car, sous son allure figée, le verbe *enseigner* est fortement polysémique. Or cette polysémie institutionnelle est partie intégrante du problème du professeur. On adoptera donc une troisième formulation, qui rende sensible la relative indétermination, ou plutôt la sous-détermination, du type de tâches qui est la raison d'être du professeur de mathématiques : *mettre en place*, dans une classe de collège ou de lycée, une certaine *organisation de savoir* « mathématique ». Notant T_π ce type de tâches, on dira alors que le problème praxéologique du professeur de mathématiques est de construire une praxéologie $[T_\pi/\tau_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$, c'est-à-dire d'apporter une réponse $R_\pi = [T_\pi/\tau_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$ à la question Q_π : comment accomplir une tâche t_π du type T_π ? De même qu'on a parlé d'organisation mathématique, on nomme ici *organisation didactique* une praxéologie de la forme $[T_\pi/\tau_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$. (Chevallard, 2002 a, p. 4)

Dans le cadre de notre recherche sur les LTF, ce n'est pas la place du professeur qui nous occupe, pour l'instant. Nous nous intéressons aux types de tâches propres à chaque logiciel qui décrivent les organisations du savoir mathématique en jeu. Le problème du professeur, décrit précédemment, qui est de proposer des organisations didactiques du type $[T_\pi/\tau_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$, est transposable aux créateurs du LTF qui vont imaginer, puis programmer un certain type d'organisations didactiques pour organiser l'apprentissage des futurs élèves qui vont travailler dans le logiciel. Chaque logiciel propose une certaine organisation didactique pour l'apprentissage d'un savoir particulier. Nous allons déterminer ces organisations didactiques pour chaque logiciel en nous inspirant des différents moments de l'étude qui sont caractéristiques d'une organisation didactique en relation avec une organisation mathématique. Étant donné un type de tâches T , les six moments de l'étude sont organisés en quatre groupes :

<i>Groupe</i>	<i>Numéro des moments</i>	<i>Description des moments</i>
Groupe I Activités d'étude et de recherche [AER]	M1	Moment de la (première) rencontre avec T
	M2	Moment de l'exploration de T et de l'émergence de la technique τ
	M3	Moment de la construction du bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$
Groupe II Synthèses	M4	Moment de l'institutionnalisation
Groupe III Exercices & problèmes	M5	Moment du travail de l'organisation mathématique (et en particulier de la technique)
Groupe IV Contrôles	M6	Moment de l'évaluation

Tableau 9 : Les moments de l'étude (Chevallard, 2002, p. 13)

i - Les Activités d'Étude et de Recherche : AER

L'analyse des trois moments qui sont proposés dans ce premier groupe doit permettre de se poser un certain nombre de questions, comme par exemple :

- ✓ Qu'est-ce qui est rencontré ?
- ✓ Quelles sont les formes possibles de cette première rencontre ?
- ✓ Quel est la raison d'être de cette première rencontre ?
- ✓ Qu'est-ce que cette première rencontre permet à l'élève de construire ?
- ✓ Qu'est-ce que l'élève peut relier à cette première rencontre ?
- ✓ Est-il possible de construire une ébauche de rapport au savoir grâce à cette première rencontre ?
- ✓ Quelles sont les anciennes techniques que l'élève peut mobiliser pour réaliser la tâche en jeu ?
- ✓ Peut-il en construire de nouvelles ?
- ✓ Le type de tâches proposé permet-il à l'élève de commencer la construction du bloc technologico-théorique en relation avec le savoir en jeu ?

L'interrelation étroite qui existe entre les trois moments de ce groupe entraîne de grandes difficultés, voire des impossibilités, de les différencier très clairement et, en dehors d'analyses très ponctuelles, nous analysons donc les Activités d'Étude et de Recherche comme un seul type de moment.

ii - Le moment de l'institutionnalisation

L'objet de ce moment est de « préciser ce qu'est exactement l'organisation mathématique élaborée » (Ibid., p. 253).

iii - Le moment du travail de l'OM

Ce moment est celui où l'élève doit travailler la technique pour que celle-ci soit la plus efficace possible et la plus fiable pour celui-ci. « Ce moment de mise à l'épreuve de la technique suppose en particulier un ou des corpus de tâches adéquats qualitativement aussi bien que quantitativement » (Ibid., p. 253). L'analyse de ce corpus est, en grande partie, l'objet de notre travail car les LTF proposent avant tout ce type de moment.

iv - Le moment de l'évaluation

Dans le cadre de la théorie anthropologique, évaluer peut être considéré comme une volonté d'estimer la distance, dans une institution I, qu'il peut y avoir entre le rapport personnel à l'objet et le rapport institutionnel à cet objet et qui pourrait s'exprimer de la façon suivante :

$$d_I(R(x, o_I) | R(p, o_I))$$

Chevallard nous rappelle :

En pratique, il arrive un moment où l'on se doit de « faire le point » : car ce moment de réflexivité où, quels que soient le critère et le juge, on examine ce que *vaut* ce qui a été appris, ce moment de vérification qui, malgré les souvenirs d'enfance, n'est nullement une invention de l'École, participe en fait de la « respiration » même de toute activité humaine (Ibid., p. 255).

Le moment de l'évaluation doit être considéré comme un moment de réflexivité, de retour sur soi, qui doit permettre à chacun de faire le point, et ceci dans le cadre de toutes les activités humaines, en particulier, dans celles qui sont liées à l'apprentissage.

Nous considérons dans notre travail que tous les moments dans les LTF qui permettent à l'élève un retour sur soi et qui lui permettent d'examiner ce que vaut son travail sont des moments d'évaluation. Nous rappelons que nous entendons le mot « travail » comme la réalisation par l'élève d'une tâche proposée par le LTF.

Nous détaillons les méthodes d'analyse de ces moments dans la description méthodologique, au chapitre suivant.

c - Les praxéologies dans l'Institution

C'est par le truchement des institutions que les praxéologies parviennent jusqu'aux personnes, acteurs des institutions : on ne peut comprendre les apprentissages personnels si l'on ne cherche pas à comprendre les apprentissages institutionnels. De même, on ne peut comprendre les échecs d'apprentissage personnels sans prendre en compte les refus ou les impossibilités de connaître de certaines institutions dont la personne est le sujet. Il y a, dans la diffusion des connaissances (et des ignorances) et des pratiques (et des incapacités), une dialectique indépassable entre personnes et institutions. (Chevallard, 2003 a, p. 2)

Les praxéologies, les organisations mathématiques et didactiques, doivent donc être décrites par rapport à l'institution dans laquelle elles existent. Un élève x en situation d'apprentissage est sujet d'une multitude d'institutions. Par exemple, lorsqu'un élève réalise une activité dans son livre parce que son professeur lui a demandé de le faire, il est à ce moment là sujet de l'institution classe composée du professeur, des élèves et de divers instruments d'apprentissage gérés par le professeur dans la classe et dont le livre scolaire fait partie. Mais,

imaginons que l'élève, qui réalise son activité et a des difficultés avec tel ou tel objet, consulte son livre et découvre une autre façon de présenter cet objet de savoir que celle de son professeur en classe. Dans quelle institution se trouve-t-il alors ?

Deux cas se présentent. Le premier est celui où le professeur va découvrir de nouvelles façons de faire grâce au livre et à sa manière de proposer l'apprentissage de tel ou tel objet. Il suffit alors au professeur d'officialiser auprès de ses élèves les autres façons de faire du livre, de créer une véritable régularité d'usage de ce livre, de légitimer son usage en montrant la richesse de découvrir des objets de savoir de plusieurs façons pour créer une véritable institution d'apprentissage autour du livre. Le professeur doit à la fois être présent dans l'institution classe et orchestrer la confrontation des objets de savoir dans les deux institutions que sont la classe ordinaire et le livre. Sans cette complémentarité institutionnelle organisée par le professeur entre ses deux institutions, l'élève aura beaucoup de mal à utiliser de façon efficiente son livre scolaire.

C'est ce qui se passe dans le cas où le professeur utilise le livre de la classe pour illustrer sa propre manière de présenter le savoir et en intégrant le livre dans le cadre exclusif de son institution classe. L'élève a accès à des OM ponctuelles et locales dans l'institution classe de son professeur qui ne correspondent pas toujours aux OM ponctuelles et locales de son livre car les institutions sont distinctes. Le savoir y est donc présenté dans des positions différentes.

Si le livre est totalement intégré dans l'institution classe ordinaire, l'élève en tant que sujet d'une unique institution va, dans son livre, trouver les présentations des savoirs qui sont en adéquation avec ses positions vis à vis des savoirs présentés par son professeur. Il ne peut accepter les autres, car aucune légitimation n'est alors possible. La légitimité de la position de certains savoirs que l'élève découvre dans son livre doit être prise en charge par une personne d'une institution qui intègre le livre. Dans certains cas, ce peut être l'élève lui-même, mais cela suppose qu'il ait atteint un niveau où l'auto-légitimation est envisageable. Dans le quotidien de la classe, ce phénomène de légitimation doit être pris en charge par le professeur de la classe et la démarche institutionnelle nous montre une des grandes difficultés pour comprendre la position « correcte » du professeur avec ses élèves. Il doit en effet être capable de jouer des rôles qui sont, au premier regard, pratiquement incompatibles. Il doit, d'une part, être celui qui, à part entière, fait partie de l'institution ordinaire qu'est la classe, constituée des élèves, de la salle de classe, de lui-même, du tableau, des tables et des chaises, et qui a en charge la gestion de l'univers cognitif de l'institution classe, $U(I_{\text{classe}})$. Or, le livre, à travers

les auteurs et l'éditeur, propose un autre univers cognitif $U(I_{livre})$. Le professeur doit donc être celui qui orchestre les confrontations institutionnelles entre les rapports aux objets de savoir et qui permet aux élèves les constructions les plus riches de leurs rapports aux objets de savoir.

$$R(\text{élève}, o) = R(\text{élève}, o_{classe}) + R(\text{élève}, o_{livre})$$

Le professeur doit se situer à trois niveaux, ce qui est difficile à gérer : il est dans la construction de $R(\text{élève}, o_{classe})$, dans la légitimation de $R(\text{élève}, o_{livre})$, mais aussi, dans l'articulation de ces deux rapports au savoir, dans le « + », qui va permettre à l'élève de se construire son rapport personnel à ce savoir.

Des phénomènes semblables peuvent arriver avec un Logiciel Tuteur Fermé dans le cas où le LTF est utilisé en tant qu'institution et nous cherchons à comprendre comment les élèves peuvent ajouter une telle composante à la construction de leur rapport aux objets du savoir mathématique :

$$R(\text{élève}, o) = R(\text{élève}, o_{classe}) + R(\text{élève}, o_{livre}) + R(\text{élève}, o_{LTF})$$

Notre travail consiste alors à déterminer la façon dont le savoir est proposé dans les LTF de notre étude et à comprendre les spécificités du travail de l'élève dans chacun d'eux en tant qu'institution, quand cela est potentiellement possible. L'idée est bien entendu de mieux cerner, à travers cette étude, les potentialités de ces logiciels pour l'apprentissage des élèves. Il nous reste maintenant à décrire les objets du savoir mathématique en jeu dans notre recherche.

II.4 - Les programmes au début de l'enseignement secondaire

Nous avons placé l'étude des logiciels Tuteurs Fermés dans le cadre de l'institution principale qu'est l'école française. Les objets de savoir en jeu dans cette école sont définis dans des programmes officiels publiés dans le Journal officiel du ministère de l'éducation nationale. Nous allons commencer par décrire ces programmes que nous analyserons ensuite à partir de la didactique des mathématiques.

Le choix des quatre logiciels tuteurs fermés de notre étude nous a amené à nous concentrer sur les apprentissages numériques car, en 2002, c'est ce qu'ils avaient en commun. C'est par le spectre de ces apprentissages en relation avec le numérique que nous avons choisi les objets de savoir sur lesquels va porter notre analyse. Ces LTF étant utilisés en début de secondaire

dans l'école française, nous allons commencer par décrire les programmes officiels d'enseignement des mathématiques du ministère de l'éducation nationale. Les recherches didactiques qui vont être utilisées ensuite vont nous permettre de poursuivre la construction de notre cadre d'analyse des LTF.

II.4.1 - Compétences et praxéologies

Commençons par quelques précisions en ce qui concerne le vocabulaire utilisé dans les programmes pour décrire les objets du savoir mathématique. Notre cadre de travail correspond à celui défini dans la théorie anthropologique du didactique où les termes tâche ou type de tâches, technique, technologie et théorie définissent les praxéologies et ainsi le savoir à travers les organisations mathématiques et didactiques. Les autres institutions, non didactiques, gouvernementales notamment, utilisent les termes de compétence et de capacité dont nous devons essayer de préciser les liens avec la TAD.

Le parlement européen nous propose une définition de la compétence mathématique :

La compétence mathématique est l'aptitude à développer et appliquer un raisonnement mathématique en vue de résoudre divers problèmes de la vie quotidienne³².

Nous transposons cette définition dans le langage de la TAD par :

La compétence mathématique est la capacité à mobiliser une organisation mathématique pour résoudre un problème.

Plus précisément, la compétence mathématique est la capacité à mobiliser une technique mathématique, ou plusieurs techniques mathématiques, pour réaliser une tâche ou un type de tâches.

Ou plus généralement :

La compétence est la capacité à mobiliser une technique, ou plusieurs techniques mathématiques, pour réaliser une tâche ou un type de tâches.

Derrière la mobilisation d'une technique pour réaliser un type de tâches, se cache la capacité à justifier cette technique par un bloc théorique composé d'une technologie et d'une théorie. Toute compétence est ainsi liée à une ou plusieurs praxéologies. Mais, Chevallard nous

³² Recommandation du parlement européen et du conseil du 18 décembre 2006 sur les compétences clés pour l'éducation et la formation tout au long de la vie, (2006/962/CE), L 394/10 FR Journal officiel de l'Union européenne 30.12.2006.

rappelle que l'expression de certaines compétences peut conduire à une *technologie d'aucune technique* et que la praxéologie liée à une compétence peut ne pas être entièrement explicite.

Un second exemple montrera maintenant que, pour les mêmes motifs – la trop faible prise en compte des *niveaux supérieurs de détermination mathématique* –, ce qui peut venir à manquer n'est pas seulement la tâche motivante, mais *la tâche « motivée » elle-même !* Ce qui se met en place alors est une organisation mathématique « oblitérée », que je note $[T/\tau/\theta/\Theta]$. Ainsi en va-t-il par exemple, en classe de troisième, à propos d'un *sujet d'études* clairement inscrit au programme de cette classe : la « *composition de deux symétries centrales* ». L'examen du programme montre que le *thème* dont relève ce sujet est celui des *Vecteurs et translations*, le *secteur* étant celui des *Configurations, constructions et transformations* (qui, bien entendu, se déploie à l'intérieur du *domaine* des *Travaux géométriques*). Le mal, ici, est déjà dans le texte du programme, sinon dans l'organisation mathématique qu'il évoque : les *compétences exigibles* qu'il édicte, en effet, se réduisent en ce cas à « savoir que l'image d'une figure par deux symétries centrales successives de centre différents est aussi l'image de cette figure par une translation », et à « connaître le vecteur de la translation composée de deux symétries centrales », sans mention de *l'emploi* de ces résultats. On demande ainsi à la classe de produire un énoncé technologique – la composée des symétries de centre O et O' est la translation de vecteur $2.OO'$ – qui aura toutes chances de n'être *la technologie d'aucune technique* : technologie en *stand-by* en quelque sorte ! (Chevallard, 2002 b, p. 4)

Le terme de compétence que le ministère de l'éducation nationale utilise dans les programmes de mathématiques pour définir la liste des compétences entre dans le cadre de cette définition. Par exemple, la compétence *Appliquer un taux de pourcentage* est définie par la capacité à mobiliser une technique pour appliquer un pourcentage. Si le type de tâches est le calcul de la baisse du prix d'un produit provenant du pourcentage de réduction de 5%, il est possible de mobiliser différentes techniques comme :

- entrer le prix d'origine avec les touches de sa calculatrice puis multiplier par 5, puis utiliser la touche % de sa calculatrice ;
- multiplier le prix d'origine par 0,05 ;
- multiplier le prix d'origine par 5, puis diviser par 100 ;
- diviser le prix d'origine par 20.

Mesurer une compétence revient à définir la capacité à mobiliser les techniques pour réaliser les types de tâches qui sont en relation avec la maîtrise de cette compétence.

La compétence renvoie avant tout au bloc pratico-technique [T/ τ] de la théorie anthropologique du didactique. Nous retrouvons dans ce constat la similitude conceptuelle que Carl Winslow propose avec sa notion de compétence spécifique qui « est liée aux praxéologies, surtout les blocs pratico-techniques (qui sont, pourtant, dépersonnalisés), intégration amenant le plan technologico/théorique » (Winslow, 2005, p. 147).

La différence entre les expressions de type de tâches et compétence dépend avant tout de la position dans laquelle nous nous plaçons. *Appliquer un taux de pourcentage* est un type de tâches si nous nous intéressons aux techniques disponibles pour l'élève pour réaliser cette tâche et c'est une compétence si nous faisons un bilan de ce qu'est capable de réaliser un élève. Après ces précisions, revenons aux programmes officiels du collège pour les mathématiques.

II.4.2 - Le collège

Le programme de mathématiques de l'ensemble du collège³³, est découpé en quatre parties : *Organisation et gestion de données, fonctions, Nombres et calculs, Géométrie et Grandeurs et mesure*.

Les particularités des LTF de notre étude nous ont conduit à nous concentrer, presque exclusivement, sur les parties suivantes dont les objectifs principaux sont, pour l'ensemble du collège :

1. Organisation et gestion de données, fonctions :

- maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité ;
- approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines) ;
- s'initier à la lecture, à l'utilisation et à la production de représentations, de graphiques et à l'utilisation d'un tableur ;
- acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive et se familiariser avec les notions de chance et de probabilité.

2. Nombres et calcul :

- acquérir différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants ;

³³ La description des programmes de collège est issue du B.O. hors série n° 4 du 9 septembre 2004 volume 1, J.O. du 17 juillet 2004 et du Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008.

- se représenter la droite graduée complète, avec son zéro séparant les valeurs positives et négatives et apprendre à y localiser les nombres rencontrés ;
- poursuivre l'apprentissage du calcul sous toutes ses formes : mental, posé, instrumenté ;
- assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation). (B.O. 2004, p. 4 et B.O. 2008, p. 10³⁴)

Comme nous pouvons le lire dans les programmes de collège de 2004, « Les grands équilibres et le niveau général d'exigence du programme du 22 novembre 1995 sont conservés. » (BO, 2004, p. 7). Cette remarque et les connaissances mathématiques présentes dans le programme de 2008 nous montrent avant tout une grande stabilité des programmes du début du secondaire en mathématiques depuis de nombreuses années. Cette période de stabilité coïncide avec la période de création des quatre LTF de notre étude qui ont été conçus et mis à jour entre 1996 et 2004, ce qui nous permet d'envisager, encore aujourd'hui, la concordance de ce que propose chaque LTF avec les programmes de l'institution officielle. Pour cela, il nous reste à décrire dans le détail les apprentissages, liés au numérique, dans les programmes de la classe de sixième.

II.4.3 - Les compétences numériques de la classe de sixième

En suivant la structure du programme, voici une présentation des compétences numériques exigibles en classe de sixième, numérotées de C_1 à C_{29} :

a - Organisation et gestion de données, fonctions

C_1	Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés.
C_2	Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas.
C_3	Appliquer un taux de pourcentage.

Tableau 10 : Compétences liées à la Proportionnalité

C_4	Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté.
C_5	Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients (placement exact ou approché).

³⁴ La seule différence entre ces deux parties entre 2004 et 2008 vient de l'ajout de la phrase « et se familiariser avec les notions de chance et de probabilité ».

C ₆	Lire et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi circulaires, graphiques cartésiens).
----------------	---

Tableau 11 : Compétences liées à l'Organisation et représentation de données

b - Nombres et calculs

i - Nombres entiers et décimaux

C ₇	Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.
C ₈	Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.

Tableau 12 : Compétences liées à la Désignation

C ₉	Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres.
C ₁₀	Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres.
C ₁₁	Placer un nombre sur une demi-droite (<i>ou une droite</i>) graduée.
C ₁₂	Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.

Tableau 13 : Compétences liées à l'Ordre

C ₁₃	Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.
-----------------	---

Tableau 14 : Compétences liées à la Valeur approchée décimale

C ₁₄	Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent.
C ₁₅	Multiplier un nombre par 10, 100, 1000 et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.
C ₁₆	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.
C ₁₇	Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.
C ₁₈	Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, terme, facteur.

Tableau 15 : Compétences liées aux Opérations : addition, soustraction et multiplication

C ₁₉	Établir un ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit.
-----------------	---

Tableau 16 : Compétences liées à l'Ordre de grandeur

ii - Division, quotient

C ₂₀	Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus.
C ₂₁	Calculer le quotient et le reste d'une division d'un entier par un entier dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).
C ₂₂	Connaître et utiliser le vocabulaire associé (dividende, diviseur, quotient, reste).
C ₂₃	Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 3 et 9.

Tableau 17 : Compétences liées à la Division euclidienne

C ₂₄	Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a.
C ₂₅	Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples.
C ₂₆	Multiplier un nombre entier ou décimal par un quotient de deux entiers sans effectuer la division.
C ₂₇	Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.

Tableau 18 : Compétences liées à l'Écriture fractionnaire

C ₂₈	Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).
C ₂₉	Diviser par 10, 100, 1000.

Tableau 19 : Compétences liées à la Division décimale

II.4.4 - Compétences générales pour la classe de sixième

a - La résolution de problèmes

La résolution de problèmes est très présente dans les programmes officiels de collège, dès la sixième, et dans l'introduction pour l'ensemble du collège, il nous est précisé :

À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique (B.O. 2004, p. 5 et B.O. 2008, p. 9).

Alors que la modélisation et la démonstration ne sont pas explicites dans le programme de la classe de sixième, la résolution de problèmes fait partie intégrante, explicitement, de ces programmes. Il est donc possible de penser qu'un élève de sixième va devoir prendre conscience de ce qu'est une véritable activité mathématique à partir, avant tout, de la résolution de problèmes.

Un premier paragraphe nous dresse le tableau général de l'utilisation de la résolution de problèmes au collège :

Une place centrale pour la résolution de problèmes

La compréhension et l'appropriation des connaissances mathématiques reposent sur l'activité de chaque élève qui doit donc être privilégiée. Pour cela, et lorsque c'est possible, sont choisies des situations créant un problème dont la solution fait intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci sont bien maîtrisées, elles fournissent à leur tour de nouveaux « outils », qui permettent un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente. Ainsi, les connaissances peuvent prendre du sens pour

l'élève à partir des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il résout. Les situations choisies doivent :

- ✓ prendre en compte les objectifs visés et une analyse préalable des savoirs en jeu, ainsi que les acquis et les conceptions initiales des élèves ;
- ✓ permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne reposer que sur des consignes simples et n'exiger, au départ, que des connaissances solidement acquises par tous ;
- ✓ créer rapidement un problème assez riche pour provoquer des conjectures ;
- ✓ rendre possible la mise en jeu, puis la formulation des notions ou des procédures dont l'apprentissage est visé ;
- ✓ fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Si la résolution de problèmes permet de déboucher sur l'établissement de connaissances nouvelles, elle est également un moyen privilégié d'en élargir le sens et d'en assurer la maîtrise. Pour cela, les situations plus ouvertes, dans lesquelles les élèves doivent solliciter en autonomie les connaissances acquises, jouent un rôle important. Leur traitement nécessite initiative et imagination et peut être réalisé en faisant appel à différentes stratégies qui doivent être explicitées et confrontées, sans nécessairement que soit privilégiée l'une d'entre elles. (B.O. 2004, p. 5 et B.O. 2008, p.10).

A propos du thème qui nous intéresse plus particulièrement, le numérique, le programme de sixième nous précise que :

En continuité avec l'école élémentaire les problèmes doivent permettre aux élèves d'associer à une situation concrète un travail numérique, de mieux saisir le sens des opérations figurant au programme. Les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques. (B.O. 2008, p.14).

Cette partie du programme (2. Nombre et Calculs) s'appuie naturellement sur la résolution de problèmes. Outre leur intérêt propre, ces problèmes doivent permettre aux élèves, en continuité avec l'école élémentaire, d'associer à une situation concrète un travail numérique et de mieux saisir le sens des opérations figurant au programme. Les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques, cette dernière source de problèmes ne devant pas être négligée (B.O. 2004, p. 16)

La résolution de problèmes ne doit pas être considérée de façon isolée car elle nécessite, entre autres, une gestion correcte du langage mathématique avec, par exemple, « assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation) ». (B.O. 2004, p. 6 et B.O. 2008, p.10)

b - Le langage mathématique

La communication et la nécessité d'un langage approprié à cette communication sont très présentes dans les programmes de collège et ceci dès l'introduction générale où il est précisé qu'il est nécessaire de voir les mathématiques comme une « discipline d'expression » :

Les mathématiques ont également en charge l'apprentissage de différentes formes d'expression autres que la langue usuelle (nombres, symboles, figures, tableaux, schémas, graphiques) ; elles participent ainsi à la construction de nouveaux langages. (B.O. 2004, p. 5 et B.O. 2008, p.9)

En mathématiques, les élèves sont conduits à utiliser la langue ordinaire en même temps qu'un langage spécialisé. (B.O. 2004, p. 8 et B.O. 2008, p.11)

Ce langage spécialisé prend aussi en compte tout ce qui a été introduit dans l'enseignement primaire et qui doit être, maintenant, consolidé :

Acquérir différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants. (B.O. 2004, p. 6 et B.O. 2008, p.10)

Les travaux mathématiques sont l'occasion de familiariser les élèves avec l'emploi d'un nombre limité de notations courantes qui n'ont pas à faire l'objet d'exercices systématiques (le langage doit rester au service de la pensée et de son expression) :

dans le domaine numérique : les symboles d'égalité et d'inégalité, les symboles d'opérations (dont les notations puissance et racine carrée au cycle central) et le symbole de pourcentage. (B.O. 2004, p. 9 et B.O. 2008, p.12)

Nous remarquons aussi que le concept de quotient revient très souvent dans le programme de sixième et doit donc faire l'objet d'un soin particulier en sixième. L'écriture fractionnaire, le quotient de deux entiers, quotient euclidien, quotient décimal, quotient fractionnaire, prendre une fraction d'une quantité, division, division euclidienne : toutes ces expressions doivent être précisées au début du collège mais les généralisations ne doivent pas intervenir trop tôt :

Les élèves utilisent l'écriture de la relation « $a = b \times q + r$ (avec $r < b$) » pour contrôler le calcul, dans la continuité du travail entrepris à l'école primaire. La forme littérale de la relation est hors programme. (B.O. 2004, p. 20)

c - Une triple visée

Toutes les compétences particulières ainsi que les compétences générales doivent être vues en relation avec les remarques générales des programmes de la classe de sixième et de l'ensemble du collège. Par exemple, quelques précisions générales sont apportées en introduction du programme de la classe de sixième :

L'enseignement des mathématiques en classe de sixième a une triple visée :

V_1 : consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire ;

V_2 : préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) ;

V_3 : développer la capacité à utiliser les outils mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines). (B.O. 2004, p. 7 et B.O. 2008, p.13)

Les deux premières visées, V_1 et V_2 , permettent de lire les programmes de sixième en classant les compétences exigibles en deux catégories :

- celles qui font uniquement appel à des techniques qui ont été introduites en primaire et doivent être « consolidées, enrichies et structurées » en début de collège ;
- celles qui font appel à des techniques qui doivent « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques ».

Nous venons de décrire la stabilité des compétences, liées aux apprentissages numériques, exigibles dans les programmes officiels de l'éducation nationale française depuis une quinzaine d'années. Nous allons maintenant proposer le cadre didactique qui va nous permettre d'analyser, par la suite, les environnements d'apprentissage liés au numérique que proposent aux élèves les LTF de notre recherche.

II.5 - Le calcul élémentaire

II.5.1 - Un exemple

En sixième, la majorité des compétences exigibles peuvent être classées dans les deux catégories, V_1 ou V_2 , selon la technique qui est mise en œuvre pour résoudre un exercice ou un problème. Prenons un exemple.

Un groupe de 8 amis invitent un correspondant étranger à déguster la cuisine française. Chaque repas coûte 12 euros. Les amis partagent la note à la fin du repas. Combien chacun doit-il payer ?³⁵

a - Les modes de résolution

i - Premier mode de résolution

Chaque ami doit payer une partie du prix du repas de l'invité, c'est-à-dire 12 euros.

12 euros peuvent se décomposer en 8 euros et 4 euros, ou encore 8 pièces de 1 euro et 8 pièces de 50 centimes d'euros.

Donc chaque ami doit apporter en plus de son repas une pièce de 1 euro et une pièce de 50 centimes d'euros.

Chacun paye donc 12 euros plus un euro plus cinquante centimes, c'est-à-dire 13 euros cinquante.

ii - Deuxième mode de résolution

Prix total : $9 \times 12 = 108 \text{ €}$

Nombre de personnes qui payent : 8

Calcul du prix payer par chacun : $108 \div 8 = 13,5 \text{ €}$

iii - Troisième mode de résolution

Prix à payer par chacun = (Prix total) / (Nombre de personnes qui paye)

Traduction numérique du problème :

³⁵ Exercice de *Smao* dans le chapitre : Problèmes à deux opérations.

$$\text{Prix payer par chacun : } \frac{(9 \times 12)}{8}$$

$$\text{Prix à payer par chacun : } 108 \div 8 = 13,5$$

$$\text{Prix à payer : } 13,5 \text{ €}$$

iv - Quatrième mode de résolution

Traduction algébrique du problème :

$$\text{prix à payer : } x.$$

$$\text{équation qui traduit la situation : } 8 \times x = 9 \times 12$$

$$\text{Résolution de l'équation : } x = \frac{(9 \times 12)}{8}$$

$$x = \frac{108}{8}$$

$$x = \frac{27}{2}$$

Solution du problème :

Le prix à payer est donc de 13,5 €.

b - Comparaison des modes de résolution

Le premier mode de résolution utilise des techniques de décomposition des nombres qui sont rencontrées en primaire, par exemple, lorsque la division est nécessaire et n'est pas encore introduite explicitement. Les compétences visées sont dans ce premier cas de type V_1 .

Le quatrième mode de résolution est de type algébrique qu'un élève de fin de secondaire doit être capable d'utiliser, et les compétences visées sont alors clairement de type V_2 .

Même si le deuxième mode fait appel à des écritures numériques, il fait encore partie d'une démarche arithmétique propre à l'enseignement primaire. Chaque étape est traduite par une opération et permet d'évoluer dans la résolution du problème qui peut être autant orale qu'écrite. Les écrits numériques ne correspondent qu'à la restitution des opérations

nécessaires pour résoudre le problème. Nous considérons que les compétences visées sont encore de type V_1 .

Nous constatons un changement dans le troisième mode avec la traduction, en ligne, du calcul complet à effectuer pour obtenir le prix à payer par personne. Ce n'est plus simplement une suite d'opérations qui traduit une partie des calculs à faire lors de la résolution du problème, mais une expression symbolique qui condense le problème. Nous pouvons apercevoir dans une telle démarche des germes algébriques dans un travail essentiellement numérique. Nous aurions, dans ce cas, tendance à classer cette technique dans la catégorie V_2 , celles qui font appel à des techniques qui doivent « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques ».

Les quatre modes de résolution du même problème proposent quatre techniques que nous devons être capable de différencier le plus clairement possible et particulièrement les deuxième et troisième modes. Les activités présentes dans les quatre LTF de notre étude entraînent, en effet, presque toujours, des modes de résolution du type deux ou trois. Pour classer nos LTF selon les compétences numériques de la classe de sixième, nous devons établir les différences didactiques entre les techniques auxquelles les élèves peuvent faire appel pour réaliser les types de tâches numériques propres à cette classe. Les regards théoriques de différentes approches de la didactique des mathématiques en algèbre et en arithmétique vont nous permettre de construire notre modèle d'analyse.

II.5.2 - L'arithmétique, le numérique, l'algébrique

Le numérique concerne tout ce qui met en jeu les nombres. L'arithmétique peut être considéré comme la science des nombres, des quantités et des grandeurs (Carraher, 2007, p. 669). Dès la parution de l'ouvrage de al-Khwarizmi, *Kitab al-jabr wa al-muqabala* entre 813 et 830,

l'algèbre, dans son commencement, se présente comme une espèce d'arithmétique, plus générale que la « logistique » - puisqu'elle permet de résoudre les problèmes de cette dernière plus rigoureusement grâce à ces concepts-, mais aussi plus générale qu'une géométrie métrique. La nouvelle discipline est en fait une théorie des équations linéaires et quadratiques à une seule inconnue résolubles par radicaux, et du calcul algébrique sur les expressions associées, sans que soit encore conçue l'idée de polynôme. (Rashed, 1997, p. 34)

Les trois termes, arithmétique, numérique, algébrique, renvoient, chacun, à une réalité qu'il n'est pas possible d'isoler des autres et nous constatons leur imbrication dans de nombreux écrits.

Dans son travail sur le passage de l'arithmétique à l'algèbre, Chevallard introduit le calcul algébrique à coefficients naturels :

L'élaboration du calcul algébrique suppose, à titre de motivation ou d'arrière plan, un ou des domaines de calcul. On entendra pas là un ensemble d'objets mathématiques sur lesquels on puisse calculer. (...)

Lorsque, en classe de sixième, l'enseignant passe de l'observation que $2+3 = 5$ et $3+2 = 5$ à l'écriture de la relation $a+b = b+a$, il passe alors du calcul sur les nombres (entiers naturels) à un calcul algébrique à coefficients entiers naturels. (Chevallard, 1989b, p. 49)

Dans le livre, *Perspectives on School Algebra*, (Sutherland, 2001), Balacheff caractérise, quant à lui, l'arithmétique symbolique par rapport à l'algèbre, comme ayant son propre système de validité ou de contrôle :

The students' solving world will contain symbolic representations (we may call them algebraic) as well as mean to manipulate them, but the control structures –all through the solving process- will still refer to the external world of reference attached to the situation by the problem statement.

Algebra is not there, but instead we see the functioning of what I would call symbolic arithmetic which has its own rules and domain of validity. In some way I would say that symbolic arithmetic is to algebra what quantities are to numbers. Both may use the same representation system, and even common tools, but they are not submitted to the same control system.

Radford, quant à lui, utilise l'expression d'algèbre pré-symbolique pour décrire la théorie arithmétique de Diophante :

La théorie arithmétique de Diophante, qui nous laisse voir une des facettes historiques de l'émergence de l'algèbre, peut être donc considérée par rapport à l'algèbre de Viète comme une algèbre pré-symbolique. (Radford, 1992, p.9)

Et dans certains de ses travaux sur le passage de l'arithmétique à l'algèbre, il utilise l'expression d'algèbre numérique :

Nous nous intéressons ici à la source numérique qui débouche sur une algèbre numérique. Une des questions qui s'impose est la suivante: de quelle façon les premières idées de l'algèbre numérique ont-elles émergé? (...)

Dans un travail précédent, nous nous sommes efforcés de démontrer que les premières idées de l'algèbre numérique sont ancrées dans la pensée proportionnelle, particulièrement dans les idées proportionnelles sous-jacentes aux méthodes de fausse position

Nous avons présenté toutes ces expressions pour montrer la nécessité de clarifier ce que nous souhaitons que contienne chacune des expressions qui vont nous permettre de décrire les activités numériques qui sont proposées aux élèves au début de l'enseignement secondaire. Il semble bien qu'il ne soit pas possible de les classer simplement dans le calcul algébrique d'un côté et, de l'autre, dans le calcul arithmétique. D'où, la nécessité d'introduire un autre « calcul ». Le simple choix d'une expression ne nous semble pas suffisant, c'est pour cela que nous avons choisi de transposer au calcul élémentaire le modèle de Houdement et Kuzniak lié à la géométrie élémentaire. Cela doit nous permettre d'avoir une vision globale de ce que représente le calcul au début de l'enseignement secondaire.

II.5.3 - Le modèle de Houdement et Kuzniak

a - L'exemple du repas

Revenons à notre exemple du prix du repas dans un exercice de *Smao* que nous avons traité précédemment, mais en changeant le prix du repas.

Un groupe de 8 amis invitent un correspondant étranger à déguster la cuisine française. Chaque repas coûte 11 euros. Les amis partagent la note à la fin du repas. Combien chacun doit-il payer ?

i - Premier mode de résolution

Si le prix du repas passe à 11 euros, le premier mode de résolution, en liaison avec ce qui se passerait dans la réalité d'un restaurant, peut proposer une résolution du type suivant.

Chaque ami doit payer une partie du prix du repas de l'invité, c'est-à-dire 11 euros.

Pour que les huit amis réunissent 11 €, il faut 8 € plus 3 €, ou encore 8 pièces de 1 € et une répartition de pièces qui va faire, au total, 3 €.

Le problème est maintenant différent car il faut répartir les 3 € en huit, ce qui ne donne pas un nombre entier de centimes d'euros. Dans ce premier mode de résolution, l'élève doit adapter sa résolution à la réalité du problème.

Chacun peut donner une pièce de 50 centimes d'euros, mais dans ce cas, il y a 1 euro en trop. Chacun peut alors reprendre 10 centimes et on laisse le reste dans le pourboire. Donc chaque ami doit apporter en plus du prix de son repas une pièce de 1 euro et deux pièces de 20 centimes d'euros. Chacun paye donc 11 euros plus un euro plus quarante centimes, c'est-à-dire 12 euros et quarante centimes.

Dans ce premier mode de résolution, la question de la répartition équitable intervient en fin de problème, lorsque des exemples de répartitions ont été envisagés. Les amis ont déposé chacun une pièce de 50 centimes d'euros en plus de la pièce de 1 € et ils ont chacun récupéré une pièce de 10 centimes d'euros. La répartition équitable intervient à chaque action, indépendamment du calcul :

Chacun peut donner une pièce de 1 €.

Il y a 8 € pour le repas.

Chacun peut alors donner une pièce de 50 centimes d'euros.

Il y a 12 € pour le repas ; il n'y a donc plus d'argent à donner.

Chacun peut récupérer une pièce de 10 centimes d'euros.

Le somme pour le repas de l'ami a été constituée sans se poser la question de la somme que chacun doit donner. La question du pourboire peut ne pas intervenir explicitement. L'équipartition guide la répartition. Elle n'entraîne pas de calcul spécifique, mais des actions de chaque convive : donner une pièce de 1€, donner une pièce de 50 centimes, reprendre une pièce de 10 centimes.

ii - Deuxième mode de résolution

La somme totale à payer est de : $9 \times 11 = 99$ €

Le nombre de personne qui payent : 8

Total à payer par personne : $99 \div 8 = 12,375$ €

Ce qui est impossible pratiquement, d'où la nécessité d'un retour à une solution contextualisée.

iii - Troisième mode de résolution

Prix payer par chacun = (Prix total) / (Nombre de personnes qui payent)

Traduction numérique du problème : Prix payer par chacun : $\frac{9 \times 11}{8}$

Prix payer par chacun : $99 \div 8 = 12,375$

Ce qui est impossible pratiquement, d'où la nécessité d'un retour à une solution contextualisée.

iv - Quatrième mode de résolution

Traduction algébrique du problème :

prix à payer : x ; équation qui traduit la situation : $8 \times x = 9 \times 11$

Résolution de l'équation : $x = \frac{9 \times 11}{8}$

$x = \frac{99}{8}$ c'est à dire : $x = 12,375$

Ce qui est impossible pratiquement, d'où la nécessité d'un retour à une solution contextualisée.

Les trois modes de résolution ii, iii et iv montrent l'importance, dans le cadre de la résolution numérique ou algébrique d'un problème, de la phase d'interprétation de la solution numérique dans le contexte du problème.

v - Comparaison des modes de résolution

A la différence du premier mode de résolution, ces trois modes de résolution, ii, iii et iv, placent la question de l'équpartition et celle du pourboire avant le calcul ou à la suite du calcul, mais pas pendant le calcul. Avant le calcul, il est décidé de répartir les 99 € en huit ; après le calcul, il faut décider combien chacun va payer, 12,37 pour quatre et 12,38 pour les quatre autres, ou bien 12,40 pour tout le monde.

Pour illustrer la différence de cheminement, voici les caractéristiques de la résolution algébrique d'un problème du document d'accompagnement du ministère de l'éducation nationale, *Du numérique au littéral* (DESCO, 2008, p. 4) :

La résolution algébrique d'un problème se caractérise par :

- une phase de mise en équation qui nécessite de repérer une grandeur qui va pouvoir s'exprimer de deux façons différentes. (...) Le traitement de l'énoncé nécessite le respect des règles d'écriture mathématique.
 - une phase de résolution de l'équation ou des équations écrites qui engage un traitement formel sans lien avec la situation.
 - une phase de restitution de la solution dans le contexte du problème.
- (DESCO, 2008, p. 4)

Nous illustrons ces trois phases de résolution d'un problème algébrique ou numérique (Soucard, 2006), ainsi que la phase de résolution arithmétique qui correspond à notre mode i de résolution par le schéma suivant :

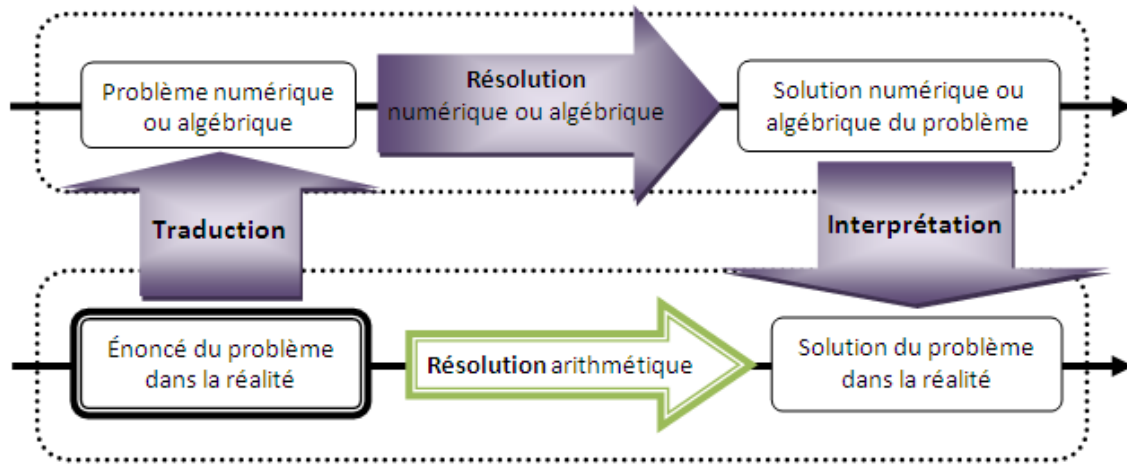


Figure 23 : phases de résolution d'un problème algébrique ou numérique

Les modes ii, iii et iv situent les décisions de la répartition équitable et du pourboire dans la phase de traduction de l'énoncé ou dans la phase de restitution de la solution numérique dans le contexte du problème alors que ces décisions ne sont pas directement visibles dans le mode i de résolution arithmétique. Nous pouvons donc en conclure que la réalité n'intervient pas au même « moment » entre le mode i et les trois autres mode de résolution.

Ce mode de relation avec la réalité et la recherche de l'environnement de résolution le plus adapté aux données du problème nous a orienté vers le modèle géométrique de Houdement et Kuzniak (1999, 2000) que nous allons présenter pour le transposer, comme le propose Kuzniak (2006, p. 174), au calcul numérique.

b - Les trois géométries élémentaires

Leur présentation de « la liaison entre la géométrie de l'école élémentaire et celle du collège » (Houdement, 1998, p. 5) illustre parfaitement l'évolution du rapport à la réalité entre le collège et l'école primaire, même si ce domaine géométrique ne fait pas partie de notre étude. Ces auteurs remarquent que la géométrie proposée à l'école élémentaire est avant tout une géométrie naturelle I (Ibid. p. 19), et que le collège doit permettre aux élèves d'entrer dans une géométrie axiomatique naturelle II pour, ensuite au lycée, être capable de commencer à acquérir les modes de pensées propres à la géométrie axiomatique formalisée III.

Même si cette phrase laisse entendre une certaine linéarité temporelle de l'apprentissage des trois types de géométrie, leur usage, tout au long de la scolarité, peut se faire en parallèle selon les institutions d'apprentissage et les problèmes à résoudre. Les géométries ne sont pas simplement en train de se succéder et la sophistication de la réflexion mathématique est aussi présente dans le cadre de la géométrie axiomatique naturelle.

Selon le type de problème, chacun va choisir « le paradigme géométrique » le plus adapté pour le résoudre. Un mathématicien chevronné ne choisira pas un espace normé où est définie une distance pour calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle. L'environnement de la Géométrie axiomatique naturelle II va lui suffire. Ces trois géométries élémentaires sont décrites dans un récent article (Kuzniak, 2008, p. 5) et sont présentés comme ceci :

Les trois géométries élémentaires

La prise en compte des trois points de vue épistémologique, didactique et historique nous a conduit à dégager trois paradigmes géométriques que nous allons décrire.

La Géométrie I : la géométrie naturelle

La géométrie naturelle a pour source de validation la réalité, le monde sensible. Il y a une certaine confusion entre modèle et réalité. La déduction s'exerce prioritairement sur des objets matériels à l'aide de la perception et de la manipulation d'instruments. Dans son étude très détaillée de la naissance de la géométrie grecque, Caveing (1997) montre l'étroite relation entre les problèmes résolus par les Grecs (notamment le problème de la distance d'un bateau au port) et le développement de cette première géométrie. Les visées de cette géométrie sont en étroite relation avec le monde réel : les résultats doivent être appliqués à des problèmes du monde des objets physiques et matériels. Dans le cas cité de l'appréciation de la distance d'un bateau, la solution finale

du problème aboutit à un système opérationnel de bornes sur le terrain. Il s'agit en fait d'une première abstraction de la réalité qui propose des schémas comme dessin de la réalité et comme description du fonctionnement de celle-ci. D'ailleurs, Caveing signale que, dans ces premières mathématiques, *schema* désigne les figures simples abstraites de la réalité comme le triangle, les quadrilatères etc. Ce mot s'oppose à *diagramma* qui désigne une figure complexe assemblage de ces *schema*. Le raisonnement déductif peut être aussi lié à une expérience mécanique articulée sur le monde sensible, ou le résultat d'un pliage. Ainsi que ce soit par pliage ou par « mouvement virtuel », la construction et la perception sont au coeur d'une géométrie naturelle de type expérimental. L'horizon de la Géométrie I est un horizon technologique.

La Géométrie II : la géométrie axiomatique naturelle

Dans cette géométrie, la source de validation se fonde sur les lois hypothético-déductives dans un système axiomatique le plus précis possible. Mais, le problème du choix du système d'axiomes et de la place de la réalité surgit dès qu'on axiomatise. Dans la Géométrie II est privilégié le point de vue d'un pas de côté par rapport à la réalité : le système axiomatique retenu doit en être le schéma le plus fidèle possible. L'axiomatisation proposée est certes une formalisation mais elle n'est pas formelle car ici la syntaxe n'est pas coupée de la sémantique. Et cette sémantique renvoie à la réalité. La géométrie euclidienne classique est basée sur ce pas de côté, mais tout l'effort de schématisation est dissimulé et reste implicite. Enfin, il est possible d'envisager une axiomatisation partielle, voire des îlots d'axiomatisation, qui permettent le raisonnement. Dans cette géométrie l'axiomatisation est en marche comme horizon de la modélisation. La relation étroite de ces deux premières géométries avec l'espace permet de classer ces géométries dans les sciences de la nature d'où l'emploi du terme « naturel » pour les caractériser.

La Géométrie III : la géométrie axiomatique formaliste

Cette fois, à la suite de l'apparition des géométries non-euclidiennes, le cordon ombilical qui liait la géométrie et la réalité est coupé. Les axiomes ne sont plus fondés sur le sensible et la primauté du raisonnement logique s'impose. La notion de vérité devient totalement intrinsèque au système formel et peut n'avoir aucun degré de validité dans le monde réel. La mise en place de cette géométrie renvoie plutôt à une problématique de la cohérence logique, son horizon sera logique et formel. Par contre, nous verrons qu'elle crée, en quelques sortes, l'espace dans lequel elle s'insère : en effet, dans cette approche, le concept d'espace désigne l'ensemble des relations existantes entre les points indépendamment de la perception de ces points. Une différence essentielle avec la Géométrie II porte sur la complétude du système d'axiomes qui devient essentielle alors que, nous l'avons vu, l'axiomatisation partielle était le propre de la Géométrie II. Il est parfois possible de s'appuyer sur une figure pour prendre en compte certaines hypothèses comme « entre » ou la convexité. Dans la Géométrie III, le propos est de rechercher le nombre minimal de propriétés nécessaires pour fonder le modèle mais il est aussi d'organiser les axiomes en familles qui permettent de dégager certaines propriétés fondamentales. Cette organisation passe par un jeu d'emboîtements

(parfois d'enchevêtrements Gardies 2004, p. 101) donnant naissance à différents types de caractéristiques géométriques (affines, projectives, euclidiennes) que nous retrouverons dans l'élaboration didactique de cette géométrie. Enfin, la prééminence des propriétés des figures fait place à la qualité des propriétés.

Les derniers développements de ce cadre théorique introduisent la notion d'*Espace de Travail Géométrique*, ou ETG³⁶, qui permet de définir, selon l'individu, expert ou élève, l'environnement de résolution de problèmes avec ses modes de relations aux paradigmes géométriques utilisés.

Un ETG est un univers organisé pour le travail du géomètre. Cet espace se structure avec la mise en réseau des trois composantes suivantes :

- un ensemble d'objets, éventuellement matérialisés dans un espace réel et local,
- un ensemble d'artefacts qui seront les outils et instruments mis au service du géomètre, et enfin,
- un référentiel théorique éventuellement organisé en un modèle théorique. (Kuzniak, 2008, p. 7)

Ces trois composantes sont à mettre en relation avec les processus cognitifs qui sont la perception, le langage et l'action qui, dans le domaine de la géométrie, s'expriment en phénomènes de visualisation, de preuve et de construction. Kuzniak (2008, p. 16) nous propose une représentation de ces relations dans la géométrie :

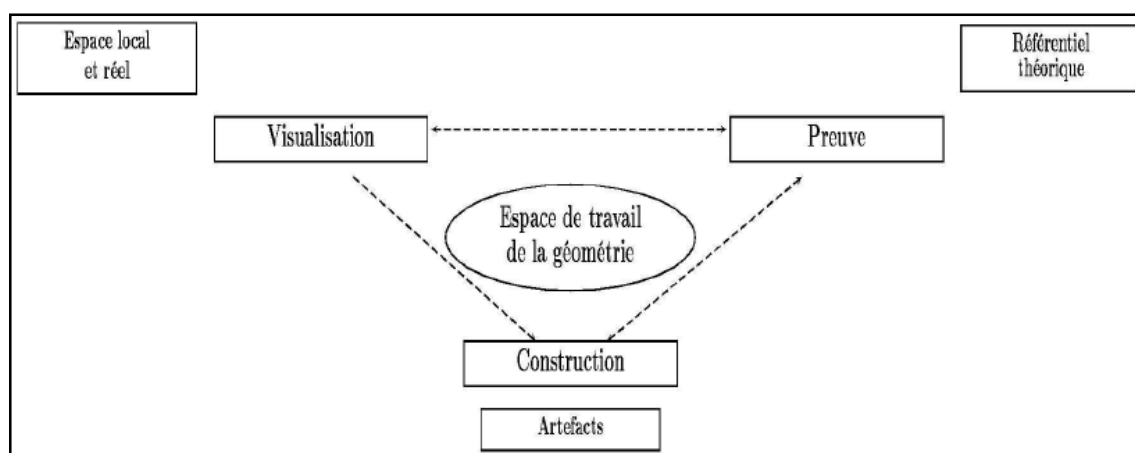


Figure 24 : Espace de travail et processus cognitif (Kuzniak, 2008, p. 16)

³⁶ Il semble que l'expression que Houdement et Kuzniak auraient souhaitée est : espace **du** travail géométrique ; mais ils ont finalement gardé : espace **de** travail géométrique.

Nous allons maintenant traduire ou transposer, convertir ou remanier, en termes d'apprentissage numérique et de calcul, ces différents concepts pour élaborer des outils d'analyse de l'apprentissage du calcul au collège.

II.5.4 - Les paradigmes du calcul élémentaire³⁷

a - Introduction

Le terme de paradigme que nous utilisons à la suite de Kuzniak et Houdement permet de décrire un ensemble de démarche auxquelles peuvent se rapporter un élève et un expert quand ils se placent dans une démarche de résolution d'un problème.

Dans un des derniers articles d'Alain Kuzniak, celui-ci nous détaille la définition de ce terme qu'il utilise dans son cadre théorique de l'apprentissage de la géométrie dans le secondaire et que nous allons conserver dans notre travail :

Dans son ouvrage sur la structure des révolutions scientifiques, Kuhn a introduit l'idée de paradigme (1962), dont il donne une définition qui privilégie deux aspects principaux :

1) Le mot paradigme, dans son aspect global, désigne l'ensemble des croyances, des techniques et des valeurs que partage un groupe scientifique. Il fixe la manière correcte de poser et d'entreprendre la résolution d'un problème. Dans ce sens, Kuhn parle aussi de matrice disciplinaire qui permet de regrouper les théories et plus généralement les connaissances d'un groupe qui travaille sur le même sujet.

2) Dans un deuxième sens, intéressant dans une perspective d'enseignement, Kuhn caractérise les exemples significatifs et communs qui sont donnés aux étudiants pour leur apprendre à reconnaître, à isoler et à distinguer les différentes entités constitutives du paradigme global. Cela renvoie à la pratique par les individus de ce champ disciplinaire. (Kuzniak, 2008, p. 3)

Les deux aspects principaux du sens de paradigme nous permettent d'englober l'aspect théorique de la démarche dans laquelle se place un élève ou un expert lorsqu'il résout un problème et l'aspect pratique de cette résolution. Nous voyons poindre les deux constituants fondamentaux de toute praxéologie, $[T/\tau/\theta/\Theta]$, avec une partie pratico-technique $[T/\tau]$ composée d'un type de tâches et d'une technique et d'une partie technologico-théorique $[\theta/\Theta]$ composée d'une technologie justifiant la technique utilisée, elle-même justifiée par une

³⁷ Nous utilisons le terme élémentaire pour préciser que notre travail se situe avant tout dans l'enseignement secondaire, et plus particulièrement, au début du collège, et ne prend pas en compte des considérations présentes dans l'enseignement supérieur.

théorie Θ . Un élève, par exemple, a l'habitude de résoudre tel type de tâches numérique avec telle technique particulière : il se rattache donc à un paradigme de calcul particulier, même si les justifications théoriques ne sont pas totalement explicites. Le paradigme de calcul auquel une personne se rattache pour la résolution d'un problème a une composante théorique ainsi qu'une composante pratique. Ce sont ces deux composantes qui vont nous permettre, par la suite, de déterminer et de reconnaître l'Espace du Travail Calculatoire dans lequel la personne se situe lorsqu'elle résout un problème. Mais avant cette reconnaissance, nous avons besoin de décrire les différents paradigmes de calcul auxquels se rattachent les élèves dans l'enseignement secondaire.

b - Le calcul arithmétique élémentaire ou Calcul I

Dans la dernière partie du dix-huitième siècle, Newton, dans son introduction à l'Arithmétique Universelle, précise la façon dont il perçoit l'arithmétique et l'algèbre.

Les calculs se font ou par le moyen des nombres , comme dans l'Arithmétique vulgaire³⁸ , ou avec des lettres comme dans l'analyse. Ces deux procédés sont fondés sur les mêmes principes , et conduisent au même résultat ; l'Arithmétique , d'une manière définie et particulière ; l'Algèbre , d'une manière indéfinie et universelle. Mais dans cette dernière méthode , presque tous les énoncés, et sur tout les conclusions, sont de véritables théorèmes, L'Arithmétique ne marche jamais que du connu à l'inconnu ; l'Algèbre, au contraire, marche souvent de l'inconnu au connu, de sorte que, de quelque manière qu'elle arrive à une conclusion ou équation , elle peut toujours parvenir à la connaissance de la quantité inconnue. C'est par ce moyen qu'on résout des Problèmes très difficiles, dont on eût vainement cherché la solution par l'Arithmétique seule.

Cependant l'Arithmétique est tellement indispensable dans toutes les opérations de l'Algèbre, que leur réunion seule forme la science complète du calcul.

C'est pour cette raison que je traiterai de toutes les deux en même temps. Lorsqu'on veut se livrer à l'étude de cette science, il faut d'abord se familiariser avec les termes et les signes qu'elle emploie, apprendre les opérations fondamentales, telles que l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Division, l'Extraction des racines, la Réduction des fractions , et des Quantités radicales , la Méthode d'ordonner les termes des équations, d'en éliminer les inconnues, lorsqu'il y en a plusieurs ; ensuite s'exercer à la pratique de toutes ces opérations , en mettant des Problèmes en équation ; et enfin, étudier la nature et la résolution des équations. (Newton, 1802, p. 47)

³⁸ Le terme *vulgaire* est ici entendu dans un sens ancien : « Qui est admis, pratiqué par la grande majorité des personnes composant une collectivité, appartenant à une culture; qui est répandu », (TLF). Nous retrouvons la composante sociale ou historique d'un paradigme.

Avant de devenir la science des nombres, entiers en général, l'arithmétique est élémentaire aujourd'hui et vulgaire hier, c'est-à-dire qu'elle concerne tout ce qui est rapport avec l'accès au calcul pour la majorité de la population, au quotidien. Les nombres qui sont utilisés pour le calcul arithmétique sont eux aussi en relation avec ce quotidien : ils doivent être « définis et particuliers ».

D'autre part, « l'Arithmétique ne marche jamais que du connu à l'inconnu ». De nombreuses recherches en didactique des mathématiques ont fait le même constat et, par exemple, nous retrouvons cette analyse chez Mariam Haspekian en 2005 dans le premier chapitre de sa thèse, où elle nous propose un bilan des recherches à propos de la transition arithmétique-algèbre :

la démarche arithmétique procède par analyse/synthèse : on part des données connues, après analyse du problème, pour obtenir une expression synthétique déterminant l'inconnu. (Haspekian, 2005, p. 17)

De la même façon, la commission Kahane³⁹ précise que :

en arithmétique (l'élève) progressait du connu vers l'inconnu, en produisant pas à pas des résultats intermédiaires. (Kahane, 2001, p. 29)

L'importance du connu rejoint la relation au sens qui est associée aux données d'un problème dans un mode de résolution arithmétique. Vergnaud nous le précise, en négation, quand il définit la procédure algébrique.

Contrairement à l'arithmétique, la procédure algébrique exige de renoncer à calculer les inconnus intermédiaires, et donc d'éviter de se préoccuper du sens des grandeurs exprimées à tel ou tel moment de la résolution. (Vergnaud, Cortes, Favre-Artigue, in Joshua, 1993, p. 360)

De la même façon, le bilan qui est proposé dans le document d'accompagnement précédemment cité, *Du numérique au littéral*, insiste aussi sur la relation au connu dans le cadre d'un raisonnement arithmétique :

A l'école élémentaire, l'élève n'opère que sur des nombres ou des grandeurs en mettant en oeuvre un raisonnement arithmétique dans lequel il progresse du

³⁹ La Composition de cette commission réuni à la demande du ministre de l'éducation de l'époque (octobre 2002) était présidée par Jean-Pierre Kahane et était composée des membres suivants : Michèle Artigue, Roger Balian, Frédéric Bonnans, Rémy Coste, Claude Deschamps, Catherine Dufossé, Jean-Claude Duperret, Yves Escoufier, Catherine Houdement, Francis Labroue, Rémi Langevin, Michel Merle, Daniel Perrin, Antoine Petit, Claudine Robert, Marc Rosso, Claudine Ruget.

connu vers l'inconnu et où chaque étape peut être contrôlée en référence au contexte de la situation. (DESCO, 2008, p. 3)

Le mode de relation à la réalité est un des aspects spécifiques du calcul arithmétique. La place de l'écrit fait aussi partie de ces aspects spécifiques. Le document de la DESCO poursuit ainsi :

La langue naturelle y est le support du raisonnement et l'écrit est principalement utilisé pour effectuer les calculs, rendre compte du raisonnement utilisé et exprimer les réponses. C'est dans ce contexte que le signe d'égalité est le plus souvent utilisé comme indicateur d'un calcul à effectuer, ce qui lui confère une orientation gauche - droite, les résultats devant être exprimés sous forme canonique réduite. (Ibid.)

De la même façon, Chevallard amplifie l'importance du savoir oral lorsqu'il nous dit que :

L'arithmétique demeure essentiellement un savoir oral, qui ne confie au papier que l'effectuation des opérations sur les nombres.

(...) l'outil essentiel de l'arithmétique est le langage ordinaire augmenté du calcul sur les nombres. (Chevallard, 1989, p. 64)

La trace écrite de la démarche de résolution d'un problème n'est pas une nécessité dans une démarche de résolution qui utilise le calcul arithmétique.

A la suite de ces quelques citations qui reflètent l'état de la recherche en didactique des mathématiques, nous considérons que le paradigme du calcul arithmétique, peut être construit à partir des conditions suivantes :

- Le monde sensible : le calcul arithmétique est avant tout défini par son mode de relation au contenu, au sens, à la réalité. Une procédure arithmétique de résolution d'un problème doit être en relation avec le monde sensible.
- Du connu vers l'inconnu : c'est la perception du monde sensible qui justifie la démarche arithmétique qui se positionne du connu dans la réalité vers l'inconnu. Cet inconnu doit, en fin de résolution, trouver sa place dans la réalité du connu.
- Le système de nombres : l'importance du monde sensible dans une procédure arithmétique entraîne que les nombres utilisés font partie d'un ensemble pratiquement fini, en relation avec le quotidien. Les mesures des grandeurs du monde sensible et facilement accessible qui concernent les procédures arithmétiques restent toujours

dans des intervalles de nombres très ordinaires : les nombres décimaux ont peu de chiffres après la virgule, les nombres sont rarement plus grand que le million et plus petit que le millième, les fractions sont celles du langage courant.

- L'écrit et l'oral : l'arithmétique élémentaire ou le calcul arithmétique n'utilise pas de langage autre que le langage courant et est avant tout un savoir oral. Les quatre opérations font appel aux procédures algorithmiques sur papier, sur calculatrice ou sur ordinateur et ne donnent pas particulièrement d'importance à l'écrit. La mémoire du calcul arithmétique n'a donc que peu d'importance.

c - Le calcul algébrique élémentaire ou Calcul III

Comme dans le cas du calcul arithmétique, le consensus est assez général en ce qui concerne les caractéristiques de la démarche algébrique. Hassane Squalli (2003), qui a consacré sa thèse à l'algèbre, nous apporte une présentation qui met en évidence la complexité de la pensée algébrique. Les résultats auxquels il est arrivé reflétant ce consensus. Il considère que

l'algèbre apparaît comme ayant trois aspects essentiels complémentaires et indissociables :

- toute activité algébrique consiste à manipuler des expressions algébriques ;
- l'aspect modélisation est aussi essentiel puisqu'il permet d'arrimer l'algèbre à la réalité et à l'étude d'autres domaines du savoir ;
- l'aspect structure est aussi indispensable pour établir des liens entre l'algèbre et des mathématiques supérieures. (Squalli, 2003, p. 89)

Son modèle met en parallèle des caractéristiques de l'algèbre avec quatre aspects essentiels de la pensée algébrique :

1. habileté à penser analytiquement ;
2. habileté à construire, à interpréter et à valider des modèles algébriques de situations réelles et mathématiques ;
3. habileté à manipuler des expressions algébriques selon des règles prédéfinies ;
4. habileté à généraliser et à abstraire des relations, des règles, des structures algébriques, de même que des structures de situations réelles ou mathématiques. (Ibid., p. 91)

Dans le cas plus restreint du paradigme du calcul algébrique élémentaire qui concerne plus particulièrement le début de l'enseignement secondaire, la notion de structure algébrique disparaît et, avec elle, la construction formelle des ensembles de nombres. Ce qui n'empêche pas les chercheurs comme les institutions officielles de souligner l'importance de la construction des nombres que doit permettre le calcul algébrique.

Le développement du calcul algébrique est indissociable de l'évolution du système de nombres avec lequel on conduit les calculs. (Pressiat, 2006, p. 39)

Une expression algébrique traduit un calcul mais elle permet également de décrire les nombres. (DESCO, 2008, p. 5)

Un autre aspect spécifique concerne la vision opposée entre le calcul algébrique et le calcul numérique de la place du connu et de l'inconnu. Mathématiciens, didacticiens ou institutions officielles, tous s'accordent sur la même démarche :

L'Algèbre, au contraire, marche souvent de l'inconnu au connu, de sorte que, de quelque manière qu'elle arrive à une conclusion ou équation, elle peut toujours parvenir à la connaissance de la quantité inconnue. (Newton, 1802, p. 47)

La démarche algébrique relève plutôt d'un processus inverse : on part de l'inconnu pour déterminer les conditions et relations qu'il vérifie avec les données connues, puis on applique des techniques algébriques pour déterminer cet inconnu. (Haspekian, 2005, p. 17)

La méthode algébrique l'oblige (l'élève) à réviser profondément ses stratégies de calcul : en arithmétique il progressait du connu vers l'inconnu, en produisant pas à pas des résultats intermédiaires. En algèbre, il s'agit pour lui d'établir des relations entre connu et inconnu, puis de calculer sur ces relations jusqu'à obtenir le résultat cherché. (Artigue, in Kahane, 2002, p. 229)

La place de la réalité et du sens est aussi définie dans cette opposition :

Contrairement à l'arithmétique, la procédure algébrique exige de renoncer à calculer les inconnus intermédiaires, et donc d'éviter de se préoccuper du sens des grandeurs exprimées à tel ou tel moment de la résolution. (Vergnaud, Cortes, Favre-Artigue, in Joshua, 1993, p. 360)

La relation à la réalité se retrouve aussi dans les deux aspects qu'un élève de collège doit reconnaître dans une expression algébrique :

- soit elle exprime un programme de calcul : elle indique une suite d'opérations qu'il faut effectuer afin d'obtenir le nombre que « retourne » le programme de

calcul quand on donne des valeurs numériques aux lettres qui y figurent ; on évoque alors le caractère « procédural » de l'expression ;

- soit elle est considérée comme un objet dont on peut décrire la forme et avec lequel on va pouvoir faire de nouveaux calculs (réduction, factorisation, développement, substitution dans une autre expression, ...) ; on évoque alors le caractère « structural » de l'expression. (DESCO, 2008, p.5).

Le programme de calcul peut être relié à la résolution du problème autant dans sa mise en place que dans la traduction de la solution. On retrouve « l'habileté à construire, à interpréter et à valider des modèles algébriques de situations réelles et mathématiques » de Squalli. Le deuxième de ces aspects essentiels de la pensée algébrique, « l'habileté à manipuler des expressions algébriques selon des règles prédéfinies » ne doit pas être mis en relation avec la réalité pour se concentrer le caractère structural de l'expression algébrique. Dans les phases de résolution d'un problème algébrique ou numérique (voir figure 24), l'aspect procédural se retrouve en particulier dans les phases de traduction et d'interprétation du problème et l'aspect structural, la gestion de l'objet algébrique, se situe dans la phase de résolution.

Ces deux aspects d'une expression algébrique ne peuvent être abordées correctement sans que l'élève n'ait accès à un langage spécifique. Comme le précisent les programmes de collège de 2008, un des objectifs autour desquels la partie Nombres et calcul des classes du collège s'organisent, concerne ce langage :

- assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation). (B.O., 2008, p. 10)

Un des aspects qui est soulevé ici et qui se retrouve dans de nombreuses recherches depuis plus de vingt ans concerne la place et l'usage du symbole « = » dans le langage algébrique. Le bilan didactique qui en est proposé, en 2008, dans le document d'accompagnement des programmes de collège *Du numérique au littéral* traduit cet important travail.

2. Les différents statuts du signe « = »

Le signe « = » est introduit très tôt à l'école primaire et, au cours de la scolarité, il est utilisé avec plusieurs significations qui sont rarement explicitées avec les élèves.

A l'école élémentaire

- Le signe « = » est le plus souvent utilisé pour annoncer un résultat, comme par exemple dans $8 + 13 = 21$. Le signe « = » est alors lu comme signifiant « ça donne », « ça fait », et il apparaît comme étant orienté « gauche-droite ». Des écritures comme $2,3 + 3,8 = 6,1 - 1,5 = 4,6$, produites à l'occasion de la

résolution d'un problème, témoignent de cette conception. Cette signification correspond à celle de la touche [=] des calculatrices ordinaires.

- Le signe « = » est encore utilisé pour communiquer la décomposition d'un nombre. C'est le cas lorsque l'élève décompose un nombre sous forme de produit ($36 = 4 \times 9$) ou, plus fréquemment lorsqu'il décompose un nombre, entier ou décimal, suivant les puissances de la base dans notre système de numération décimale. Ainsi l'égalité ($2304 = 2 \times 1000 + 3 \times 100 + 4$) traduit que 2304 c'est deux milliers, 3 centaines et 4 unités. De même l'égalité ($2,73 = 2 + 7 \times 1/10 + 3 \times 1/100$) traduit que 2,73 c'est 2 unités, 7 dixièmes et 3 centièmes.

- Enfin, mais plus rarement, le signe « = » est utilisé pour signifier que deux écritures représentent un même nombre. Ainsi, lorsque les élèves ont à placer le nombre 74 sur une demi-droite graduée en quarts, ils peuvent voir 74 comme étant quatre quarts plus trois quarts, c'est-à-dire une unité et trois quarts, ou encore comme étant huit quarts moins un quart, c'est-à-dire deux unités moins un quart, et écrire ($1 + 3/4 = 2 - 1/4$) Le signe d'égalité exprime alors une relation symétrique et transitive.

Au collège

- L'emploi du signe « = » comme symbole exprimant qu'on a affaire à deux expressions d'un même objet mathématique devient prédominant, notamment pour les expressions littérales, comme par exemple $a + (b-a)/2 = (a+b)/2$.

- Le signe « = » est également utilisé pour traduire une identité. Il signifie alors que quelles que soient les valeurs attribuées aux lettres, les valeurs « retournées » par les deux expressions figurant de part et d'autre du signe « = » sont égales. Il rend compte de l'universalité d'un énoncé comme par exemple $k(a+b) = ka + kb$.

- Le signe « = » acquiert encore un autre statut dans l'écriture d'une équation. Au lieu d'être utilisé pour écrire des égalités vraies, il apparaît dans des énoncés dont on se demande s'ils peuvent être rendus vrais. En substituant à l'inconnue une valeur numérique, on obtient une égalité qui est ou bien vraie ou bien fausse. Le but de la résolution est de trouver toutes les valeurs qui substituées à l'inconnue donnent une égalité vraie. Cet usage du signe « = » apparaît en rupture avec l'utilisation qui en était faite jusque là et qui sous-entendait le vrai.

- Enfin, le signe « = » est utilisé comme symbole d'affectation, comme par exemple lorsque qu'on se propose de calculer $a + 2b$ pour $a = 1,3$ et $b = 0,7$. (DESCO, 2008, p. 2)

Nous retrouvons la référence au langage algébrique dans la partie *Algèbre et fonctions*⁴⁰ des programmes :

L'apprentissage de l'algèbre se développe suivant plusieurs axes, contribuant, d'une part, à la maîtrise des objets de l'algèbre : lettres avec un statut de nombre généralisé, d'inconnue ou de variable, formules, équations,

⁴⁰ Ont participé au travail sur l'axe « algèbre - fonctions » dans le cadre du groupement national d'équipes de recherche en didactique des mathématiques : Jean Claude Rauscher et Marie Agnès Egret pour l'équipe de Strasbourg, Bernard Capponi pour l'équipe de Grenoble, Mirène Larguier, Maryse Noguès, Jacques Salles et Michel Seco pour l'équipe de Montpellier.

La coordination de la partie algèbre a été assurée par Bernard Capponi, celle de la partie fonctions par Maryse Noguès, la coordination globale par Michèle Artigue.

inéquations, systèmes et, d'autre part, à la constitution de l'algèbre en outil de l'activité mathématique.

Maîtrise du statut des lettres dans le langage algébrique

Dès le début du collège, les élèves sont confrontés à des calculs où ils rencontrent des lettres représentant des nombres (formules d'aires et de périmètres notamment...) et sont amenés à opérer sur ces lettres, ne serait-ce que pour leur substituer des valeurs numériques. Ils sont ensuite conduits à opérer sur des expressions littérales et à transformer de telles écritures, le plus souvent dans le cadre d'expressions polynomiales. Cet aspect de l'apprentissage de l'algèbre concerne l'utilisation des lettres pour représenter des nombres et les calculs qui y sont associés. Le calcul littéral est vu ici comme une combinatoire de règles de transformations autorisées par les propriétés des opérations.

Mise en équation de problèmes

L'algèbre est alors utilisée pour résoudre des problèmes. Cela conduit à choisir des lettres pour représenter une ou des quantités inconnues puis à traduire par des équations et inéquations les relations décrites dans l'énoncé du problème. (DESCO, 2000)

Que ce soit pour mettre en équation un problème, pour gérer le calcul littéral, pour utiliser correctement les lettres, pour traduire par des équations, l'élève doit maîtriser suffisamment le calcul littéral qui fait partie du langage algébrique.

Nous considérons que le paradigme du calcul algébrique élémentaire, peut être construit à partir des conditions suivantes :

- Le monde sensible : la démarche algébrique doit se libérer de la réalité du monde sensible et intégrer des problématiques définies par des axiomes du monde mathématique.
- Connu et inconnu : en algèbre, il s'agit d'établir des relations entre connu et inconnu, puis de calculer sur ces relations jusqu'à obtenir le résultat cherché.
- Le système de nombre : les nombres auxquels donne accès l'algèbre sont créés par les relations et les équations algébriques selon les besoins et les nécessités des calculs. Les fractions, les nombres négatifs, les racines carrées et les nombres complexes en sont des exemples.

- L'écrit et l'oral : le paradigme algébrique possède un langage qui lui est propre : le langage algébrique avec ses symboles, ses chiffres et ses lettres, ses indéterminées, ses inconnues, ses paramètres, ses variables, ses codes et ses règles particulières, ses modes de lecture, ses relations avec le langage naturel. C'est un langage basé exclusivement sur l'écrit. Il suffit pour s'en convaincre de remarquer que l'oral est lié à l'écrit dans le langage naturel car le mode de lecture correspond au mode d'écriture ce qui n'est pas le cas avec le langage algébrique. L'écriture, comme le langage naturel, s'y effectue de gauche à droite alors que la lecture s'y effectue par blocs parfois sans direction prédéterminée. Le langage algébrique est la porte d'entrée incontournable du paradigme du calcul algébrique. La mémoire et le pilotage du calcul qu'elle permet est à la base de sa réussite.

Les caractéristiques de ces deux paradigmes, le calcul arithmétique et le calcul algébrique, nous montrent des oppositions, notamment à travers le langage, la mémoire du calcul ou le rapport à l'écrit. Ces oppositions nous permettent d'envisager une place pour un troisième paradigme intermédiaire.

d - Le calcul numérique élémentaire ou Calcul II

Michèle Artigue nous dit, dans le cadre de la Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, que « le passage du calcul numérique au calcul algébrique constitue en effet une véritable révolution » (Artigue, in Kahane, 2002, p. 228). Nous considérons que cette révolution, dans le cas du calcul élémentaire, concerne le passage du calcul arithmétique élémentaire au calcul algébrique élémentaire et que cette révolution peut être atténuée par la reconnaissance d'un paradigme intermédiaire, ayant des points de passage avec chacun d'eux, le calcul numérique élémentaire.

Révolution, opposition, discontinuité ou fausse continuité, les expressions sont légions dans les recherches en didactique pour définir les relations entre l'arithmétique et l'algèbre⁴¹. De nombreux auteurs soulèvent la difficulté, dans certains cas, de préciser si le cadre de travail se situe dans un paradigme algébrique ou arithmétique. Le cas des fractions permettait à Chevallard de présenter ces difficultés dans un texte déjà ancien.

⁴¹ Voir à ce propos la synthèse présentée dans : *Chapitre 1. De l'arithmétique à l'algèbre : un espace pour le tableur ?* Haspekian, 2005.

Il y a là quelques-unes des raisons didactiques qui expliquent la prééminence de fait de l'étude des fractions dans les classes actuelles de quatrième. Or – et nous faisons là retour à notre sujet, qu'en fait nous n'avons pas quitté –, dans le vocabulaire des enseignants, les fractions font partie de l'algèbre ! Même si le programme officiel n'utilise pas ce terme, il semble que l'usage se soit spontanément créé de nommer « algèbre », dans la pratique de la classe, ce qui n'est pas géométrie : l'algèbre c'est, globalement, l'autre de la géométrie. Cet emploi, peut-être irréfléchi, du mot ne manque pas de justificatifs. Les hésitations historiques dont nous avons parlé traduisent aussi (par delà l'opposition fractions de nombres arithmétiques/fractions de nombres algébriques) une réalité qui perdure : les fractions (d'entiers) ne sont pas de l'algèbre au sens où elles ne contiennent pas de lettres (les lettres sont essentiellement utilisées par le professeur, pour formuler des lois qui régissent leur calcul) ; mais elle relèvent de l'« algébrique » en cela qu'elles sont le lieu d'un jeu formel portant sur les écritures. Elles offrent donc l'occasion **d'une algèbre sans algèbre**,⁴² qui fait le gros morceau de l'algèbre aujourd'hui enseignée. » (Chevallard, 1984, p. 72)

Doit-on parler d'algèbre ou d'arithmétique ? Nous rencontrons la même difficulté quand nous passons de l'écriture « $4+8=12$ » à l'écriture « $12=8+4$ ». La première écriture peut être considérée comme l'expression d'un calcul et de son résultat, alors que la deuxième se lit plutôt comme une double façon d'écrire symboliquement le même nombre. Les deux écritures 12 et $(8+4)$ ont la même dénotation mais ne véhiculent pas le même sens. L'oral peut suffire à tout dire de l'aspect calculatoire de la première expression alors que c'est l'écrit qui va permettre de noter les différences entre les deux façons d'écrire un même nombre : 12 et $8+4$. Comme nous le rappelle Raymond Duval :

Les mathématiques, et en particulier le raisonnement en mathématiques, relèvent de l'écriture et non pas de la parole. (...) Enfermer les élèves dans la seule pratique orale, c'est leur fermer la voie d'un développement de l'activité mathématique. (Duval, 1995)

La deuxième expression, « $12=8+4$ », ne peut plus être lue dans le paradigme du calcul arithmétique élémentaire, car le symbole « = » n'y représente pas l'indication d'un calcul à effectuer, mais il n'est pas nécessaire de se situer dans le paradigme du calcul algébrique élémentaire pour la comprendre.

Voici maintenant deux exemples rapportés par Radford qui nous montrent que l'accès au paradigme du calcul algébrique élémentaire ne se suffit pas de l'usage des lettres.

⁴² Souligné par nous.

La différence qui est constatée depuis des années par de nombreux didacticiens dans la gestion de la résolution des équations du type $(ax+b=0)$ et $(ax+b=cx+d)$ en est un des exemples.

G. Vergnaud a bien souligné que c'est dans les équations du type $ax+b=cx+d$ que l'algèbre devient un outil plus pertinent que l'arithmétique et non dans celles de la forme $x + a = b$ ou $ax = b$ qui sont privilégiées au début du collège. (DESCO, 2000, p. 12)

Le rôle du statut de l'égalité est bien mis en évidence dans la réussite des élèves à la résolution de certaines équations : celles de type $ax+b=c$ montrent des taux de réussites significativement différents de celles de type $ax +b=cx+d$. Ces différences peuvent s'expliquer en terme de *statut de l'égalité* : les premières peuvent se résoudre en donnant à l'égalité le statut qu'il a en arithmétique, tandis que pour les secondes qui ne peuvent plus se résoudre par une démarche arithmétique, l'égalité doit changer de statut, s'inscrire dans une pensée algébrique. Elle ne signifie alors plus l'annonce d'un résultat, elle se situe au niveau d'une relation structurale et non plus procédurale (comme définis par Sfard, 1991), elle n'est plus signe d'effectuation, et le membre de gauche n'est plus différencié. (Haspekian, 2005, p.34)

Radford confirme les difficultés des élèves pour gérer ces deux types d'équations :

Suite aux travaux de Filloy et Rojano (1984, 1989), dans une vaste partie de la littérature sur l'apprentissage de l'algèbre, on parle des difficultés qu'éprouvent les enfants à opérer sur l'inconnue².

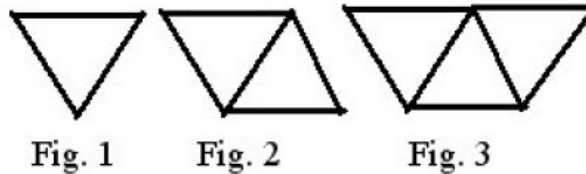
² Voir par exemple le texte de Carragher et al. (2001) discuté récemment dans le Forum sur l'algèbre tenu lors de la 25e rencontre du PME aux Pays Bas et les commentaires et réactions à ce texte par Linchevski, Radford, Tall, Teppo, Warren et Cooper, Vol. 1, pp. 141-159.

Ces travaux mettent en évidence la difficulté qu'ont les élèves pour passer de la résolution d'équations du type $ax+b=c$ à la résolution d'équations du type $ax+b=cx+d$. Alors que le premier type ne demande pas une opération sur l'inconnue (car la solution se fait en opérant sur les nombres a, b et c), le deuxième type exige bel et bien une opération sur l'inconnue. (Radford, 2003, p. 3)

Radford va même plus loin grâce au suivi qu'il a réalisé pendant cinq ans avec des élèves. Il a pu comparer les difficultés de ces élèves pour réaliser une autre activité qui lui permet de montrer que, pour certains élèves, la résolution d'une équation du type $(ax+b=cx+d)$ ne signifie pas forcément l'entrée dans le paradigme du calcul algébrique élémentaire. Voici cet exemple.

L'extrait suivant provient d'une des premières observations faites pendant notre programme longitudinal de recherche. Dans l'extrait, nous voyons un des

groupes de 3 élèves que nous avons suivi pendant cinq ans. Les élèves devaient trouver le nombre de cure-dents qu'il y a dans la figure 25 dans une suite très classique –celle de triangles faits à l'aide de cure-dents.



1. Judith : La prochaine figure en a deux de plus que ... regarde! [La figure] 6 est 13, 13 plus 2. Il faut que tu continues là. Minute (*elle prend une calculatrice*) OK. OK. C'est plus ...
2. Anik : Ben, tu peux pas toujours faire plus 2, plus 2, plus 2, ...
3. Judith : Ben oui. Ça, c'est figure 7, plus 2, égale figure 8.
4. Josh : Ça va être trop long! [...] C'est toujours le prochain. Regarde! (*Avec son crayon, il pointe les figures en parlant; voir photo 1*) 1 plus 2, 2 plus 3, [...].
5. Anik : So, 25 plus 26 ...
6. Josh : Attends une minute. Oui, 3 plus 4, c'est 7; 4 plus 5 ... donc, c'est 27 plus 26?
7. Anik : Ben, parce que tu fais toujours ... comme ... regarde (*elle indique la figure 3 directement avec son index; voir photo 2*) [figure] 3 plus [...] C'est 25 plus 26.

Les élèves ont trouvé la réponse sans compter le nombre de cure-dents de chacune des figures : ils ont effectué une généralisation. Or de quel type de généralisation s'agit-il ? À la ligne 1, Judith dégage une relation de récurrence, que nous écririons, en langage symbolique, de la façon suivante : $u_{n+1} = u_n + 2$. Josh, continuant une idée d'Anik à la ligne 2, met en évidence le caractère peu pratique de la relation et propose une nouvelle stratégie qui est tout de suite comprise par Anik. Mais, à la ligne 6, Josh ne sait pas si c'est $27 + 26$ ou $25 + 26$. La question est réglée par Anik à la ligne 7. À ce moment-ci, les élèves ont dégagé un *schème* (au sens kantien du terme) qui leur permet maintenant de trouver le nombre de cure-dents dans n'importe quelle figure spécifique. Ils ont réussi à objectiver ce que nous appelons une *généralisation factuelle*, c'est-à-dire, **une généralisation d'actions sous la forme d'un schème opérationnel qui reste confiné au niveau numérique.**⁴³ (Radford, 2004, p. 15)

La suite de l'activité consiste à demander aux élèves « d'écrire un texte dont le but est d'expliquer, à un élève d'une autre classe, comme faire pour calculer le nombre de cure-dents dans n'importe quelle figure de la suite » (Ibid., p. 18). Radford conclut ainsi :

Ainsi, même si certains élèves ont réussi à exprimer le nombre de cure-dents dans la figure n par la formule « $n + (n+1)$ », où « n » désigne le nombre de la

⁴³ Souligné par nous.

figure n est « $n+1$ » celui de la figure suivante (ou « la prochaine figure »), ils n'étaient pas prêts à supprimer les parenthèses et à ajouter les lettres, car cela entraînait la destruction du sens de la désignation. À quoi pouvait bien se référer une expression comme « $2n+1$ »? (Ibid., p. 20)

Même si les élèves sont capables d'utiliser la lettre « n » dans un but de généralisation, le rapport au sens leur est toujours nécessaire. Un élève travaillant dans le cadre du paradigme du calcul algébrique élémentaire doit donner la priorité aux axiomes du monde mathématiques et acter, en se libérant du sens donné aux lettres, que : $n + (n + 1) = 2n + 1$. Ce qui n'est pas le cas avec ces élèves que nous présente Radford. Laissons lui, à nouveau, la parole pour revenir à la résolution d'une équation du type : $(ax+b=cx+d)$.

Or, dans notre programme de recherche longitudinale en salle de classe, nous avons trouvé que, sous certaines conditions, l'opération sur l'inconnue dans des problèmes du type $ax+b=cx+d$ ne pose pas de problèmes aux élèves débutants. Ainsi, après un travail sémiotique à partir de la manipulation d'objets concrets, nos élèves ont pu facilement passer au symbolisme et résoudre des équations telles que $14+2e = 2+4e$.

Par contre, ces mêmes élèves n'ont pas réussi à reconnaître, dans des tâches de généralisation de patrons géométrico-numériques, que les expressions ' $(n+1) + n$ ', ' $(n+n)+1$ ' et ' $2n+1$ ' réfèrent à une même situation ou objet.

Le problème n'est donc pas celui de la possibilité ou impossibilité de l'élève à opérer sur l'inconnue car cette question ne peut pas être tranchée par un oui ou par un non (ou plutôt elle peut être répondue par oui et non à la fois, mais alors la question perd tout son intérêt).

La question devient celle-ci : comment se fait-il que dans certains cas l'opération sur l'inconnue est possible alors que, pour les mêmes sujets, dans d'autres cas l'opération sur l'inconnue est impossible ?

Pour répondre à cette question, nous voulons suggérer qu'il faut regarder les problèmes de la désignation des objets et de la constitution du sens. Pour ce faire, il faut regarder comment la désignation des objets à travers les expressions symboliques algébriques est reliée aux intentions des individus et à l'évolution de ces intentions au cours de l'activité contextuelle. Il nous faut voir comment, dans les actes donateurs de sens, les intentions se cristallisent en s'exprimant dans les expressions symboliques que les élèves retrouvent au cours de leur immersion dans la pratique de l'algèbre. (Radford, 2003, p. 4)

Que ce soit dans le sens qui est donné au symbole d'égalité, dans la résolution d'équation du premier degré, dans l'utilisation de lettres pour traduire un phénomène de généralisation, ou encore, dans les différentes dénnotations des nombres, nous constatons que les paradigmes du calcul arithmétique élémentaire et du calcul algébrique élémentaire ne suffisent pas. Nous

considérons donc que nous avons besoin de définir un paradigme intermédiaire. Il se situe entre les deux mais pas après l'un ou avant l'autre. Les dénominations de « pré-algébrique » ou de « post-arithmétique » que nous propose Haspekian pour décrire la situation transitionnelle du tableur (2005, p. 51) ne nous satisfont pas car elles impliquent un choix de positionnement plus favorable à l'algèbre ou plus favorable à l'arithmétique. Nous serions tenté de parler d'« arigébrique » mais nous nous contenterons de définir ce paradigme intermédiaire comme celui du calcul numérique élémentaire, Calcul II. Celui-ci peut être construit à partir des conditions suivantes.

- Le monde sensible : Il est nécessaire de commencer à s'affranchir du besoin de réalité et de sens des données même si le lien avec la réalité reste fort.
- Connu et inconnu : Les relations entre le connu et l'inconnu se compliquent et peuvent, par exemple, être médiatisées par un outil technologique comme le tableur. Le monde des formules est aussi symptomatique de ces relations complexes entre le connu et l'inconnu.
- Le système de nombres : Les ensembles de nombres auxquels les élèves ont accès se complexifient mais sont, en général, encore en relation avec le monde réel, non exclusivement sensible.
- L'écrit et l'oral : L'écrit est incontournable. Le symbolisme est déjà présent mais on n'attend pas qu'il soit opérationnel en tant que symbolisme de calcul. Sans parler encore de langage algébrique, un langage que nous qualifions de numérique est maintenant nécessaire. Il est composé des chiffres, éventuellement de lettres et de tous les symboles qui permettent d'écrire en ligne la plupart des calculs. Les parenthèses sont utilisées. La mémorisation du calcul grâce à l'écrit est une donnée de l'usage de ce langage numérique.

Les trois paradigmes du calcul élémentaire ont été caractérisés et il nous reste à décrire la façon dont l'élève organise son travail de calcul élémentaire. Car, comme dans le cadre de la géométrie élémentaire, les paradigmes ne suffisent pas à décrire la pratique du calcul par les individus. Nous en avons eu l'illustration avec le suivi des élèves par Radford où il est possible de constater l'usage de différents paradigmes de calcul élémentaire par certains élèves mais où il n'est pas possible de découvrir les procédures d'utilisation de ces paradigmes.

Placer ainsi, la géométrie dans le monde de l'action humaine, suscite une nouvelle série de questions qui concernent plus particulièrement les utilisateurs de la géométrie avec leurs connaissances et leurs processus cognitifs. S'ils rendent bien compte de l'horizon dans lequel s'inscrit la géométrie pratiquée, les paradigmes paraissent insuffisants pour décrire la pratique géométrique courante des utilisateurs. Ainsi, quelle conscience les géomètres experts ou les géomètres en herbe ont-ils de ces paradigmes ? Comment gèrent-ils les informations et les résultats obtenus à partir de l'expérimentation sur les figures ? Comment se nourrissent les interactions entre paradigmes chez les individus ?

Toutes ces considérations nous ont conduit à introduire la notion relativement complexe d'espace de travail géométrique (ETG) dont nous allons donner en un premier temps une définition assez formelle en ne retenant que les composantes, en quelque sorte amorphes, qui le constituent. Cependant, ce qui fait la spécificité des ETG, c'est justement l'articulation cognitive et dynamique de ces composantes par un utilisateur expert ou non. (Kuzniak, 2008, p. 6)

Dans le cas du calcul élémentaire, nous introduisons la notion d'Espace du Travail Calculatoire.

II.5.5 - L'Espace du Travail Calculatoire

a - Définition

Comme dans le cas des Espace de Travail Géométrique, ou ETG, un Espace du Travail Calculatoire, ou ETC, est un univers organisé pour le travail du calculateur. Cet espace se structure avec la mise en réseau des trois composantes suivantes :

- des objets ; parmi ces objets, il y a, entre autres, les nombres et les ensembles de nombres ;
- des artefacts ; ce sont les outils et instruments mis au service du calcul ;
- un référentiel théorique.

En supplément, nous proposons deux postulats .

P₁ : La résolution d'un problème ne se déroule pas systématiquement en relation exclusive avec un seul paradigme de calcul ;

P₂ : Faire appel à un ou plusieurs paradigmes calculatoires pour résoudre un problème dépend de la personne qui doit résoudre le problème et du problème à résoudre.

Chaque personne crée son propre Espace du Travail Calculatoire au fur et à mesure qu'elle doit résoudre des problèmes où le calcul élémentaire est nécessaire, que celui-ci soit arithmétique, numérique ou algébrique.

La précision des diverses composantes va se faire en relation avec la nature de la Géométrie mise en jeu. Le paradigme de référence permet d'interpréter les contenus des composantes qui en retour par leurs fonctions différentes participent à la spécificité des différents paradigmes. Nous serons souvent confrontés à cet apparent paradoxe qui fait définir comme géométrie la fonction d'un objet lorsqu'il intervient dans une géométrie que nous essayons justement de mieux définir. Le fait que la nature des composantes dépende du paradigme de référence conduit à envisager l'existence d'espaces de travail spécifiques associés à chaque paradigme.

L'espace de travail de la géométrie ne prend tout son sens que grâce à ses utilisateurs. Les composantes seules ne suffisent pas à le définir car le sens de l'espace de travail va dépendre de la fonction que son concepteur et ses utilisateurs lui attribuent. Cette fonction peut évoluer en relation avec le contexte social et économique qui influe sur les institutions éducatives dans lesquelles la géométrie est enseignée. (Ibid., p. 7)

La précision de chacune des composantes de l'ETC se fait en relation avec le Calcul mis en jeu. Le paradoxe dont parle Kuzniak semble être du même niveau que la démarche que nous avons utilisée avec le suivi des élèves de Radford pour montrer la nécessité d'un paradigme intermédiaire. L'élève qui était capable de résoudre une équation du type $(ax+b=cx+d)$ était, dans le même temps, incapable d'additionner les deux expressions n et $(n+1)$ pour obtenir $(2n+1)$. Dans le paradigme du Calcul III, l'addition peut être considérée comme faisant partie du référentiel théorique auquel cet élève n'a pas encore accès. Il se situe donc, dans ce cas, dans le paradigme du Calcul II, qui peut, à la différence du Calcul I, intégrer des équations du type $(ax+b=cx+d)$. Mais l'addition devient un artefact en Calcul II ou I, et permet aussi de définir chacun de ces paradigmes. Comme en géométrie, il est peut-être nécessaire d'envisager l'existence d'espaces de travail spécifiques associés à chaque paradigme. Mais c'est avant tout l'utilisateur de l'Espace du Travail Calculatoire et les institutions d'apprentissage auxquelles il est assujéti qui vont lui donner tout son sens. Nous allons définir chacune des composantes avant de décrire comment peut s'analyser le calcul élémentaire dans un ETC.

b - Les objets de l'ETC

Les objets de l'ETC correspondent aux éléments et ensembles que la personne souhaite étudier, transformer ou utiliser dans le cadre de ses calculs. Pour calculer, les nombres et les chiffres pour écrire ces nombres sont les premiers objets des Espaces du Travail Calculatoire qui sont nécessaires en référence aux trois paradigmes du calcul élémentaire.

Il reste qu'il est bien sûr difficile et délicat de préciser l'espace et les objets sur lesquels s'exerce le travail du géomètre puisqu'en quelque sorte pouvoir décrire l'espace support et les objets de cet espace est l'objectif premier du géomètre. (Ibid., p.8)

L'importance du calcul élémentaire dans le monde scolaire ne peut pas être remise en cause :

Le calcul est omniprésent dans les pratiques mathématiques ; il en est une composante essentielle à tous les niveaux, inséparable des raisonnements qui le guident ou qu'en sens inverse il outille. (Kahane, 2001, p.2)

Mais la complexité des objets mathématiques liés au Calcul ne nous permet pas de définir, indépendamment des paradigmes du calcul élémentaire, les objets des ETC associés.

Le terme « calcul », comme chacun sait, vient du mot latin « calculus » qui renvoie aux cailloux que les romains utilisaient pour compter, dans des pratiques sociales diverses, et il est en priorité associé dans la culture aux calculs élémentaires sur les nombres intervenant dans le dénombrement de quantités discrètes et la mesure de grandeurs. En fait, il renvoie, en mathématiques, à une réalité beaucoup plus complexe. Il concerne, au-delà des seuls nombres, les objets mathématiques les plus divers, comme en témoignent les adjectifs susceptibles de le qualifier, renvoyant à des objets géométriques ou mécaniques (calcul barycentrique, calcul vectoriel, calcul tensoriel...), à des objets fonctionnels et probabilistes (calcul différentiel et intégral, calcul des variations, calcul stochastique...), voire à des énoncés logiques (calcul propositionnel, calcul des prédicats...). Chaque type de calcul, ainsi dénommé, s'accompagne de modes de pensée, de techniques spécifiques, faisant du calcul un objet multiforme. (Ibid., p. 4)

Les objets des ETC sont définis en fonction des calculs qui doivent être effectués. Selon les calculs nécessaires, un individu ou une institution, peut avoir à créer de nouveaux objets : les racines carrées ou les nombres complexes en sont des exemples. Ils peuvent être vus comme la réponse à la résolution d'équations comme : $x^2 = 2$ et $x^2 = -1$. Dans le monde numérique, ils ne peuvent que difficilement être pensés avant d'avoir été confronté à la résolution de telles équations. La constitution des objets de l'ETC d'une personne dépend donc des calculs que cette personne a rencontrés.

c - Les artefacts de l'ETC

Nous reprenons le sens d'artefact rappelé par Kuzniak :

Nous utiliserons le mot artefact dans le sens que lui donne Rabardel (1995 p. 59) de chose ayant subi une transformation d'origine humaine. Il ajoute que cette chose doit être susceptible d'un usage pouvant s'inscrire dans des activités finalisées. Dans l'usage géométrique, ces choses seront les outils et les instruments utiles en géométrie. Rabardel précise qu'un instrument est un artefact pris en main par un individu grâce à des schèmes d'action.

L'introduction de nouveaux outils de type informatique a bouleversé les artefacts utilisés et créé, de fait, des nouveaux espaces de travail dont l'étude à la fois théorique et didactique a nourri les recherches en didactique des mathématiques. Cette dernière remarque nous permet de préciser que, dans une géométrie donnée, les espaces de travail géométrique sont multiples ; c'est une source de difficultés supplémentaires. (Kuzniak, 2008, p. 8)

De même que pour la géométrie, dans le cas du calcul élémentaire, les artefacts sont les outils et instruments utiles pour le calcul. Les outils de type informatique comme les calculatrices ordinaires, graphiques ou formelles, les tableurs, les logiciels de calcul formel sont des artefacts qui multiplient d'autant la diversité des Espaces du Travail Calculatoire.

d - Les référentiels de l'ETC

Les objets et les artefacts de la géométrie en constituent la partie empirique, celle-ci ne prendra tout son sens qu'articulée avec un ensemble de définitions, de propriétés, de relations réunies dans une sorte de référentiel théorique que l'on peut aussi regarder comme un modèle théorique. (Ibid., p. 8)

Comme pour les objets et les artefacts, la construction des référentiels dépend du paradigme auquel on se réfère que ce soit l'élève, le professeur ou l'institution qui a la charge de l'ETC. Objets et artefacts du calcul y sont articulés avec des définitions, des propriétés, notamment des opérations, qui instituent le modèle théorique sous-jacent aux calculs effectués.

II.5.6 - Le calcul dans l'ETC

a - ETC et institutions

Commençons par rappeler les trois types d'ETC que le modèle de Kuzniak nous permet d'envisager :

- les ETC de référence ;
- les ETC idoines ;

- les ETG personnels.

Notion d'ETG de référence

Le fait pour une communauté d'individus de s'accorder sur un paradigme donné pour formuler des problèmes et organiser leurs solutions en privilégiant certains outils ou certaines manières de pensée, ce fait débouche sur ce que nous conviendrons d'appeler l'ETG de référence. Pour connaître cet ETG, il faudra dégager ces manières de faire et de voir en décrivant notamment le style du travail géométrique avec ses règles de discours, de traitement et de présentation. Cet ETG dépendra du paradigme privilégié : Géométrie I, II ou III.

Dans le cadre de la géométrie enseignée, le choix du paradigme de référence ne dépend pas que des seuls mathématiciens mais aussi des auteurs des programmes, des membres dirigeants des institutions éducatives et d'un ensemble de personnes intéressées par la question éducative. (...)

L'ETG idoine ou la question de la didactisation

Une fois posées les bases de la géométrie enseignée, il reste à se préoccuper de son enseignement effectif qui nécessite l'existence d'un espace propice à l'enseignement réussi de la géométrie souhaitée. Cette réussite dépendra naturellement aussi des utilisateurs de cet espace mis en forme pour eux : les élèves bien sûr mais aussi les professeurs chargés de le mettre en place dans les classes.

L'ETG de référence doit être aménagé et organisé pour devenir un espace de travail effectif et idoine dans une institution donnée avec une fonction définie. Les experts concepteurs de la réorganisation didactique des diverses composantes de l'espace de travail, jouent un rôle semblable à celui d'un architecte qui conçoit un espace de travail pour des utilisateurs potentiels futurs. Ils aménagent un ETG qui peut être idoine parce qu'il respecte les intentions et le cahier des charges de l'institution demandeuse mais qui peut n'être pas adéquat à sa fonction attendue en se révélant non performant lors de sa mise en oeuvre dans les classes. (...)

Les ETG personnels

Les ETG idoines doivent être investis par des élèves qui se les approprient avec leurs connaissances et leur fonctionnement cognitif particuliers. Ces espaces de travail sont ce que nous appelons des ETG personnels. Ils se constituent de manière progressive et peuvent n'être parfois pas opérationnels. La notion de paradigme contribue à éclairer un certain nombre d'obstacles notamment ceux liés aux malentendus sur la nature du travail géométrique attendu et qui dépendent justement de la diversité des paradigmes.

La notion d'ETG personnel ne concerne pas les seuls élèves et étudiants, mais elle concerne aussi les professeurs. (Ibid., p. 10)

L'ETC de référence est lié et défini autour d'un seul paradigme de calcul élémentaire :

- ETC I : Espace du Travail Calculatoire lié au paradigme du calcul arithmétique élémentaire ;
- ETC II : Espace du Travail Calculatoire lié au paradigme du calcul numérique élémentaire ;
- ETC III : Espace du Travail Calculatoire lié au paradigme du calcul algébrique élémentaire ;

L'ETC idoine correspond à l'ETC de référence qui s'est étoffé, a été aménagé et organisé pour devenir un espace de travail effectif et approprié dans une institution donnée avec une fonction définie. Par exemple, chaque Logiciel Tuteur Fermé a été conçu avec une organisation et des activités qui spécifient un ETC. Notre travail d'expertise des LTF qui va être exposé dans la partie expérimentale a pour but de décrire l'ETC idoine de chaque LTF :

- ETC de *Smao* ;
- ETC de *LiliMath* ;
- ETC de *Tdmaths* ;
- ETC de *Les Maths, C'est facile*.

A chaque institution correspond un ETC spécifique et, ainsi, chaque personne se construit son propre ETC qui est aussi spécifique au regard du nombre d'institutions dont il a été le sujet. Chaque classe de chaque année scolaire propose une nouvelle institution avec un nouveau professeur, de nouveaux élèves, une nouvelle salle. L'ETC du professeur, qui est aussi un ETC personnel, se transforme, pour l'élève, en ETC idoine de l'institution qu'il représente. L'ETC d'un LTF peut aussi devenir pour l'élève un autre ETC de référence.

b - Early Algebra et quasi-variable

Les composantes d'un ETC ne peuvent pas être décrites indépendamment de la personne qui se l'est approprié ou des institutions dont l'ETC fait partie. La complexité propre à la description de certains objets, artefacts ou référentiels liés au Calcul élémentaire,

arithmétique, numérique ou algébrique, peut être illustrée par des recherches liées au cadre de l'*algèbre précoce* ou *early algebra*, noté EA. (Carraher, Schliemann, 2007)

The Early Algebra longitudinal studies we have conducted since 1997 have helped establish a research basis for algebra in elementary school.

Early Algebra (EA) refers to a general approach to early mathematics education as well as to a field of investigation. EA is about bringing out the algebraic character of elementary mathematics. In this approach, the operations of arithmetic are treated as functions of one variable (eg $a+3$, $7x$, $m\div 4$) and, later, as functions of two variables ($a+b$, mxn , $p\div q$). Likewise, compositions of functions and inverse functions are introduced early. (Carraher, Brizuela, Schliemann, 2008)

Les exemples issus des recherches de Carraher, Martinez, Schliemann et Brizuela (2007, 2008) que nous allons présenter vont nous permettre de décrire des cas particuliers de composantes d'ETC.

Le terme de quasi-variable est utilisé pour décrire des variables implicites que les élèves semblent utiliser dans des contextes arithmétiques ou numériques. Carraher se réfère sur ce point à Fujii et Stephen :

By this expression (quasi-variable), we mean a number sentence or group of number sentences that indicate an underlying mathematical relationship which remains true whatever the numbers used are (Fujii, Stephen, 2001, p. 258)

L'exemple de Carpenter et Levi auquel Fujii et Stephen se réfèrent pour introduire la définition de quasi-variable est le suivant :

One of our primary goals was to use number sentences as a context to engage the students in a discussion of properties of number operations to assess if they could make explicit their implicit generalizations. The first properties we considered involved operations with zero. The children immediately pressing them to make a generalization, we gave them the following number sentence : $78 - 49 = 78$. The following interaction occurred :

Children:	"False!" "No, no false" "No way!"
Teacher:	Why is that false?
Jenny:	Because it is the same number as in the beginning, and you already took away some, so it would have to be lower than the number you started with.
Mike:	Unless it was $78 - 0 = 78$. That would be right.
Teacher:	Is that true? Why is that true? We took some thing away.
Steve:	But that something is, there is, like, nothing. Zero is nothing.
Teacher:	Is that always going to work?
Lynn:	If you want to start with a number and end with a number, and you do a number sentence, you should always put a zero. Since

you wrote $78 - 49 = 78$, you have to change a 49 to a zero to equal 78, because if you want the same answer as the first number and the last number, you have to make a zero between.

Teacher: So do you think that will always work with zero?

(Mike interpreted the question as whether it was necessary to change the 49 to a zero).

Mike: Oh no. Unless you 78 minus, umm, 49, plus something.

Ellen: Plus 49?

Mike: Yeah. $49, 78 - 49 + 49 = 78$.

Teacher: Wow. Do you all think that is true ? [All but one child answer yes.]

Jenny: I do, because you took the 49 away, and it's just like getting it back.

(Carpenter, Levi, 2000, p. 8)

Les enfants de cette étude sont dans des classes de type CP, CE1, entre 6 et 8 ans⁴⁴. Les nombres entiers positifs, dont l'ordre de grandeur est inférieur à 1000, ce qui est conforme aux programmes officiels, font partie des objets de l'ETC de ces élèves. Nous aurions envie d'ajouter, au regard de l'âge des élèves, que les artefacts qu'ils utilisent sont les tables d'addition et de soustraction, les premières techniques opératoires sur les entiers pour l'addition et la soustraction, la calculatrice quatre opérations. Ils n'ont accès à aucun référentiel théorique explicite. Nous venons de décrire, sommairement, l'ETC de référence d'un élève de CP, CE1, du type ETC I, lié exclusivement au paradigme du Calcul I, le calcul arithmétique élémentaire.

Le dialogue qui est proposé par Carpenter et Levi nous montre que les élèves se construisent un ETC bien plus complexe que celui que nous venons de décrire pour des élèves de cet âge.

La première réaction nous montre deux élèves, Jenny et Mike, qui n'utilisent pas la même démarche pour montrer que la phrase mathématique, $78 - 49 = 78$, est fausse. Jenny utilise un théorème-en-acte qu'elle exprime :

Because it is the same number as in the beginning, and you already took away some, so it would have to be lower than the number you started with.

Nous pouvons exprimer ce théorème sous la forme :

Si on soustrait un nombre à un premier nombre, le résultat doit être plus petit que le premier nombre.

⁴⁴ Grade 1 et grade 2 (Carpenter, Levi, 2000, p. 7)

Mike, quant à lui, utilise, implicitement, la définition de l'élément neutre pour l'addition dans les nombres entiers.

Carraher et Schliemann nous précisent à propos d'un autre exemple :

This is a nice example of what Vergnaud (1979) refers to as theorem-in-action. One of the most important question in EA research is how students learn and can be taught to transform theorems-in-action into explicit expressions. (Carraher, Schliemann, 2007, p. 681).

Chacun de ces élèves utilise un référentiel non vide dans son ETC même si les deux résultats sont des théorèmes-en-acte qui ne se traduiront pas, par la suite, tous les deux par des résultats algébriques toujours valides. Les réflexions des élèves et l'usage de leurs théorèmes-en-acte montrent que l'égalité est aussi considérée comme un objet. En effet, les élèves se posent la question de la validité de l'écriture : $78 - 49 = 78$. Il ne se contentent pas de dire que c'est impossible d'écrire un tel calcul car le résultat est faux ; ce qui aurait été le cas si les élèves n'avaient considéré cette phrase uniquement comme un calcul. Les objets de l'ETC de chaque élève se diversifient avec l'intégration des égalités en tant qu'objet qui font en général partie d'ETC liés au Calcul II ou au Calcul III. Les opérations font partie des artefacts mais peuvent aussi faire partie des objets. Il est possible d'envisager que certains élèves ont ajouté, parmi leurs artefacts et/ou leur référentiel théorique, un résultat comme : « Zero is nothing ».

Ce dialogue nous montre des élèves qui commencent à avoir une certaine idée de la généralisation de quelques règles sans pour autant avoir accès à toute la force que permet le plein usage du langage algébrique. Nous considérons que c'est une façon de caractériser le paradigme du Calcul II.

Un autre exemple de Carraher et Schliemann, suite à l'analyse d'un calcul mental d'un élève, confirme la nécessité qu'une partie de l'ETC personnel soit reliée au Calcul II :

$$71 - 13 = 71 - (10 + (10 - 7)) = 71 - (20 - 7) = (71 - 20) + 7 = 51 + 7 = 58$$

We leave it open for others to decide whether a particular instance is truly algebraic. Suffice it to say that “quasi-variables” may represent a convenient bridge between arithmetic and algebraic thinking. (Ibid.)

Les propriétés des nombres auxquelles les élèves des expérimentations de Carraher et de Schliemann, ou de Carpenter et Levi, ont accès ne peuvent être rattachées au paradigme du calcul arithmétique élémentaire car celui-ci est trop exclusivement lié au monde sensible.

Nous ne constatons pas non plus un véritable travail algébrique basé sur une construction théorique explicite. Ces activités nous montrent donc des élèves qui développent la partie de leur ETC lié au paradigme du Calcul II, le calcul numérique élémentaire.

Les deux élèves de l'expérimentation de Carpenter et Levi ont enrichi, au fur et à mesure de la réalisation de leurs activités, certaines composantes à leur ETC, notamment celles qui concernent le Calcul II. Mike, par exemple, grâce à l'égalité « $78 - 49 + 49 = 78$ » et à la quasi-variable « 49 », ajoute un théorème-en-acte à sa partie théorique du Calcul II. L'égalité « $78 - 49 = 78$ » est analysée par ses soins en tant qu'objet du Calcul II. L'expression « Zero is nothing » et l'égalité « $78 - 0 = 78$ » lui permettent d'enrichir la partie théorique du Calcul II de son ETC.

Le cas de Jenny nous permet de constater aussi que celle-ci se construit un théorème-en-acte typique de la partie théorique du Calcul II : « Because it is the same number as in the beginning, and you already took away some, so it would have to be lower than the number you started with ». Ce théorème devenant inexact dans le Calcul III où il nécessite une précision : « $a - b < a$, si $b > 0$ ». Les symboles « $<$ » et « $>$ » enrichissent les objets de l'ETC de Jenny, autant en Calcul II qu'en Calcul III.

La notion de quasi-variable, que nous pensons être caractéristique du paradigme du Calcul II, ne concerne pas seulement des nombres exprimés en chiffres. L'exemple de Radford que nous avons présenté précédemment qui montre un élève qui réussit à exprimer le nombre de cure-dents en fonction de n sous la forme : $n + (n + 1)$ fournit aussi un exemple de quasi-variable. L'élève a réussi à passer à un stade de généralisation hors du champ du Calcul I mais n'arrive pas à écrire : $n + (n + 1) = 2n + 1$. Cette dernière expression n'est plus reliée au sens du problème, qui peut être encore présent dans le Calcul II. L'élève n'arrive pas encore à faire le saut vers le Calcul III. Ici c'est n qui représente une quasi-variable et non plus 49 ou 78 comme dans les exemples précédents. Le Calcul II est accessible autant à partir du Calcul I que du Calcul III. A la différence du Calcul I, dans le Calcul II, les chiffres ne sont plus les seuls symboles qui permettent d'écrire et de représenter des nombres : certaines lettres y sont aussi utilisées.

Ces exemples nous montrent des ETC d'élèves qui évoluent au fur et à mesure des rencontres que les élèves ont l'occasion de faire avec certains types de calculs. L'ETC d'un élève est en continuelle évolution. L'ensemble de ses composantes concernant les paradigmes du Calcul I

et du Calcul II peuvent commencer à se constituer très tôt dans le cursus de l'élève comme semble le prouver les recherches précédemment citées.

Avant de conclure sur la façon dont le calcul élémentaire peut être vu à travers le prisme de l'ETC, nous voudrions aborder la place qu'il est possible d'accorder au tableur dans un ETC.

c - Tableur et ETC

Rappelons ce qu'Haspekian déduit de son étude sur le cas de l'intégration du tableur dans l'enseignement des mathématiques :

La brochure étudiée ici n'est cependant pas spécifique à l'algèbre. L'utilisation du tableur qu'elle propose reflète plutôt de façon fidèle les instructions officielles (cf. paragraphe I.2). Ce n'est pas le cas des travaux de recherche qui, comme nous l'avons vu, attribuent au tableur une place favorite entre arithmétique et algèbre. (Haspekian, 2005, p. 31)

Les travaux de Capponi (1999, 2000) montrent également la position intermédiaire du tableur entre arithmétique et algèbre mais tout en soulignant que cette double position peut tout à la fois favoriser la transition vers l'algèbre ou maintenir l'élève complètement du côté arithmétique. (Ibid., p. 48)

Nous avons donc vu que l'édition des formules, la désignation des cellules ne relèvent pas de manière évidente de l'algébrique mais peuvent se situer du côté arithmétique. L'édition d'une formule produit en rétroaction, un nombre, ce qui est de toute autre nature que la production d'expressions. Le tableur fait ressortir l'aspect exécutable d'un calcul, plutôt que l'aspect traitement d'une expression. La production d'une référence par l'action de désigner un nombre dissimule le rôle de la désignation dans l'édition d'expressions ainsi que le rôle de la cellule. Enfin, les difficultés d'utilisation rencontrées par les élèves relèvent précisément de leurs manques de connaissances algébriques.

En conclusion, le tableur a une situation transitionnelle : post-arithmétique, ou pré-algébrique. Des activités spécifiques sont à bâtir pour motiver un travail algébrique.

Il apparaît comme un bon outil de médiation sémiotique, vivant dans un monde transitionnel entre arithmétique et algèbre. (Ibid., p. 51)

Les objets problématiques pour la transition arithmétique/ algèbre, et repérés par les didacticiens en environnement papier-crayon (le statut du signe de l'égalité, des lettres, le nécessaire changement dans les démarches de résolution et les objets produits), continuent à exister dans l'environnement tableur :

- sans éliminer les ruptures ou « fausses continuités » mentionnées dans le cadre théorique du chapitre 1, le tableur fait vivre de façon hybride ces objets problématiques. Égalité, usage des lettres, objets produits ont en effet tous ici une situation intermédiaire entre arithmétique et

algèbre, ce qui peut *a priori* aider à construire un pont entre arithmétique et algèbre.

- la démarche de résolution « essai/erreur » favorisée par le tableur a un statut intermédiaire également. Là encore, elle peut donc favoriser le passage d'une démarche arithmétique à une démarche algébrique. (Ibid., p. 109)

Tout au long de l'évolution des séances, la classe de Dan progresse donc dans sa connaissance du tableur, de son fonctionnement et des manipulations requises mais aussi dans des connaissances mathématiques : écrire, interpréter, transformer des formules ; entrevoir, en s'appuyant sur le numérique, l'intérêt du symbolisme algébrique comme outil de généralisation ; établir des correspondances entre expressions symboliques papier, formules tableur et langage naturel ; dénoter de façon symbolique les objets « nombre pair » et « nombre impair » ; enfin mettre en oeuvre des stratégies d'essai erreur en environnement tableur, lesquelles ont été analysées comme intermédiaires entre arithmétique et algèbre. (Ibid., p. 178)

Les diverses citations de ce travail sur l'usage du tableur au collège nous incitent à placer sans beaucoup d'hésitation cet instrument parmi les artefacts spécifiques de l'ETC de référence lié au Calcul numérique élémentaire ou Calcul II, qui, pour reprendre une expression d'Haspekian, représente « un monde transitionnel entre arithmétique et algèbre ». Nous constatons dans de nombreux exemples que, selon les personnes, le positionnement du tableur n'implique pas les mêmes démarches : chaque personne se construit son ETC personnel dans lequel il positionne ses objets, ses artefacts et ses référentiels. Par exemple, Haspekian demande à des professeurs de réagir à l'activité suivante :

Thème : écriture de formules.

Objectif : que les élèves trouvent, grâce au tableur, la formule « $2n+1$ » comme expression générale d'un nombre impair.

Fichier : à utiliser :

	A	B
1		
2	0	
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
	...	

Figure 25 : Q 39 du questionnaire pour les professeurs d'Haspekian (2005, p. 265)

Parmi l'ensemble des propos des professeurs, nous relevons celui-là : « ça prendrait trop de temps juste pour arriver à la formule des nombres impairs » (Ibid. p. 274). L'ETC personnel de cette professeure ne lui permet de voir ici que « la » formule des nombres impairs, formule algébrique caractéristique du Calcul III, $2n+1$. Elle ne prend pas en compte la mise en place, typique du Calcul II, de l'expression, $n + (n+1)$, qui est la traduction qu'un nombre impair est la somme de deux nombres entiers consécutifs. Pour un élève qui construit son

ETC au début du collège, avec une partie liée au Calcul III presque vide, l'activité suivante réalisée avec un tableur peut lui permettre de construire, dans son ETC, une première approche de l'écriture générale d'un nombre impair :

$f_x = C2+D2$		
C	D	E
un nombre	son successeur	la somme des deux
0	1	1
1	2	3
2	3	5
3	4	7
4	5	9
5	6	11
6	7	13
7	8	15

Figure 26 : Activité avec un tableur : nombres impairs

Le passage de $[n+(n+1)]$ à $[2n+1]$ est ensuite accessible aux élèves qui ont déjà atteint le travail de généralisation qui leur permet d'écrire, après s'être libéré du lien à la réalité de l'opération effectuée sur n , que : $n + n = 2n$. Cette démarche est totalement intégrée à la partie liée au Calcul III de l'ETC de l'élève.

Il semble que l'ensemble des professeurs qui ont réagi à cette activité en sont restés à l'expression algébrique d'un nombre impair, $[2n+1]$, sans penser à son expression numérique, $[n+(n+1)]$. Dans l'expression $[2n+1]$, le professeur considère n comme une variable alors que l'élève, dans l'expression $[n+(n+1)]$, peut considérer n comme une quasi-variable. Comme dans la démarche initiale de Houdement et Kuzniak pour l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie, l'identification et la distinction des trois paradigmes du Calcul élémentaire peuvent permettre aux formateurs de faire comprendre aux enseignants certains décalages de discours entre eux et leurs élèves.

d - Conclusion

Les seuls ETC qu'il est possible de définir indépendamment des personnes sont les ETC de références : ETC I, II et III, liés exclusivement et respectivement aux Calcul I, II et III. Ces ETC de référence ne sont pas spécifiques d'une institution d'enseignement et d'apprentissage, mais plutôt liés à l'institution de recherche définie par la communauté en relation avec la didactique des mathématiques. Sans pouvoir les décrire de façon exhaustive, voici comment nous envisageons chacun d'eux :

<i>Paradigme</i>	<i>Objets</i>	<i>Artefacts</i>	<i>Référentiels</i>
Calcul I	Les nombres sont définis par un lien avec la réalité ⁴⁵ , les opérations ;	Les tables des opérations et les algorithmes opératoires; le langage naturel, les calculatrices, le boulier ...	La construction des nombres entiers, des décimaux et des fractions décimales simples ;

Tableau 20 : ETC I, Espace du Travail Calculatoire lié au Calcul I

<i>Paradigme</i>	<i>Objets</i>	<i>Artefacts</i>	<i>Référentiels</i>
Calcul II	Des nombres : entiers, relatifs, rationnels, réels ; des expressions numériques symboliques ; des égalités, équations, formules ;	Le langage naturel et le langage numérique symbolique ; les quasi-variables ; les calculatrices collège et graphique ; le tableur ;	Priorités opératoires ; commutativité et autre propriétés de « fait » (rôle du zéro...) ; propriétés de certains nombres ;

Tableau 21 : ETC II, Espace du Travail Calculatoire lié au Calcul II

<i>Paradigme</i>	<i>Objets</i>	<i>Artefacts</i>	<i>Référentiels</i>
Calcul III	Les ensembles de nombres ; les expressions symboliques algébriques ; les équations et les systèmes d'équations ; les fonctions ;	Les artefacts précédents ; le langage algébrique ; la calculatrice formelle ; les logiciels de calcul formel ;	Définitions et propriétés des ensembles de nombres ; méthodes de résolution des équations ;

Tableau 22 : ETC III, Espace du Travail Calculatoire lié au Calcul III

Cette présentation des ETC de référence est cependant difficilement utilisable car elle dépend en réalité des institutions de référence qui, chacune, a développé un ETC idoine. Celui-ci évolue au cours du temps et en fonction du rôle de l'institution. Par exemple, l'ETC du ministère de l'éducation nationale et de ses programmes du collège n'est pas le même en 2009 et en 1978. Les artefacts technologiques n'y sont pas décrits de façons identiques. Chaque professeur et sa classe, constituent une institution temporaire, qui dure une année scolaire. Selon les usages de la salle d'informatique, les ETC de ces institutions peuvent être assez différents. De la même façon, les LTF vont proposer des ETC qui peuvent assez distincts d'un logiciel à l'autre. Mais aussi, chaque élève, chaque professeur indépendamment de sa classe, va se construire, au fur et à mesure de ses apprentissages ou de son enseignement, son ETC personnel. Chaque institution, chaque personne s'est construit un ETC qu'il est toujours nécessaire de considérer avec toutes ses composantes.

⁴⁵ Nous rappelons que la réalité n'est pas réduite au monde sensible.

<i>Paradigme</i>	<i>Objets</i>	<i>Artefacts</i>	<i>Référentiels</i>
<i>Calcul I</i>			
<i>Calcul II</i>			
<i>Calcul III</i>			

Tableau 23 : Espace du Travail Calculatoire d'une personne ou d'une institution

Les éléments constitutifs de chaque case ne sont pas figés et peuvent varier selon les personnes et les institutions. Une équation peut être tantôt un objet d'étude, tantôt un artefact qu'on peut utiliser pour résoudre un problème, ou bien encore, être intégré à un élément d'un référentiel théorique. Le calcul élémentaire est analysé à travers le prisme de l'ETC en fonction de l'objet rencontré, de l'artefact utilisé, du référentiel théorique, mais aussi, selon la personne ou l'institution à laquelle on s'intéresse.

Avant de décrire les ETC de nos LTF et les ETC qu'ils peuvent permettre, potentiellement, aux élèves de se construire, nous voudrions aborder plus spécifiquement les deux aspects que sont le langage et la résolution de problèmes qui sont incontournable en début de collège pour « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques » comme nous l'avons déjà rappelé dans le cadre de la visée V_2 (B.O. 2004, p. 7 et B.O. 2008, p.13).

II.5.7 - Problèmes et langages

a - Les approches de l'algèbre

L'algèbre propose des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques et de nombreuses recherches en didactique des mathématiques ont permis d'avoir à disposition un certain nombre de résultats concernant les approches qu'il est possible d'envisager pour entrer dans ce monde spécifique. Brigitte Grugeon (2000) nous en propose une synthèse. Elle retient en fait quatre perspectives d'introduction de l'algèbre :

Approche par la généralisation et la justification : il s'agit d'engager les élèves dans la construction de la rationalité algébrique à partir de problèmes permettant l'utilisation de l'outil algébrique pour conjecturer des propriétés numériques, les généraliser et les prouver. Ce contexte a deux objectifs : faire émerger les nombres généralisés comme préconcepts des variables et engager les élèves dans l'utilisation de l'écriture symbolique.

Approche par la résolution de problèmes : il s'agit d'engager les élèves à utiliser l'écriture symbolique dans la mise en équation de problèmes et leur résolution.

Approche par la modélisation : faire émerger les concepts de grandeur et de variable en engageant les élèves dans la production de formules ayant du sens en liaison avec les contextes de modélisation intra ou extra mathématique. Il s'agit aussi d'accompagner les élèves à donner du sens aux écritures symboliques utilisées pour décrire ces modèles.

Approche fonctionnelle et technologique : faire émerger le concept de variable dans un environnement informatique de résolution de problèmes fonctionnels où les élèves expriment les relations entre les variables. Il s'agit d'engager les élèves à donner du sens aux écritures algébriques et à entrer dans la pensée algébrique en articulant différents modes de représentation : tableau de nombres, représentations graphiques, écritures algorithmiques. (Ibid., p. 24)

Nous retrouvons ces approches dans une synthèse de Paul Drijvers qui introduit par ailleurs dans sa présentation une autre catégorie : l'approche par le langage.

The language approach stresses the language aspect of algebra. Algebra is a means to express mathematical ideas and for that syntax, **symbols and notations are needed**. The language approach to algebra views algebra as a system of representations. Variables in this view of algebra are merely symbols that do not refer to a specific context-bound meaning. (Drijvers, 2003, p. 40)

L'approche par la généralisation et la justification, inclut, entre autres, le domaine des quasi-variables que nous retrouvons dans la description de Grugeon : « faire émerger les nombres généralisés comme préconcepts des variables ». C'est aussi celle de l'engagement des élèves dans l'introduction de l'écriture symbolique. Cette approche ne concerne que quelques exercices d'un des quatre LTF de notre étude et nous ne l'utiliserons que très peu pour comparer les quatre logiciels. Elle est en fait une entrée relativement récente dans les perspectives de recherches didactiques en France.

De même, l'approche par la modélisation et l'approche fonctionnelle et technologique sont assez peu présentes dans les quatre LTF au niveau qui nous intéresse, celui de la classe de sixième. De nombreuses activités y seraient pourtant envisageables pour permettre une construction de la partie propre au Calcul II de l'ETC de l'élève. L'aspect fonctionnel de l'Early Algebra en est un exemple. (Carraher, Schliemann, 2007)

Le langage est présent dans tout ETC, que ce soit celui d'une personne ou d'une institution. Il est donc un bon outil discriminant entre les LTF pour décrire, dans la partie de l'ETC, le langage utilisé.

C'est aussi par la résolution de problèmes qu'il est possible de faire sortir l'élève du paradigme du calcul arithmétique notamment par la nécessité de l'écriture et de la traduction d'un problème en langage numérique en vue de sa résolution. Voyons maintenant un peu plus en détail ces deux approches de l'algèbre, par le langage et par la résolution de problèmes, qui vont être plus particulièrement impliqués dans notre travail de comparaison de LTF au début de l'enseignement secondaire.

b - La résolution de problèmes

Il est difficilement possible aujourd'hui de concevoir un enseignement des mathématiques hors de toute forme du type résolution de problèmes, et ceci un peu partout dans le monde. Vlassis et Demonty vont même jusqu'à affirmer que :

L'apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes fait actuellement l'unanimité en matière de didactique. (2002, p. 32)

i - Différents types de problèmes

Même si la notion de problème existe depuis bien longtemps dans l'enseignement, ce qui en est attendu a évolué. Il est aujourd'hui attendu d'un enseignant qu'il intègre des problèmes dans son enseignement pour placer ses élèves dans des démarches actives d'apprentissage des mathématiques. Ils pourront le faire soit en construisant de nouvelles connaissances grâce à des situations problèmes fondamentales, ou bien en apprenant à chercher avec des problèmes un peu plus ouverts, ou bien encore en s'entraînant avec des problèmes sur des thèmes déjà rencontrés. La commission mathématique rattachée au groupe d'experts pour les programmes de l'école primaire⁴⁶ et la Direction de l'enseignement scolaire (2003) nous rappellent que plusieurs fonctions sont présentes pour la résolution de problèmes.

Quatre types de problèmes sont évoqués et peuvent être associés à des objectifs d'apprentissage différents :

- ✓ Problèmes dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance.
- ✓ Problèmes destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer.

⁴⁶ Cette commission, pilotée par Roland Charnay, est composée de Mmes Luce Dossat, Catherine Houdement, Nicole Matulik et de M. Jean Fromentin, Guy Pigot et Paul Planchette.

- ✓ Problèmes plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances.
- ✓ Problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher : en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte.

Les différents types de problèmes qu'un élève peut rencontrer pour apprendre des mathématiques sont donc de trois sortes :

1. les problèmes pour construire de nouvelles connaissances ;
2. les problèmes pour apprendre à chercher ;
3. les problèmes pour s'entraîner et réinvestir.

La première catégorie est centrale dans la Théorie des Situations de Brousseau (1998). Un problème dont le but est la construction d'une nouvelle connaissance doit permettre à l'élève de prendre conscience de ses manques et de la nécessité de faire évoluer son savoir. Ce type de problème ne nous concerne pas car la condition d'adidacticité n'est pratiquement jamais remplie dans un LTF. Les logiciels que nous analysons ne sont pas conçus pour proposer des situations où les intentions didactiques ne sont plus visibles par l'apprenant. A travers, par exemple, les thèmes d'études, elles sont en général très visibles.

La deuxième catégorie de problèmes doit mettre l'élève dans une véritable situation de recherche. C'est l'occasion de faire travailler les élèves sur des problèmes en partie ouverts. L'intérêt de ce type de problème est de concentrer l'apprentissage de l'élève sur les façons de trouver des solutions à un problème plutôt que sur les solutions elles-mêmes. Là encore, ce type de problème est absent des logiciels que nous analysons même si certains problèmes peuvent être utilisés dans l'optique de faire, avant tout, chercher les élèves.

La dernière catégorie de problèmes est celle qui, classiquement, propose de mettre en application un ou plusieurs objets de savoir. Apprendre des mathématiques est depuis bien longtemps assimilé à résoudre des problèmes. L'algèbre et son langage sont souvent considérés comme des outils incontournables de résolution de nombreux problèmes. Pour les élèves en début de secondaire, l'algèbre est, par contre, souvent très difficile d'accès et l'effort nécessaire à sa compréhension peu justifiable à leurs yeux. En effet, de nombreux problèmes qui sont proposés à cette époque de l'apprentissage peuvent encore être résolus de manière plus arithmétique, c'est-à-dire, sans avoir besoin de passer par une formalisation algébrique. C'est souvent contre elle que les élèves luttent alors que c'est cette formalisation,

ou traduction, mathématique qui permet souvent une véritable simplification des procédures de résolution de nombreux problèmes.

ii - Les étapes de la résolution d'un problème

Les schémas suivants nous montrent les différentes étapes de la résolution d'un problème dans une démarche algébrique ou numérique avec trois étapes intermédiaires et dans une démarche arithmétique qui ne propose aucune étape intermédiaire. Selon la complexité des problèmes, un processus unique peut ne pas suffire et, dans ce cas, la répétition du processus de base peut être nécessaire.

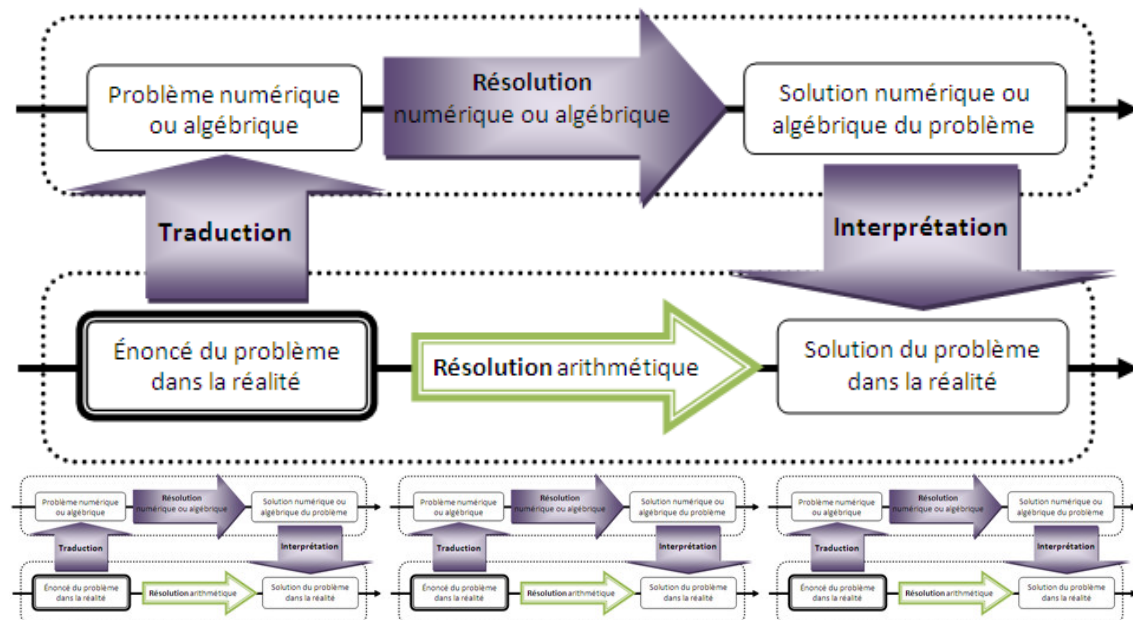


Figure 27 : Cheminements de résolution d'un problème

La résolution arithmétique d'un problème permet à l'élève de rester en relation avec l'objet du problème alors que dans le cadre de la résolution algébrique ou numérique, l'objet du problème peut ne plus être visible puisqu'il y a eu une étape de traduction des objets du problème avec le langage algébrique ou numérique.

Nous retenons, comme Cerrulli dans Nicaud (2002, p. 151), que, pour qu'un élève apprenne à résoudre un problème d'entraînement ou d'application en utilisant une démarche algébrique ou numérique, celui-ci doit être capable de reconnaître la nécessité des trois étapes :

1. traduction du problème en utilisant le symbolisme algébrique ou numérique ;
2. calcul sur les expressions algébriques ou numériques orienté par un objectif ;

3. interprétation, dans les termes du problème de départ, des expressions obtenues.

Nous retrouvons de fait les trois étapes de résolution d'un problème proposé par le ministère de l'éducation nationale dans le document d'accompagnement *Du numérique au littéral* (DESCO, 2008).

L'approche de l'algèbre par la résolution de problèmes, dans le cadre du Calcul III, passe par l'utilisation de l'écriture symbolique dans la mise en équation, par la gestion formelle des expressions symboliques, puis par la résolution des équations. Le retour au problème par une étape d'interprétation clos en général la démarche.

Nous considérons que l'approche de l'algèbre commence aussi dans le cadre du Calcul II même si nous ne pouvons pas encore parler totalement d'algèbre puisque, même si le langage utilisé est numérique et symbolique, il n'est pas encore géré de façon formelle. Tout ce qui concourt à faire traduire un problème par l'élève en langage numérique, en vue de sa résolution, est une aide à l'apprentissage de la démarche algébrique, même si les notions d'inconnue ou de variable sont absentes de la traduction du problème. De même, tout l'apprentissage de la gestion des expressions numériques est aussi une nécessité pour aborder efficacement l'algèbre. Ce sont tous ces prémices que nous considérons comme faisant partie de l'apprentissage numérique du paradigme du Calcul II.

Nous aurons, par exemple, l'occasion d'analyser en détail l'exercice suivant :

Madame Lémate a 3 enfants de 15 ans, 11 ans et 8 ans.
 Elle part au marché avec son panier de 1,3 kg
 Elle en revient avec un poisson de 0,7 kg qu'elle a payé 6,40 €,
 deux kilogrammes de tomates à 1,30 € le kg, un lot de bouteilles de cidre
 de 0,75 cl pour 3,43 € le lot. Elle a donné un bon de réduction de 0,23 €.
 On sait que 1 litre de cidre pèse 1 kg. Le panier plein pèse 6,250 kg.
Combien y a-t-il de bouteilles de cidre ?

Donnez la suite des opérations à effectuer en ligne

Figure 28 : Exercice dans *Smao*, Problèmes, niveau supérieur

Cette première étape, qui concerne l'expression en ligne de la solution d'un problème n'est possible que si la gestion du langage numérique est déjà suffisamment maîtrisée. Il en est de même avec l'étape qui correspond à l'interprétation des expressions symboliques qui doit permettre de revenir au problème. L'approche par le langage est donc tout aussi centrale pour la construction du Calcul II et du Calcul III. Elle est présente dès le début du collège, comme nous allons le préciser maintenant.

c - Le langage

i - Le langage algébrique

La 12^{ième} étude ICMI⁴⁷ a été consacrée au futur de l'apprentissage et de l'enseignement de l'algèbre (ICMI, 2004). Le chapitre 9 de cette étude est entièrement consacré aux symboles et au langage. Dès le début du chapitre, une définition du langage algébrique est précisée :

Following Laborde, we characterize algebraic language as the set composed of natural language, algebraic symbolic writing and algebraic compound representation. (ICMI, 2004, p. 230)

Nous reprenons cette caractérisation et considérons que le langage algébrique est un ensemble qui possède trois composantes :

1. le langage naturel : le français, en ce qui concerne les LTF de notre étude ;
2. l'écriture algébrique symbolique : cet ensemble est aussi considéré comme un langage⁴⁸ ;
3. la représentation algébrique composée : ce n'est pas un langage mais avant tout un système de signes : tableaux, représentations graphiques et symboliques...

Toujours dans le chapitre 9 de l'étude ICMI, il nous est précisé :

The system of component representations, on the contrary, is not a language, since it does not fit with a particular characterization of a language (grammar-ruled, or articulated, etc.). Although it is just a system of signs (or semiotic system, which is equivalent), compound representations are indeed complex entities, often made up of elementary compound representations. (Ibid., p. 231)

Cette dernière catégorie peut ainsi contenir toutes les représentations composées de tableaux, schémas, symboles et langue naturelle, comme dans l'exemple suivant qui allie le langage naturel, le langage symbolique et la représentation de nombres comme longueurs dans un rectangle.

⁴⁷ International Commission on Mathematical Instruction.

⁴⁸ « a point independently demonstrated by Kirshner (1987, 1989) and Drouhard (1989, 1992, 1995) – (see also Drouhard, Léonard, Maurel, Pécal and Sackur, 1994) » (ICMI, 2004, p. 231)

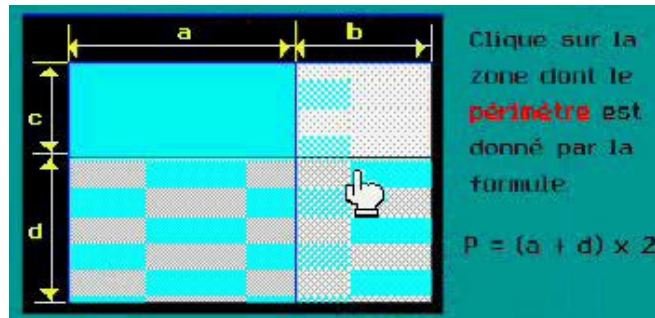


Figure 29: Exemple de représentation algébrique composée dans *Les Maths, c'est facile*.

L'écriture algébrique symbolique est souvent mise en avant, que ce soit à travers la syntaxe des phrases ou l'usage des symboles. Plusieurs auteurs nous rappellent ces aspects.

The acquisition of symbol sense is an important aspect in the learning of algebra. The term 'symbol sense' is not defined precisely, but refers to the ability to give meaning to symbols, expressions and formulas and to have a 'feeling' for their structure. (Drijvers, 2003, p. 49)

It is important that students be made aware what it means to be symbolically literate.

Students need to develop a sense of how syntax provides a structure within which meaning can be applied in a relational manner to symbols. In order to acquire such a awareness, it is important that the teacher provide opportunities for the students to discuss the how and the why of the use of algebraic symbols. (ICMI, 2004, p. 252)

Le sens donné aux symboles, aux formules, aux expressions symboliques, la maîtrise des structures de ces expressions, le sens que la syntaxe peut permettre d'atteindre, toutes ces spécificités du langage algébrique ne sont pas partagées par tous les élèves. En conclusion d'une étude sur la constitution et la transformation du sens réalisée en 1998-99, Radford conclut :

nos observations de salle de classe laissent voir certaines difficultés qui se présentent dès qu'un calcul formel doit être effectué sur des expressions symboliques élaborées préalablement sous forme de narrative symbolique. Pour que le calcul formel ait lieu, la narrative symbolique doit s'effondrer⁴⁹. Et cela exige que le sens de l'expression symbolique soit transformé. Une deuxième constitution du sens doit être mise en place. (Radford, 2003, p. 14)

Il remarque, par exemple, que certains élèves donnent des sens différents à l'expression « $2x$ » :

⁴⁹ Dans le sens de s'écrouler, nous semble-t-il.

L'expression $2x$ ne signifie pas 2 fois x ou deux x . Pour Chantal, $2x$ exprime l'idée que Kelly a 2 bonbons de plus que Manuel, et c'est pourquoi elle est surprise (ligne 6) qu'Anik ait pu interpréter ceci différemment. (Ibid., p13)

Le sens donné aux expressions symboliques n'est pas toujours le même selon les élèves. Si « $2x$ » a un sens pour un élève et que cette même expression a un autre sens pour un autre élève, nous pouvons considérer que les deux élèves ne « parlent » pas le même langage. Ces deux élèves, ou au moins un des deux, ne « parlent » pas encore le langage algébrique. Au moins un des deux élèves ne calcule pas encore dans le paradigme du Calcul III de son ETC personnel. Il a développé un langage que nous qualifions de numérique qu'il utilise pour résoudre des problèmes dans le paradigme du Calcul II, le calcul élémentaire numérique.

ii - Le langage numérique

Les exemples que nous avons présenté dans la partie de ce chapitre consacrée au calcul élémentaire nous ont permis de constater les difficultés que de nombreux élèves rencontrent « dès qu'un calcul formel doit être effectué sur des expressions symboliques élaborées préalablement sous forme de narrative symbolique » (Ibid., p. 14). Un des cas les plus typiques est la difficulté de passer de $[n+(n+1)]$ à $[2n+1]$ pour des élèves qui sont pourtant capable des gérer des équations du premier degré avec l'inconnue présente des deux côtés de l'égalité. Ces élèves n'utilisent pas encore le langage algébrique et se sont construit un langage numérique caractéristique du paradigme du Calcul II de leur ETC.

Alors que le langage algébrique peut être défini dans le cadre de l'ETC III de référence, il est assez difficilement envisageable de faire de même pour le langage numérique dans le cas de l'ETC II de référence. En effet, les exemples que nous avons rencontrés dépendent souvent des personnes et nous pensons que le langage numérique est constitué par chaque personne au fur et à mesure de ces rencontres mathématiques. Cependant, nous pouvons envisager quelques régularités avec la présence dans le langage numérique des symboles numériques, opératoires et calculatoires, mais aussi avec la présence des symboles qui, selon les situations, peuvent représenter des quasi-variables. La création d'une formule symbolique est possible en langage numérique mais pas sa gestion formelle qui, elle, demande l'accès au langage algébrique.

Les ETC idoines de chaque LTF vont être décrits à travers, entre autres, l'accès aux différents langages que chacun propose. Nous allons ainsi pouvoir distinguer les tutoriels, ou les parties des tutoriels, qui font avancer l'apprentissage des élèves vers l'algébrique, de type V_2 , et ceux

qui permettent uniquement aux élèves de conforter leurs connaissances du calcul arithmétique rencontré dans les classes primaires, de type V₁.

Nous avons besoin, avant cela, de pouvoir réfléchir à la façon dont tous ces problèmes vont être proposés aux élèves dans le cadre d'un logiciel et c'est ce qui concerne l'ergonomie des logiciels.

II.6 - L'ergonomie des EIAH

II.6.1 - Définition de l'ergonomie

La Société d'Ergonomie de Langue Française nous propose sur son site⁵⁰ la définition de l'ergonomie de l'association internationale d'ergonomie :

L'ergonomie (ou l'étude des facteurs humains) est la discipline scientifique qui vise la compréhension fondamentale des interactions entre les êtres humains et les autres composantes d'un système, et la mise en œuvre dans la conception de théories, de principes, de méthodes et de données pertinentes afin d'améliorer le bien-être des hommes et l'efficacité globale des systèmes.

Les ergonomes contribuent à la conception et à l'évaluation des tâches, du travail, des produits, des environnements et des systèmes en vue de les rendre compatibles avec les besoins, les compétences et les limites des personnes.

Son nom provenant du grec *ergon* (travail) et *nomos* (lois) pour la désigner la science du travail, l'ergonomie est une discipline qui utilise une approche systémique dans l'étude de tous les aspects de l'activité humaine. Les ergonomes praticiens doivent posséder une large compréhension de l'ensemble du champ de la discipline. Car l'ergonomie préconise une approche holistique qui tient compte de facteurs physiques, cognitifs, sociaux, organisationnels, environnementaux et autres. Il est fréquent que les ergonomes œuvrent dans des secteurs économiques ou des domaines particuliers. Mais ces domaines ne sont pas mutuellement exclusifs et ils changent constamment: de nouveaux secteurs émergent, d'autres s'ouvrent à de nouvelles perspectives.

Lorsque le système est un environnement informatique, nous pouvons parler d'ergonomie informatique et nous considérons que c'est l'ensemble du système qui est étudié en prenant en compte toutes ses composantes.

L'expression *ergonomie informatique* est aussi utilisée comme équivalent du terme anglais *usability* traduit en français par *utilisabilité*, c'est-à-dire, la capacité du produit informatique à

⁵⁰ www.ergonomie-self.org

être facilement utilisé par une personne pour réaliser la tâche pour laquelle il a été conçu. Bastien et Scapin (Ibid., p. 53) nous rappellent que l'utilisabilité fait en général référence aux cinq attributs suivants :

- ✓ la facilité d'apprentissage et d'utilisation ;
- ✓ l'efficacité d'utilisation ;
- ✓ la facilité de mémorisation ;
- ✓ l'utilisation sans erreurs ;
- ✓ la satisfaction.

Pour considérer le système comme un tout, il est nécessaire d'ajouter les questionnements liés à l'utilité, c'est-à-dire aux possibilités d'atteindre les buts pour lesquels le système a été conçu. Il est, en effet, difficile d'envisager un logiciel pas efficace ou pas satisfaisant et, en même temps, utile. Bastien et Scapin nous rappellent que :

La séparation de l'utilisabilité et de l'utilité pose, du point de vue de la conception, et devrions nous ajouter du point de vue de l'évaluation, des problèmes importants. L'utilisabilité se définit donc de manière beaucoup plus large qu'auparavant et désigne autant, chez certains auteurs du moins, les aspects facilité d'utilisation que les aspects utilité. Finalement, et ce afin d'éviter toute confusion, il serait sans doute préférable de recourir à une expression comme celle de qualité ergonomique des logiciels interactifs pour bien montrer qu'on s'intéresse ici autant aux fonctionnalités du logiciel qu'à son interface. (2001, p. 55)

L'utilité comme l'utilisabilité ne peuvent pas être abordées indépendamment et sont nécessaires à l'élaboration de la qualité ergonomique d'un logiciel interactif. André Tricot va plus loin et considère que ces deux notions ne sont pas suffisantes pour cette élaboration. Il ajoute une troisième notion, celle d'acceptabilité, intimement liée à l'utilité et à l'utilisabilité. Il nous précise qu'il n'est pas envisageable de les traiter séparément.

Un bon EIAH est donc non seulement utile à l'apprentissage visé, mais encore utilisable et acceptable. Chacune de ces qualités de l'EIAH a fait l'objet de nombreuses études et correspond à des champs de pratiques bien développés. Mais ces recherches et ces pratiques sont le plus souvent étanches les unes aux autres, alors qu'elles sont complémentaires en général et dans le domaine particulier des EIAH. (Tricot, 2003, p. 1)

L'utilité, l'utilisabilité et l'acceptabilité sont trois dimensions pertinentes et complémentaires dans l'évaluation des EIAH. (Ibid., p. 10)

Découvrir comment les LTF de notre étude peuvent être utilisés comme des institutions d'apprentissage nous ramène à nous poser des questions du même types que celles que Tricot associe à chacune de ses dimensions :

Utilisabilité :

- ✓ est-ce que le dispositif est aisément manipulable par les apprenants ?

Utilité :

- ✓ est-ce que l'on fait réellement apprendre ce que l'on veut faire apprendre ?

Acceptabilité :

- ✓ est-ce que le dispositif est compatible avec les pratiques, les ressources, les contraintes, les objectifs des apprenants et de l'institution de formation ? (Tricot, 2004, p. 3)

Notre démarche peut donc être considérée comme ergonomique et nécessite une évaluation des systèmes sur lesquels porte notre étude. Avant d'exposer au chapitre suivant notre démarche méthodologique, nous allons décrire quelques méthodes d'évaluation ergonomique des environnements informatiques.

II.6.2 - Méthodes d'évaluation ergonomique

Ces méthodes sont décrites par Bastien et Scapin (2001, p. 55-69) et sont classées en deux catégories.

a - Les méthodes qui requièrent la participation directe des utilisateurs

i - Les tests utilisateurs

Les utilisateurs peuvent avoir à réaliser des tâches précises ou ils peuvent être placés en exploration libre. Le comportement des utilisateurs ainsi que leurs performances doivent être analysés et

on mesurera par exemple, le temps requis pour l'exécution de la tâche, l'exactitude du résultat, le nombre d'erreurs commises, leur type, la position du regard sur l'écran et/ou sur les différents dispositifs d'entrée/sortie des données, etc. (Ibid., p. 57)

Ce type d'évaluation est aussi utilisé pour comparer des systèmes concurrents.

ii - Les outils logiciels

La première catégorie de logiciels comporte tous les logiciels mouchards qui vont capturer automatiquement tous les événements utilisateur lorsque celui-ci utilise un logiciel. Des

analyses statistiques peuvent ensuite être fournies. Ces logiciels mouchards peuvent être plus ou moins intelligents selon leur spécificité.

Une deuxième catégorie de logiciels concerne les outils nécessaires à l'analyse d'enregistrements vidéo et à leur codage : « Des logiciels comme *The Observer* (<http://www.noldus.com>) permettent d'assister l'évaluateur » (Ibid., p. 58). Nous détaillons dans le chapitre suivant l'usage que nous avons fait de ce logiciel.

iii - Les questionnaires et les entretiens

Ces méthodes permettent de recueillir des « données subjectives relatives aux attitudes, aux opinions des utilisateurs et à leur satisfaction » (Ibid.). Les entretiens sont une des formes que nous avons utilisées et peuvent être conçus de plusieurs façons. Par exemple « les entretiens exploratoires ont pour fonction de mettre en lumière les aspects du phénomène auxquels le chercheur ne peut penser spontanément » (Blanchet, Gotman, 2001, p. 43). Cette méthode s'oppose ainsi à l'enquête par questionnaire : « Quand on pose une question, on n'obtient qu'une réponse » (Ibid., p. 19). De nombreuses formes d'entretiens existent selon que l'enquêteur s'investit ou non dans l'entretien. L'entretien compréhensif, méthode que nous avons en partie adoptée, « s'inscrit dans une dynamique où l'enquêteur s'engage activement dans les questions pour provoquer l'engagement de l'enquêté » (Kaufmann, 2003, p. 17). Le chapitre méthodologie sera l'occasion de détailler notre approche.

b - Les méthodes qui s'appliquent aux caractéristiques de l'interface

Ces méthodes sont construites indépendamment des utilisateurs des logiciels.

i - Les méthodes à base de modèles formels

Ces méthodes cherchent à « prédire la complexité d'un système et par conséquent les performances des utilisateurs » (Bastien, Scapin, 2001, p. 59).

ii - Le recours à l'expert

Bastien et Scapin définissent cette méthode comme

une évaluation informelle où l'expert compare les performances, attributs et caractéristiques d'un système aux recommandations ou normes existantes dans le but de détecter des erreurs de conception. (Ibid., p. 60)

iii - Les méthodes par inspection

Ces méthodes peuvent être conduites par des experts de l'utilisabilité ou non. Elles « visent généralement les détections des aspects des interfaces pouvant entraîner des difficultés d'utilisation ou alourdir le travail des utilisateurs » (Ibid.). Parmi ces méthodes nous retrouvons l'inspection cognitive, l'évaluation de la conformité à des recommandations, l'évaluation de la conformité à des dimensions ergonomiques et les outils d'évaluation automatique.

La première méthode, l'inspection cognitive, est celle qui a retenu notre attention.

C'est une méthode d'inspection qui consiste à évaluer la facilité d'apprentissage par l'exploration d'un système interactif. Cette évaluation requiert une description détaillée de l'interface, une description de la tâche à réaliser, une description des caractéristiques des utilisateurs potentiels et du contexte d'utilisation, et une description précise de la séquence des actions que l'utilisateur doit effectuer pour accomplir les tâches décrites. (Bastien, Scapin, 2002, p. 61)

Nous décrivons en détail dans notre prochain chapitre la façon dont nous avons utilisé conjointement ces différents cadres pour inspecter nos quatre LTF.

II.7 - Conclusion

Notre questionnement initial a été d'essayer de comprendre l'impact de l'usage d'un LTF avec les élèves en parallèle à la classe. Cet usage parallèle : la classe d'un côté et le Logiciel Tuteur Fermé en salle d'informatique de l'autre, nous a amené à choisir un cadre théorique où chacune de ces deux structures puisse être prise en compte. Le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique, TAD, nous permet d'envisager de modéliser cet usage parallèle. Nous reprenons une nouvelle fois la description de la place de l'institution dans le cadre de l'apprentissage personnel que Chevallard nous rappelle en 2003 :

C'est par le truchement des institutions que les praxéologies parviennent jusqu'aux personnes, acteurs des institutions :

on ne peut comprendre les apprentissages personnels si l'on ne cherche pas à comprendre les apprentissages institutionnels.

De même, on ne peut comprendre les échecs d'apprentissage personnels sans prendre en compte les refus ou les impossibilités de connaître de certaines institutions dont la personne est le sujet.

Il y a, dans la diffusion des connaissances (et des ignorances) et des pratiques (et des incapacités), une dialectique indépassable entre personnes et institutions. (Chevallard, 2003 a, p. 2)

L'ensemble du cadre théorique que nous avons construit peut être mis en relation avec chacune des phrases de ce texte qui se situe au cœur de notre démarche.

LTF en tant qu'institution : si c'est par le truchement des institutions que les praxéologies parviennent jusqu'aux personnes, il est nécessaire de commencer par définir si un LTF peut être une institution. Pour cela, nous avons commencé par reprendre le sens de ce terme chez Mary Douglas et nous en avons déduit les quatre conditions d'existence d'une institution : la réalité sociale, la stabilité, la légitimité et la spécificité qui se décompose en deux parties, la vérité en raison et la vérité en nature.

Dans le cas, que nous suivons, où c'est par l'intermédiaire des institutions que les praxéologies parviennent aux personnes, nous devons comprendre comment se passe cette diffusion et ce qui est diffusé. La TAD nous permet d'organiser ce questionnement à travers les Organisations Didactiques, OD, ou moments de l'étude, et les Organisations Mathématiques, OM, qui représentent les savoirs mathématiques. Pour répondre encore plus précisément à la question de la façon dont les praxéologies sont diffusées, nous avons considéré qu'il est aussi nécessaire d'analyser l'organisation pédagogique des LTF de notre étude.

Parmi les méthodes ergonomiques d'analyse de logiciels, nous avons choisi l'inspection complète de chaque LTF par un expert qui nous permet d'avoir à disposition l'ensemble de ce que chaque tutoriel fermé propose. Les moments de l'étude et les organisations mathématiques peuvent être alors décrites.

Pour décrire l'apprentissage avec un LTF, nous avons du faire un choix parmi les savoirs en jeu au début de l'enseignement secondaire. Les OM auxquelles nous avons choisi de nous intéresser concernent le numérique, et plus particulièrement, le calcul élémentaire. En transposant le modèle de Houdement et Kuzniak consacré à l'apprentissage de la géométrie élémentaire, nous avons mis en place un modèle pour décrire l'apprentissage et l'enseignement du calcul élémentaire qui se décompose en trois paradigmes : le calcul arithmétique élémentaire ou Calcul I, le calcul numérique élémentaire ou Calcul II, le calcul algébrique élémentaire ou Calcul III. Chaque personne se construit son Espace du Travail Calculatoire personnel au fur et à mesure de ses confrontations aux institutions

d'apprentissage et d'enseignement qui proposent un Espace du Travail Calculatoire spécifique. Un ETC est composé de trois parties : les objets, les artefacts et les référentiels théoriques. Chacune de ces parties dépend du paradigme de calcul auquel la personne ou l'institution se réfère. Selon le type de tâches et la technique associée, une praxéologie peut être associée au Calcul I, au Calcul II ou au Calcul III. Cela peut dépendre du référentiel théorique ou du bloc technologico-théorique associé.

L'ensemble de ce modèle théorique, qui traduit la dialectique indépassable entre personnes et institutions, va nous permettre de caractériser les Espaces du Travail Calculatoire de chaque Logiciel Tuteur Fermé de notre étude. Cette caractérisation doit se placer en relation avec les conditions d'existence de ces LTF en tant qu'institution pour comprendre leur place potentielle pour aider l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques pour les élèves.

Nous avons besoin maintenant de présenter l'agencement pratique de ces cadres théoriques que nous avons conçu pour les besoins de l'étude, et ceci, avant de commencer à présenter la description de nos quatre Logiciels Tuteurs Fermés.

Chapitre III - Méthodologie

Michèle Artigue (2002) nous rappelle, à propos des instruments pour l'enseignement des mathématiques, que « le développement des mathématiques elles-mêmes a toujours été dépendant des outils matériels et symboliques disponibles pour réaliser des calculs ». Nous pouvons transposer cette remarque à de nombreux domaines scientifiques et technologiques et en particulier à la démarche ergonomique choisie que nous allons décrire maintenant.

Les années qui se sont écoulées depuis le début de notre rencontre avec la recherche ont été occupées autant à découvrir comment analyser et comparer des logiciels tuteurs fermés qu'à chercher ce qu'il faut analyser dans de tels logiciels. La construction, comme le choix, de la méthodologie est le résultat de nombreux tâtonnements : notre recherche porte donc autant sur l'organisation des outils d'analyse et des cadres théoriques que sur l'analyse proprement dite des LTF. La présentation de notre démarche méthodologique est ainsi construite autour de deux formes de questionnement :

- ✓ comment analyser et comparer des Logiciels Tuteurs Fermés ?
- ✓ que doit-on analyser dans les LTF de notre étude ?

Ces deux questions doivent nous permettre d'utiliser les cadres théoriques que nous avons présentés dans le chapitre précédent pour découvrir la façon dont un LTF peut, potentiellement être utilisé en tant qu'institution d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Nous avons constaté en présentant le concept d'institution que celui-ci implique une démarche qui ne peut pas se restreindre à l'analyse didactique des situations d'apprentissage proposées dans ces tutoriels. Ce chapitre est aussi l'occasion pour nous de présenter comment chaque composante théorique trouve sa place dans les quatre conditions d'existence d'une institution.

III.1 - L'évolution du questionnement

L'origine de notre travail de recherche provient, comme nous l'avons précisé dans le chapitre introductif, d'une vingtaine d'années d'usage de LTF dans notre enseignement. La découverte de la place exacte de ce type de produit dans la vie de l'apprenant se situe, encore aujourd'hui, au cœur de notre problématique. L'année 2002 fut l'occasion de mettre en place une première démarche d'analyse de LTF pour notre DEA (master 2, aujourd'hui). Nous avons alors essayé de construire une ingénierie didactique basée sur une analyse a priori des LTF puis sur

l'analyse de séquences d'enseignement où des élèves utilisaient des LTF. Cette démarche était basée sur l'ingénierie didactique, au double sens que Michèle Artigue donne à cette expression :

... à la fois ... productions réalisées pour l'enseignement à l'issue de recherches ayant fait appel à des méthodologies externes à la classe et ... méthodologie de recherche spécifique.

L'ingénierie didactique, vue comme méthodologie de recherche, se caractérise en premier lieu par un schéma expérimental basé sur des « réalisations didactiques » en classe, c'est-à-dire sur la conception, la réalisation, l'observation et l'analyse des séquences d'enseignement. (...)

(...) les recherches ayant recours à des expérimentations en classe se situent le plus souvent dans une approche comparative statistique des performances de groupes expérimentaux et de groupes témoins. Ce paradigme n'est pas celui de l'ingénierie didactique qui se situe, à l'opposé, dans le registre des études de cas et dont la validation est essentiellement interne, fondé sur la confrontation entre analyse *a priori* et analyse *a posteriori*. (Artigue, 1988, p. 248)

La suite de notre travail, en 2003 dans le cadre d'une thèse cette fois, a commencé en essayant de suivre la même démarche mais en lui donnant une autre dimension. L'analyse des logiciels devait porter sur une partie plus importante des savoirs proposés ; un quatrième LTF a été ajouté pour donner à notre travail une ouverture aux produits « grand public » ; l'expérimentation devait durer dans le temps et concerner plus d'élèves. L'année 2003 a été consacrée à la recherche des cadres théoriques autour de la TAD et du concept d'institution que nous avons présenté dans le chapitre précédent et l'année 2004 a vu la réalisation de l'expérimentation dont le cheminement va être décrit dans la dernière partie de ce chapitre.

Notre premier travail expérimental de 2002 dans le collège Elsa Triolet de Saint-Denis à côté de Paris, nous a montré que notre démarche n'était, en réalité, pas du type « ingénierie didactique » (Artigue, 1988). Cette première expérimentation a en effet été construite en essayant de suivre cette approche mais les résultats ne furent pas satisfaisants (Souchard, 2002). Durant toutes nos années d'enseignement, nous avons très peu utilisé de LTF de façon guidée avec les élèves, c'est-à-dire que les heures passées en salle d'informatique avec des élèves travaillant avec des LTF étaient avant tout gérées par les élèves eux-mêmes. Le modèle, analyse *a priori*/analyse *a posteriori*, ne pouvait donc pas fonctionner car le choix de l'activité était à la charge de l'élève même si celle-ci n'était pas didactiquement satisfaisante. D'autre part, tous les élèves ne réalisant pas la même activité, la confrontation entre ce que réussissaient à faire l'élève avant une activité puis après cette activité n'était pas, non plus, envisageable. Notre étude, voulant prendre en compte la réalité de notre activité d'enseignant

pendant une vingtaine d'années, a dû suivre le même cheminement. Nous souhaitons déterminer *les conditions de fonctionnement* des LTF avec les élèves et non *les conditions du bon fonctionnement* de ces logiciels. Nous employons à dessein les expressions que Chevallard utilise en 1992 pour décrire sa démarche par rapport à celle de Brousseau (Chevallard, in Brun, 1996, p. 185-186). En suivant la démarche de Chevallard et de la TAD, nous avons été ainsi amené à définir avec précision la notion d'institution dans la TAD (voir le chapitre III) et nous avons traduit notre questionnement par : un LTF peut-il être considéré comme une institution, éventuellement autonome, d'apprentissage et d'enseignement et, si c'est le cas, quelles en sont les caractéristiques ?

Pour approcher cette question, nous avons commencé par mettre en place une expérimentation en gardant à l'esprit notre questionnement de départ basé sur l'usage libre des LTF par les élèves. Nous avons décidé d'enregistrer en vidéo suffisamment d'écran d'élèves et d'élèves eux-mêmes pour avoir, le plus possible, accès à la réalité de ce qui se passait pendant les séances. La fin de l'expérimentation a été l'occasion d'organiser des entretiens avec les élèves pendant lesquels ils sont revenus sur l'usage des LTF. La quantité d'informations recueillie nous a poussé à chercher pendant cette année 2004 des outils d'analyse et de traitement des vidéos. Le produit le plus complet que nous ayons trouvé est le logiciel *The Observer* de chez Noldus. L'année 2005 a été consacrée à l'utilisation de ce logiciel pour analyser les vidéos de l'expérimentation : captures d'écrans, vidéos des élèves et vidéos des entretiens des élèves en fin d'année. La découverte de *The Observer* nous a permis de mettre ensuite en pratique une démarche d'évaluation ergonomique qui consiste, entre autres, à effectuer une exploration complète de chaque LTF, ce qui a été fait en 2006. C'est l'usage du logiciel de chez Noldus qui nous a permis d'envisager la faisabilité d'une telle exploration, ou expertise, et de sortir du modèle consistant à analyser a priori quelques activités de chaque logiciel puis à comparer a posteriori cette analyse à la réalisation de ces activités par les élèves.

Nous pouvons considérer que, pour comprendre le fonctionnement des logiciels de notre étude en tant qu'institution d'apprentissage et d'enseignement, nous avons créé trois ensembles de données : l'expérimentation des élèves avec les LTF, l'expertise des quatre LTF au niveau sixième et les entretiens. Les protocoles d'analyse de ces bases de données sont des façons personnelles de les lire pour prouver et illustrer notre propos. La théorie anthropologique du didactique de Chevallard est le cadre théorique qui nous a permis de traduire nos questionnements d'enseignant de départ puis de les transposer en protocole d'analyse avec le logiciel *The Observer*.

Nous allons présenter dans ce chapitre les différentes étapes de notre travail : la description de l'expérimentation et des entretiens, une brève introduction du logiciel *The Observer*, puis une description de l'expertise. La conclusion de ce chapitre va être l'occasion de justifier l'usage que nous avons choisi de faire des données qui sont présentées dans la deuxième partie de cette thèse. Mais, pour commencer, nous souhaitons rappeler les deux aspects fondamentaux de la Théorie Anthropologique du Didactique que nous avons utilisés.

III.2 - La TAD

Le cadre anthropologique nous a permis d'explicitier notre questionnement de départ sur la compréhension de la place d'un LTF en terme d'institution à travers les organisations qu'il propose.

III.2.1 - L'institution

Rappelons les conditions d'existence d'une institution en détaillant chacune d'elles. Une entité est vue comme une institution, et, dans notre cas, une institution dédiée à l'apprentissage et à l'enseignement des mathématiques au début du secondaire, si les quatre aspects suivants sont suffisamment satisfaits.

a - La réalité sociale

Réalité sociale ou groupement social, une institution doit concerner un ensemble d'individus même si cet ensemble peut être réduit au minimum et aller jusqu'à deux êtres humains seulement.

L'utilisation des LTF avec des élèves dans une classe modifie le rôle de chacun. Dans notre protocole d'usage des LTF, ce n'est plus le professeur qui décide de qui fait quoi. Son rôle ne peut plus être comparable à son rôle dans une salle de classe ordinaire. Les élèves qui travaillent avec les LTF sont dans des attitudes très diverses : ils cherchent à deux, ils comparent leurs résultats avec leurs voisins. La situation la plus extrême peut aller jusqu'à un groupement social composé d'un seul élève et du concepteur du LTF. Il est en effet possible de constater que des élèves ne sont plus en contact avec la classe, élèves et professeur, pendant leur séance avec le LTF. C'est pourquoi nous devons aller jusqu'à envisager une réalité sociale composée de seulement deux individus. Nous devons ensuite analyser si le LTF propose une organisation telle que cette réalité sociale soit envisageable : l'expertise nous permet de mesurer les potentialités des LTF puis, nous allons chercher dans l'expérimentation et les entretiens ce qui peut confirmer ou infirmer les premières analyses.

b - La légitimité

Une convention va pouvoir être institutionnalisée à partir du moment où une autorité légitimante va prendre à sa charge cette légitimation.

Chaque logiciel est de fait une convention car il est défini par un certain nombre de règles ou de conventions d'usage. La phase d'institutionnalisation n'est possible que si une autorité veut bien prendre en charge la légitimation de cette convention. Les caractéristiques des LTF doivent nous permettre d'envisager les différentes autorités qui peuvent prendre en charge cette légitimation. L'élève lui-même fait partie de ces autorités de légitimation.

c - La stabilité

La stabilité qui peut être vue comme de la régularité ou de la durée dans le temps est une condition assez centrale pour qu'une institution existe dans la réalité sociale.

Il faut déceler des outils qui permettent aux LTF de gérer la régularité d'usage de ces logiciels par les apprenants et les enseignants.

d - La spécificité

Une institution se doit de prouver le bien fondé de son existence. Sa fonction, ou sa finalité, lui permet de montrer sa spécificité et ainsi de fonder sa vérité en raison. Ses règles de fonctionnement ou ses règlements doivent être suffisamment visibles et reconnues pour que l'institution fonde sa vérité en nature.

Comme pour un enseignant de mathématique avec sa classe ordinaire, la fonction ou la finalité d'un LTF de mathématique est l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Ce n'est pas parce que les quatre cinquième des élèves de sa classe a un niveau médiocre en mathématiques que l'enseignant de mathématiques remet en cause sa vérité en nature comme en raison. La question ne se situe pas, comme nous l'avons déjà dit, au niveau du *bon fonctionnement* ; nous devons découvrir, puis expliciter, le *fonctionnement* ainsi que les *règles de fonctionnement* du LTF et c'est ce qui va guider l'inspection des LTF de notre étude. Une fois l'inspection complète effectuée, nous allons pouvoir proposer des conclusions sur la façon dont chaque LTF fonde sa vérité en nature et en raison.

III.2.2 - OD et OM

Voici le tableau que nous avons déjà présenté dans les cadres théoriques qui décrit les moments de l'étude et qui sont à la base de l'inspection des LTF.

<i>Groupe</i>	<i>Numéro des moments</i>	<i>Description des moments</i>
Groupe I Activités d'étude et de recherche [AER]	M1	Moment de la (première) rencontre avec T
	M2	Moment de l'exploration de T et de l'émergence de la technique τ
	M3	Moment de la construction du bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$
Groupe II Synthèses	M4	Moment de l'institutionnalisation
Groupe III Exercices & problèmes	M5	Moment du travail de l'organisation mathématique (et en particulier de la technique)
Groupe IV Contrôles	M6	Moment de l'évaluation

Tableau 24 : Les moments de l'étude (Chevallard, 2002, p. 13)

Nous nous sommes vite aperçu que les premiers moments étaient très difficiles à différencier et nous avons finalement choisi de répertorier dans le travail de l'expert comme dans celui des élèves les moments suivants :

<i>Nom des moments</i>	<i>N° des moments</i>	<i>Description des moments</i>
Activités d'étude et de recherche	AER	Ce sont les moments qui correspondent : ✓ à la (première) rencontre avec T ; ✓ à l'exploration de T et de l'émergence de la technique τ ; ✓ à la construction du bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$.
Synthèses	M4	Moment de l'institutionnalisation
Exercices & problèmes	M5	Moment du travail de l'organisation mathématique (et en particulier de la technique)
Contrôles	M6	Moment de l'évaluation
Manipulation	Manip	Moments de manipulation du logiciel

Tableau 25 : Les moments de l'étude dans l'inspection des LTF

L'analyse des organisations mathématiques ou praxéologies à visées mathématiques se passe de deux façons. La première consiste à répertorier dans les LTF les types de tâches qui sont proposés aux élèves en les associant, quand cela est possible, aux compétences du programme officiel de la classe de sixième du ministère français de l'éducation nationale. Ce travail ne concerne que l'expertise car ce sont les mêmes exercices qui sont proposés lors de l'expérimentation. La deuxième étape de l'analyse de l'inspection concerne autant l'expérimentation que l'expertise et cherche à déterminer le type d'Espace du Travail Calculatoire que l'élève peut envisager de se construire à partir de l'Espace du Travail Calculatoire idoine que propose chaque LTF. Nous trouvons dans cette partie une analyse des techniques potentiellement utilisables ou réellement utilisées par les élèves pour réaliser les tâches proposées. Mais avant de poursuivre la description de nos analyses, il est nécessaire de décrire les phases pratiques de notre travail d'investigation en commençant par une brève

description du logiciel qui nous a permis d'envisager nos démarches d'inspection des LTF, *The Observer*.

III.3 - *The Observer*

Le logiciel *The Observer* est un logiciel d'analyse du comportement qui a été créé par un chercheur hollandais, M. Noldus, dans les années 90⁵¹ ; la version 5.0.30 date de 2004, avec une mise à jour en 2005, la version 5.0.31. Une nouvelle version de ce logiciel est apparue à la fin de l'année 2005, la version *The Observer XT*, version 6.0 et une dernière vient de paraître, la version 7.0. Le début de notre étude datant de 2004, nous avons commencé par utiliser la version 5.0, puis, nous avons utilisé de temps en temps la version 6.0 pour quelques analyses. L'évolution du logiciel entre les versions 5.0 et 7.0⁵² concerne, avant tout, la facilité d'utilisation et la gestion des vidéos mais les principes généraux du produit restent les mêmes.

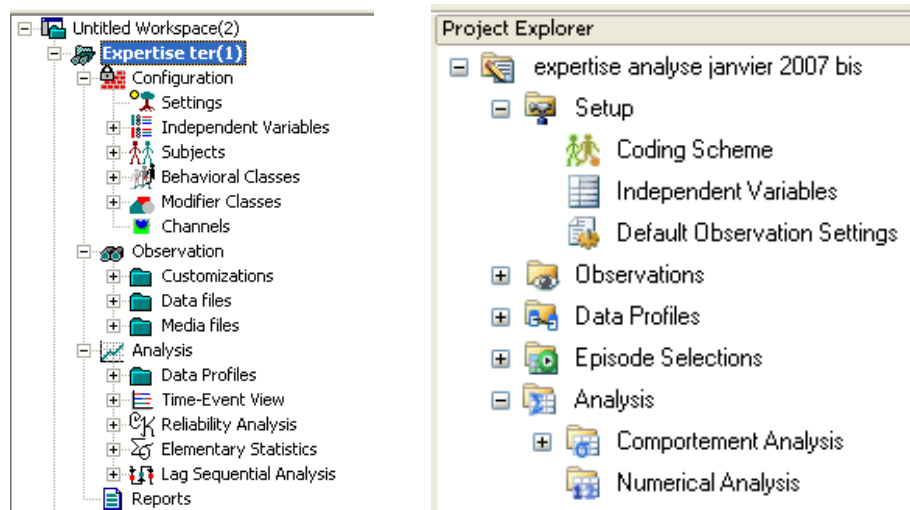


Figure 30 : Structure de *The Observer* 5.0 et de *The Observer XT* (version 6.0 et 7.0)

Ce logiciel est composé de quatre parties bien distinctes :

- Configuration : la construction du protocole d'analyse ;
- Observation : la collecte des données ;
- Analysis : la gestion des données ;
- Reports : la création de rapports.

⁵¹ Tous les renseignements sont disponibles à l'adresse : www.noldus.com, consulté en juin 2009.

⁵² Une neuvième version est aujourd'hui disponible, en septembre 2009.

III.3.1 - Configuration ou Setup	
L'évolution principale des nouvelles versions concerne la possibilité de faire évoluer la configuration de base au fur et à mesure de l'analyse des données, ce qui est impossible avec la version 5.0. Dans celle-ci, il est nécessaire de clore la configuration avant de commencer l'analyse.	
Paramètres	Ils concernent le choix de la méthode d'enregistrement, la création des codes et de la durée d'enregistrement. En général, les paramètres par défaut sont utilisés.
Variables indépendantes	Elles correspondent aux variables qui ne changent pas de valeur à l'intérieur d'un même enregistrement. Dans notre cas, cela concerne le nom du logiciel, le chapitre, le nom du ou des élèves. Les variables indépendantes permettent de regrouper les analyses par variables pour une série d'enregistrements.
Sujets (dans Coding Scheme)	Lorsque vous observez plus d'un individu à la fois, vous ne voulez pas uniquement enregistrer <i>ce qu'ils</i> font mais également <i>qui</i> ils sont. Ces individus sont appelés sujets. C'est le cas de nos observations et des analyses des Entretiens et des Captures élèves.
Classes comportementales et Comportements (dans Coding Scheme)	<p>Une classe comportementale peut être vue comme un conteneur pour des comportements apparentés et pour leurs comportements complémentaires. Au sein d'une même classe comportementale, tous les comportements d'état doivent être mutuellement exclusifs et exhaustifs (englobant tous les comportements). L'aspect exhaustif a disparu des dernières versions.</p> <p>Pour chaque classe comportementale, vous établissez la liste de tous les comportements, tâches, mouvements, etc. utiles pour vos hypothèses de recherche et effectués par le sujet observé.</p> <p>Il existe deux types de comportements:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Les Comportements d'Etat (State behaviors) — Un tel comportement a une durée dans le temps, par exemple : manger ou marcher. Ces comportements doivent être mutuellement exclusifs et exhaustifs dans une même classe comportementale. ✓ Les Comportements d'Événement (Event behaviors) — c'est un comportement qui ne dure qu'un instant dans le temps ou pour lequel la durée n'est pas importante. Par exemple: sauter, crier. Au contraire des comportements d'état, les comportements d'événement n'ont aucune restriction.
Classes complémentaires et Compléments (dans Coding Scheme)	<p>Comme les comportements, les compléments sont organisés en classes. Il n'y a cependant pas de restrictions sur les classes complémentaires. Les compléments ne doivent pas être mutuellement exclusifs ni exhaustifs.</p> <p>Une classe complémentaire peut être vue comme un conteneur de compléments similaires. Par exemple, si vous étudiez le jeu chez les enfants, vous pouvez imaginer deux classes complémentaires décrivant <i>l'objet</i> avec lequel l'enfant joue et <i>l'endroit</i> où l'enfant joue. Pour chacune des classes, vous énumérez les compléments utiles. Un comportement peut être précisé par aucun, un ou deux compléments.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Vous pouvez également définir un sujet comme complément (Jean) sans avoir besoin de définir une classe particulière pour ces sujets. ✓ Si le sujet est la classe complémentaire 1, vous pouvez définir un comportement comme classe complémentaire 2. <p>Les compléments peuvent être utilisés pour limiter l'envergure d'un comportement ou pour le définir plus spécifiquement. Par exemple, ils peuvent être utilisés pour enregistrer le destinataire d'un comportement dans une interaction sociale, l'objet avec lequel on joue, la nourriture qu'un</p>

	animal mange, la direction ou intensité d'un comportement.
Canaux (channels) (dans Coding Scheme)	Les canaux déterminent des combinaisons uniques de sujets et classes comportementales. Ces canaux sont utilisés lorsque vous encodez des comportements de deux ou plusieurs sujets dans un projet utilisant la méthode d'enregistrement en Continu. Les canaux ne nous concernent pas dans notre étude car très peu de classes comportementales sont en mode continue.

III.3.2 - Observation

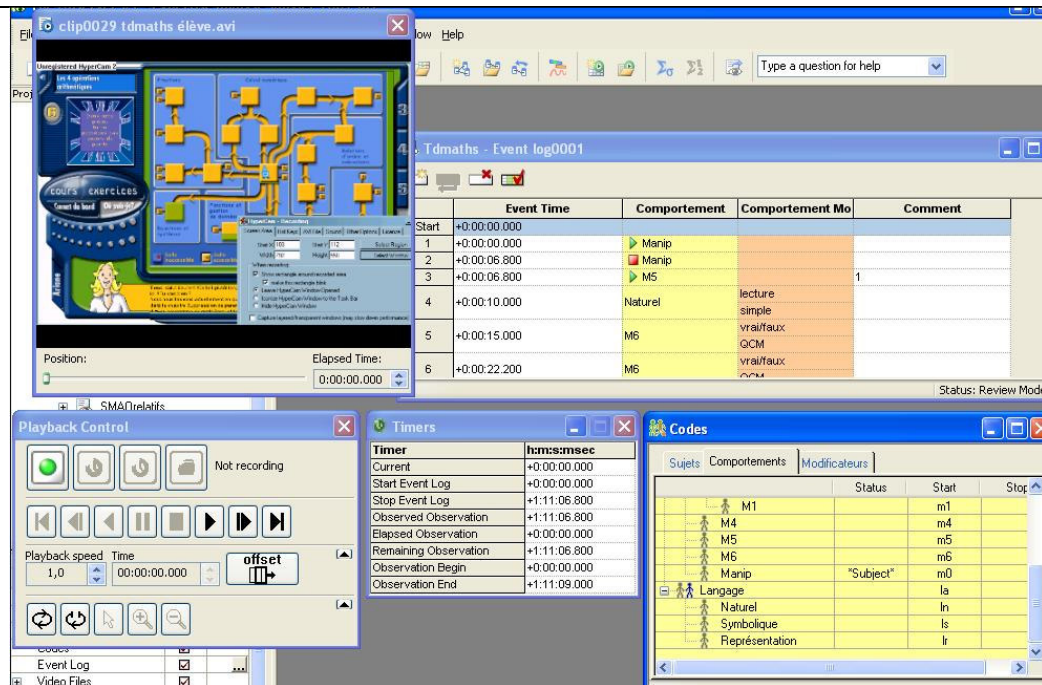


Figure 31 : Module Observation dans *The Observer XT*

Démarrer une observation	Lorsque vous entamez une observation, <i>The Observer</i> a besoin que vous lui fournissiez des informations telles que le nom du fichier de données, les valeurs de variables indépendantes, les canaux initiaux, etc. Les fenêtres qui apparaissent avant le début de l'observation varient en fonction de votre installation de la méthode d'enregistrement et de la configuration.
Enregistrement des comportements	Dans la figure 31, nous avons un enregistrement d'un fichier vidéo de <i>Tdmaths</i> . Cinq fenêtres sont présentes dans le module Observation du logiciel <i>The Observer</i> . <ul style="list-style-type: none"> ✓ Timers : lecture du temps ; ✓ Playback control : gestion de la lecture de la vidéo ; ✓ Codes : tableau des comportements et des complements ; ✓ Event Log : déroulement du codage ; ✓ Monitor : fichier vidéo. Chaque fois qu'un comportement apparaît, il est possible de mettre sur pause dans la fenêtre Playback Control ; puis il faut choisir le comportement, puis un ou plusieurs modificateurs dans la fenêtre Code ; une fois que le codage est fini, il faut relancer la vidéo.
Terminer une observation	Pour terminer manuellement une observation, depuis le menu Data, sélectionnez End Observation. <i>The Observer</i> vous demande ensuite de

confirmer cette action. De la même manière, si vous avez choisi d'éditer les variables indépendantes à la fin de l'observation, vous devez confirmer l'éditior.

Un nouveau fichier Event Log est alors automatiquement créé dans la fenêtre principale de *The Observer* dans le répertoire Observation et le sous-dossier Data files.

III.3.3 - Analyse

Profils d'analyse des données

Components

Filter

Nest

Common Elements

Result

System variable

Start Time

Stop Time

Duration

Variable

Tdmaths

SMAD

Lilimath

Génération 5

Elements

Observations

Sujets

Comportements

Data Selection - Data Profile GENE Pb Traduction

Source

Filter: Observations

Filter: Comportement

Selection Result

Figure 32 : Data profile dans *The Observer* XT

Ce module permet de construire des profils d'analyse. On part de l'ensemble des observations puis on construit des filtres à partir des observations, des comportements, des temps de départs ...

Vue de l'écoulement temporel d'un profil

Episode Selection - Episode Compagnon GENE

	Observation	Start time	Stop time	Comportement	Comportement Modificateur
Episode 1					
1	GENEarih	0:03:07.000	0:03:07.000	M6	Evaluation (compagnon), réponse (QCM)
2	GENEarih	0:06:54.400	0:06:54.400	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
3	GENEarih	0:09:01.800	0:09:01.800	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
4	GENEarih	0:12:50.600	0:12:50.600	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
5	GENEarih	0:17:21.400	0:17:21.400	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
6	GENEarih	0:22:56.400	0:22:56.400	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
7	GENEarih	0:33:08.800	0:33:08.800	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
8	GENEarih	0:43:11.400	0:43:11.400	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
9	GENEarih	0:48:15.400	0:48:15.400	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
10	GENEarih	0:51:44.600	0:51:44.600	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
11	GENEarih	0:52:16.000	0:52:16.000	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
12	GENEarih	0:52:41.800	0:52:41.800	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir
Episode 2					
1	GENEalg	0:02:22.600	0:02:22.600	M6	Evaluation (compagnon), réponse (Missir

g events here for a new episode

Event Log

3NEalg

Event log0001

	Event Time	Comportement	Comportement Mo	Comment
1	+0:00:00.000	Manip		
2	+0:00:00.000			fin des animations
3	+0:00:06.400	Manip		
4	+0:00:06.400	M5		13
5	+0:00:12.400	Symbolique	fonction GD	mesure
6	+0:00:25.600	M6	vraifaux RCM	13a
7	+0:00:34.400	M6	vraifaux RCM	
8	+0:00:38.400	Symbolique	fonction	mesure

GENE 5 Arithmétique 53 33.avi

Les mathématiques

Choix d'un niveau :

6^{ème}

5^{ème}

Quitter

Position: Elapsed Time:

Figure 33 : Episode selection dans *The Observer* XT

Ce sont les profils de données qui permettent ensuite de faire construire par

166

LTF

	<i>The Observer</i> des épisodes particuliers. Dans l'exemple ci-dessus, nous avons construit l'épisode correspondant aux moments où un compagnon apparaît dans le logiciel de Génération 5.
Statistiques élémentaires	Automatiquement, <i>The Observer</i> calcule les statistiques élémentaires suivantes : <ul style="list-style-type: none"> ✓ Nombre total ✓ Taux ✓ Durée totale ✓ Durée moyenne ✓ Durée totale minimale ✓ Durée totale maximale ✓ Déviation standard de la durée ✓ Intervalle de confiance de la durée ✓ Moyenne totale des observations
III.3.4 - Rapport	
Création de rapports	Les épisodes et les profils d'analyse permettent de construire des vidéos bilans qui ne comportent que les instants qui correspondent aux épisodes choisis ⁵³ .

III.4 - L'expérimentation et l'expertise

Les conditions de notre expérimentation sont guidées par notre expérience de l'usage des LTF depuis plus de vingt ans et par la nécessité de reproduire une situation où les élèves sont le plus autonome possible dans le travail qu'ils effectuent. Les résultats obtenus sont ensuite utilisés pour illustrer les conditions d'existence et de fonctionnement du LTF en tant qu'institution, en général en complément de l'expertise.

III.4.1 - Organisation de l'expérimentation

a - Les élèves

L'expérimentation a eu lieu au lycée Chaptal à Paris pendant l'année scolaire 2003-2004 avec des élèves de deux classes de sixième, les 6^{ième} 4 et 6^{ième} 5. Madame Cottreau et Madame Delpeuch, professeures de mathématiques de ces deux classes et Madame Laroque, proviseure adjointe chargée du collège nous ont permis de travailler avec une partie des élèves de ces deux classes. Notre questionnaire, rappelons-le, porte sur les potentialités des Logiciels Tuteurs Fermés à être considérés comme des institutions d'apprentissage. Pour étudier ces potentialités, il était donc nécessaire de mettre en place une expérimentation qui ait lieu hors de l'institution principale qu'est la classe ordinaire.

⁵³ Ces rapports sont disponibles dans les annexes vidéos.

Nous avons choisi d'utiliser l'heure de soutien mise en place dans chacune des classes pour les élèves en difficulté. Ce ne sont donc que les élèves non concernés par le soutien en mathématiques qui ont participé à notre expérimentation. En accord avec les deux professeures, la proviseure adjointe et les élèves, il a été décidé que tous les élèves ne participant pas aux classes de soutien s'engageaient à participer à notre travail avec les LTF.

L'expérimentation que nous avons réalisée dans le cadre de notre DEA (Soucard, 2002) avait eu lieu avec tous les élèves d'une classe d'un autre collège et les différences de niveaux à l'intérieur du groupe classe étaient très importantes. Il nous était très difficile de ne pas intervenir pour aider les élèves, non pas dans l'usage des logiciels, mais beaucoup plus en ce qui concerne l'apprentissage des mathématiques. L'autonomie de travail de ces élèves n'avait pas été une réalité. Cet échec nous a permis de faire évoluer notre questionnement en nous concentrant avant tout sur les LTF. Il fallait donc restreindre le public d'élèves ayant un niveau suffisant pour travailler avec un minimum d'interventions extérieures. L'expertise a donc été organisée dans l'institution principale qu'est l'École, mais dans une relative autonomie, d'une part, par rapport à l'institution ordinaire de la classe, et d'autre part, grâce à des élèves capables d'activités autonomes en mathématiques. Notre étude ne porte donc pas sur la capacité d'un LTF à aider des élèves en difficulté. Notre travail de DEA avait déjà montré que la qualité du suivi du travail des élèves comme des interactions didactiques entre l'élève et le logiciel n'est pas suffisantes dans ce type de produit pour qu'un travail autonome soit envisagé avec des élèves ayant trop de lacunes en mathématiques.

La répartition des élèves par logiciel s'est faite à partir des résultats des élèves aux tests d'évaluation d'entrée en sixième. Nous avons réalisé deux types de bilan : le premier en calculant une note à partir des codages du test et le deuxième en vérifiant les résultats de chaque élève par thème. Nous avons ensuite réparti les élèves par logiciel pour que chaque groupe contienne des élèves de différents niveaux. Nous aurons l'occasion de revenir sur ces différences dans la composition des groupes dans l'analyse de certaines vidéos d'élèves.

Voici une description du codage utilisé dans ce test (MEN, 2003, p. 3)

Cette évaluation nationale, étant donné sa visée diagnostique, ne doit pas être confondue avec un contrôle se référant à une norme. Il s'agit d'une prise d'informations fondée sur les réponses des élèves. Elle se traduit par un codage dont la signification est la même pour tous les exercices du protocole. Les consignes de codage donnent, pour chaque question, la liste précise des codes retenus et leur signification. Le choix des codes, pour chaque item, s'appuie sur la grille de codage suivante où seuls les codes 1 et 2 sont des codes de réussite.

- ✓ Code 1 : Réponse exacte attendue, procédure induite par l'énoncé, objectif atteint.
- ✓ Code 2 : Réponse exacte : formulation moins attendue ou non exhaustive, mais on considère que l'objectif est atteint par l'élève.
- ✓ Code 3 : Réponse incomplète sans élément erroné, mais on considère que l'objectif n'est pas atteint par l'élève.
- ✓ Code 4 : Réponse partiellement exacte avec éléments erronés.
- ✓ Code 5 : Réponse pouvant être interprétée comme une mauvaise lecture de consigne.
- ✓ Code 6, 7, 8 : Réponse erronée spécifiée.
- ✓ Code 9 : Autres réponses erronées.
- ✓ Code 0 : Absence de réponse (l'élève est présent mais n'a pas répondu à la question ou à l'exercice).

La note obtenue par l'élève est la moyenne de ces codes. Nous constatons que pratiquement tous les élèves, de 6^{°4} et 6^{°5}, qui participent à notre expérimentation ont une note très correcte comprise entre 1 et 3 (une note de 1 signifiant que toutes les réponses sont correctes).

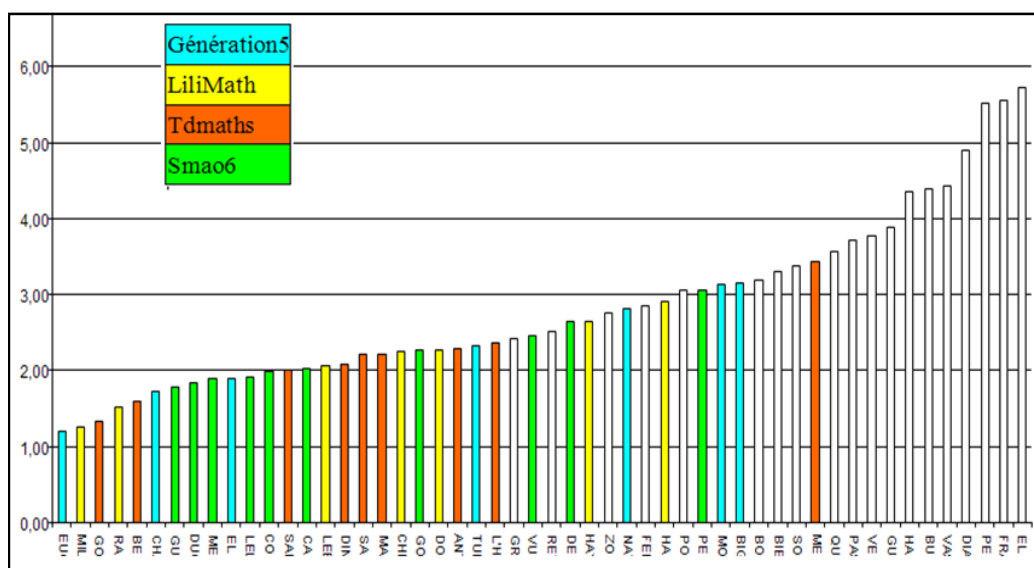


Figure 34 : Notes des élèves à partir des codages du test d'entrée en sixième

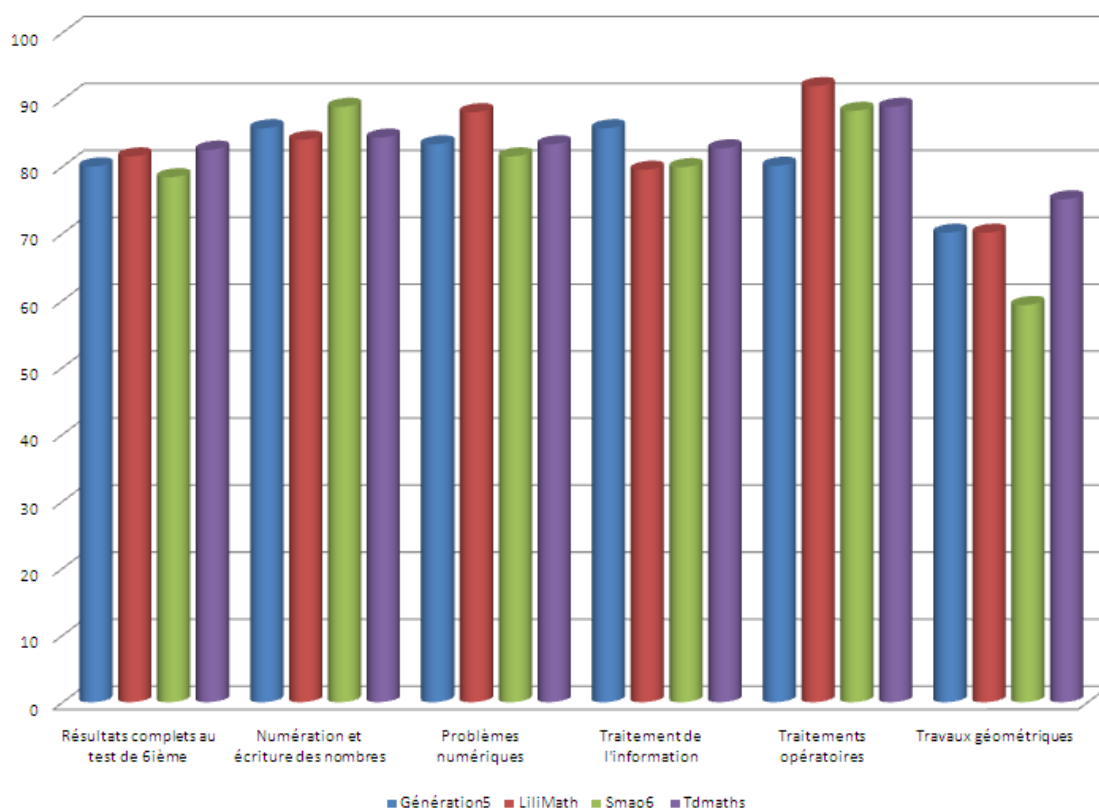


Figure 35 : Résultats aux tests d'entrée en sixième par thème

En dehors des travaux géométriques, nous constatons que les résultats et la répartition par groupe sont relativement homogènes ce qui ne pose pas de problème car la géométrie ne fait pas partie de notre recherche.

L'organisation des élèves par groupe de travail avec un LTF a été guidée par la création de groupes contenant à peu près les mêmes types d'élèves. Nous avons déjà éliminé les difficultés venant de la trop grande faiblesse de certains élèves que nous avons rencontrés lors de notre première expérimentation et nous ne voulions pas en faire apparaître de nouveaux, comme cela aurait pu être le cas si une trop grande concentration de bons élèves avait été remarquée dans trop de groupes. Les groupes d'élèves associés aux LTF ne sont pas exactement semblables mais chacun propose une diversité suffisante pour notre recherche. Notre volonté a été de créer des groupes d'élèves suffisamment autonomes pour ne pas se retrouver devant les problèmes rencontrés lors de notre premier travail. Il nous avait été en effet très difficile de prévoir, puis de gérer en direct, les impossibilités de certains élèves à être en activité mathématique satisfaisante.

Désignation des élèves	Résultats complets au test de 6 ^{ième}	Numération et écriture des nombres	Problèmes numériques	Traitement de l'information	Traitements opérateurs	Travaux géométriques	Classe	
	5	11	12	13	14	15		N° des thèmes
	/78	/17	/6	/16	/18	/21		Nombre de questions
Gé5a	65,4	88,2	66,7	93,8	61,1	28,6	5	Génération5
Gé5b	69,2	64,7	100	81,3	66,7	57,1	5	Génération5
Gé4	70,5	82,4	83,3	62,5	61,1	71,4	5	Génération5
Gé6	84,6	94,1	50	93,8	83,3	81	5	Génération5
Gé3	84,6	88,2	100	87,5	94,4	66,7	5	Génération5
Gé2	88,5	82,4	83,3	81,3	100	90,5	5	Génération5
Gé1	97,4	100	100	100	94,4	95,2	5	Génération5
	80,0	85,7	83,3	85,7	80,1	70,1		
Li4	65,4	70,6	66,7	68,8	72,2	52,4	4	LiliMath
Li3	69,2	70,6	66,7	68,8	88,9	52,4	4	LiliMath
Li5	79,5	76,5	100	81,3	94,4	61,9	4	LiliMath
Li6a	83,3	100	100	81,3	94,4	57,1	4	LiliMath
Li2	83,3	88,2	83,3	68,8	94,4	81	4	LiliMath
Li6b	93,6	94,1	100	87,5	100	90,5	4	LiliMath
Li1	96,2	88,2	100	100	100	95,2	4	LiliMath
	81,5	84,0	88,1	79,5	92,0	70,1		
Sm11	66,7	76,5	66,7	68,8	77,8	47,6	5	Smao6
Sm7	70,5	88,2	83,3	75	77,8	42,9	5	Smao6
Sm8	71,8	94,1	100	68,8	88,9	33,3	5	Smao6
Sm12	74,4	100	66,7	93,8	94,4	23,8	5	Smao6
Sm10a	79,5	76,5	50	81,3	94,4	76,2	5	Smao6
Sm10b	83,3	82,4	100	81,3	88,9	76,2	5	Smao6
Sm13	84,6	94,1	83,3	75	88,9	81	5	Smao6
Sm9a	85,9	94,1	83,3	87,5	88,9	76,2	5	Smao6
Sm9b	88,5	94,1	100	87,5	94,4	76,2	5	Smao6
	78,4	88,9	81,5	79,9	88,3	59,3		
Td12	65,4	64,7	66,7	62,5	61,1	71,4	4	Tdmaths
Td10b	74,4	82,4	83,3	62,5	88,9	61,9	4	Tdmaths
Td10a	80,8	88,2	100	81,3	83,3	66,7	4	Tdmaths
Td13	82,1	88,2	83,3	87,5	88,9	66,7	4	Tdmaths
Td7	83,3	76,5	66,7	81,3	88,9	90,5	4	Tdmaths
Td11a	83,3	94,1	66,7	87,5	94,4	66,7	4	Tdmaths
Td11b	84,6	94,1	83,3	87,5	94,4	66,7	4	Tdmaths
Td8	92,3	82,4	100	93,8	100	90,5	4	Tdmaths
Td9	96,2	88,2	100	100	100	95,2	4	Tdmaths
	82,5	84,3	83,3	82,7	88,9	75,1		
	80,6	85,7	84,1	81,9	87,3	68,6		Moyenne des 4 groupes

Tableau 26 : Résultats des élèves au test par thème

b - La salle d'informatique

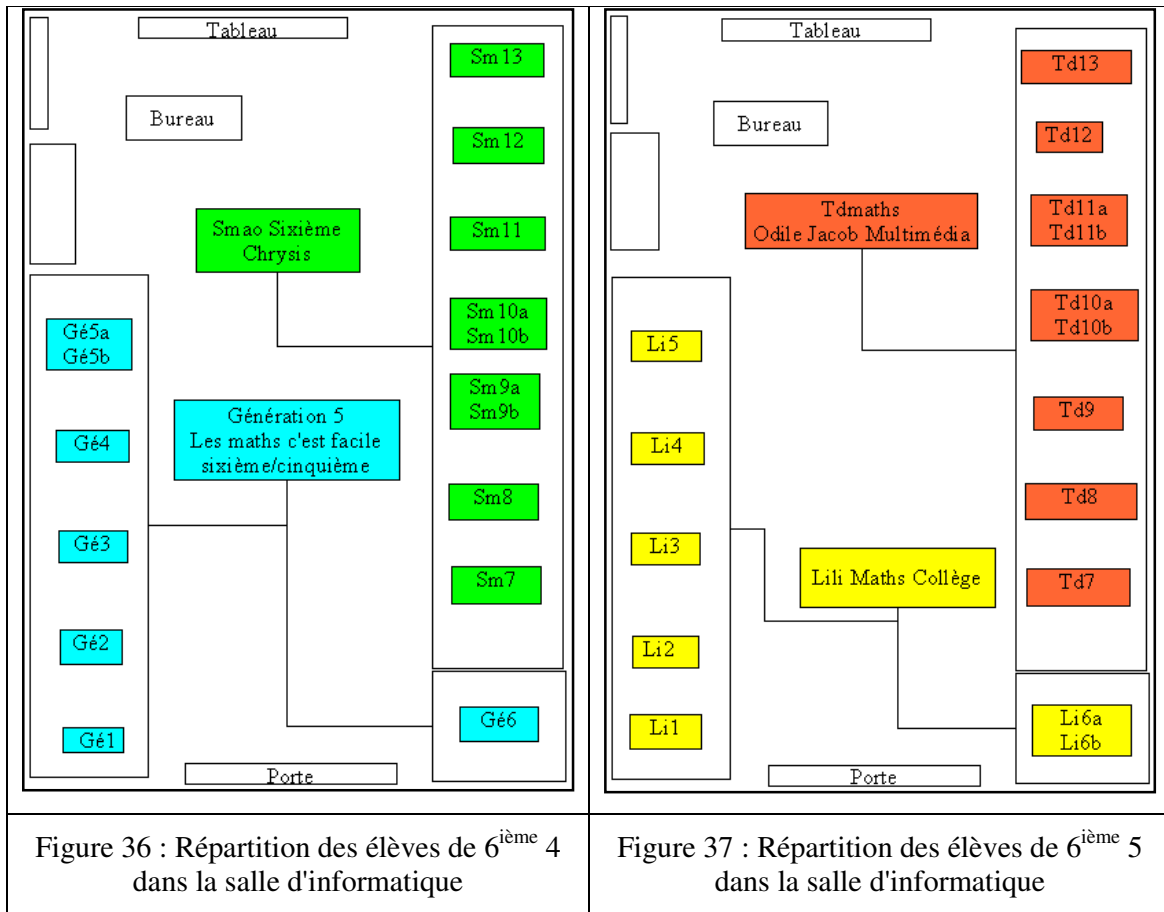
Les heures de l'expérimentation ont eu lieu pendant les heures de soutien le jeudi matin du mois de janvier 2004 au mois de juin 2004 selon la répartition suivante. Les deux dernières journées de séances ont été utilisées pour des entretiens.

Début	Fin	6 ^{ième} 4	6 ^{ième} 5
jeu. 22/01/2004 09:00	jeu. 22/01/2004 12:00	1	1
jeu. 29/01/2004 09:00	jeu. 29/01/2004 12:00	1	1
jeu. 05/02/2004 09:00	jeu. 05/02/2004 12:00	1	1
jeu. 12/02/2004 09:00	jeu. 12/02/2004 12:00	1	1
jeu. 04/03/2004 09:00	jeu. 04/03/2004 12:00	1	1
jeu. 25/03/2004 09:00	jeu. 25/03/2004 12:00	1	1
jeu. 08/04/2004 09:00	jeu. 08/04/2004 12:00	1	1
jeu. 29/04/2004 09:00	jeu. 29/04/2004 12:00	1	1
jeu. 13/05/2004 09:00	jeu. 13/05/2004 12:00	1	1
jeu. 27/05/2004 09:00	jeu. 27/05/2004 12:00	1	1
jeu. 03/06/2004 09:00	jeu. 03/06/2004 12:00	1	1
jeu. 10/06/2004 09:00	jeu. 10/06/2004 12:00	1	1
jeu. 17/06/2004 09:00	jeu. 17/06/2004 17:00	2	2
jeu. 24/06/2004 09:00	jeu. 24/06/2004 17:00	2	2
<i>Total d'heures par classe</i>		16	16

Tableau 27 : Dates des séances de l'expérimentation au lycée Chaptal à Paris

La 6^{ième} 5 venait travailler de 8h55 à 9h50 et, la 6^{ième} 4, de 11h05 à 12h. Tous les élèves ont accepté sans difficulté de participer à cette heure et il n'y a pratiquement pas eu d'absence pendant toute l'année.

La salle d'informatique a été utilisée avec les deux classes selon des dispositions que les deux schémas suivants montrent. Les élèves ont été répartis seul ou par deux et, dans ce dernier cas, nous avons fait le choix de faire travailler ensemble des élèves de niveaux proches. A part un groupe qu'il a fallu séparer, la répartition par machine avec un ou deux élèves a été conservée pendant toutes les séances. Les élèves sont restés sur les mêmes machines pendant toutes les séances à part quelques changements ponctuels qui provenaient de difficultés liées au matériel. Il faut ajouter à la configuration de la salle la caméra vidéo numérique et son pied pour que les plans soient complets.



Cette salle d'informatique est située dans la partie lycée de Chaptal et non dans la partie collège où les élèves ont l'habitude de travailler. L'environnement de travail pour cette expérience a été suffisamment particulier pour que les élèves vivent ces séances de façon totalement autonome par rapport à leur cours de mathématiques ordinaire avec leur professeur du collège.

c - Le travail des élèves

Si on enlève les heures pour les entretiens et la première séance qui a été consacrée à la présentation du travail de recherche, nous pouvons considérer que les élèves ont passé entre 10 et 13 heures sur les machines. Chaque groupe a travaillé sur le même LTF et sur la même machine pendant toutes les séances. L'expérimentation n'a jamais été centrée sur la validation didactique de tel ou tel exercice et nous n'avons jamais empêché un élève de faire un exercice sous le prétexte que nous considérions qu'il n'était pas intéressant. Nous avons voulu mettre en place une structure de travail, en parallèle à la classe ordinaire, dans laquelle les élèves prennent l'habitude de travailler sur un LTF dans le but de découvrir si ces logiciels pouvaient être ou non utilisés comme des institutions d'apprentissage par les élèves. Les aspects réalité

sociale et stabilité sont tout aussi importants que la légitimation et la spécificité. Nous avons décidé de laisser l'élève libre de travailler dans l'ensemble du LTF qui lui était affecté dans la seule limite de ne pas faire de géométrie, à l'exception de quelques activités sur la gestion des formules d'aires et de périmètres dans *Smao* ou *LiliMath*. Les élèves pouvaient donc réaliser les activités qu'ils souhaitaient en respectant une deuxième condition : finir tout exercice qui a été commencé. Ces deux conditions ont été respectées par la très grande majorité des élèves.

III.4.2 - Les vidéos de l'expérimentation

a - Les captures des écrans

La capture vidéo d'un écran consiste à conserver en temps relativement continu, 10 images par seconde, tout ce qui se passe sur l'écran de l'utilisateur. Nous avons utilisé pour cela le logiciel Hypercam⁵⁴. Les machines de la salle d'informatique étaient suffisamment puissantes pour ne pas à avoir à descendre en dessous de 10 images par seconde ce qui permet d'avoir une fluidité correcte des vidéos et d'avoir l'impression d'être dans un format d'enregistrement du même type que la caméra vidéo en format PAL à 25 images par seconde. Nous n'avions pas à disposition de mécanisme sophistiqué nous permettant de déclencher automatiquement les enregistrements qui ont tous été gérés manuellement par le professeur dans la plupart des cas. Les touches du clavier F1, F2 et F3, permettent de gérer le démarrage, la pause et l'arrêt de l'enregistrement. Nous avons essayé de faire gérer ces enregistrements d'écran par quelques élèves mais le résultat ne fut pas exploitable car constitué par des captures de quelques secondes, beaucoup trop courtes. D'autre part, la capacité des disques durs des ordinateurs n'étant pas très importante, il n'était donc pas envisageable techniquement de capturer toutes les séances de tous les élèves. Ces raisons nous ont poussé à capturer le travail des élèves en fonction de deux critères. Le premier a été celui, incontournable, de la capture de l'écran des élèves lorsque ceux-ci sont en même temps filmés par la caméra vidéo. Le deuxième a été d'obtenir une diversité acceptable des captures des LTF, c'est-à-dire que nous avons souhaité avoir assez de chapitres, liés au calcul élémentaire, capturés par LTF.

<i>LTF</i>	<i>Temps total de capture en h : min : sec</i>
<i>LiliMath</i>	00:36:31
<i>Les Maths, c'est facile</i>	01:28:13
<i>Smao</i>	02:56:01
<i>Tdmaths</i>	06:59:02

Tableau 28 : Temps de capture vidéo des écrans d'élève par LTF

⁵⁴www.hypercam.com

Le temps plus important de capture de *Tdmaths* provient de la remarque que nous avons déjà faite sur la liberté laissée aux élèves d'enregistrer eux-mêmes les écrans : de nombreuses captures sont trop courtes et non utilisables. La capture de *LiliMath* provient de la caméra externe car la technologie informatique de ce logiciel, du type DOS, ne permet pas une visualisation de l'écran par capture interne. C'est pourquoi nous ne possédons que peu de capture pour ce logiciel. Nous avons, malgré ces difficultés techniques, décidé de garder ce LTF dans notre recherche car son usage concerne, ou a concerné, de nombreux collègues en France. Voici la liste des chapitres des LTF où nous avons pu conserver des captures.

<i>Les Maths, c'est facile</i>		
6ième	<i>Arithmétique</i>	Situations de proportionnalité
6ième		Problèmes complexes
6ième		Les fractions
6ième		Les pourcentages
6ième	<i>Algèbre</i>	Calculs d'expressions algébriques I
6ième		Equation $a + x = b$
6ième		Mise en équation d'une situation
6ième		Calculs d'expressions algébriques II
6ième	<i>Opérations</i>	additions des décimaux
6ième		Multiplier par 10, 100...

Tableau 29 : Liste des exercices capturés dans *Les Maths, c'est facile*

<i>LiliMath</i>	
<i>Suite d'opérations</i>	Parenthèses, un peu plus dur
	Parenthèses et opérations
	Le compte est bon
<i>Mesures</i>	Unités de longueur
	Aire (niveau 0)

Tableau 30 : Liste des exercices capturés dans *LiliMath*

<i>Smao 6</i>					
<i>Addition et soustraction</i>	Techniques			E	J
<i>Multiplication et division</i>	Tables de multiplication, calcul mental			E	
	Technique de la multiplication	D	L	E	J
	Tables de division, critères de divisibilité	D	L		
	Expressions numériques		L	E	J
<i>Problèmes</i>	1 opération			E	
	2 opérations			E	J
	Niveau supérieur	D	L	E	J
<i>Périmètres et aires</i>	Calculs de périmètres (carré, rectangle, cercle)	D	L	E	
	Conversions d'aires				

Tableau 31 : Liste des exercices capturés dans *Smao*

Tdmaths sixième										
6ième	Calcul Numérique	1	Entiers naturels et décimaux positifs	1	2	3	4	5	6	
6ième		2	Nombres relatifs	1	2	3	4	5		
6ième		3	Axes et repères du plan	1	2	3	4	5	6	
6ième		4	Les 4 opérations arithmétiques	1	2	3	4	5	6	
6ième		5	Division euclidienne	1	2	3	4	5	6	
6ième		6	Tables de multiplication	1	2	3	4	5	6	
6ième		7	Divisibilité : Etude Pratique	1	2	3	4	5	6	
6ième		8	Calcul mental 1	1	2	3	4	5	6	
6ième	Fractions	10	Ecriture fractionnaire	1	2	3	4	5	6	
6ième		12	Interprétation géométrique des fractions	1	2	3	4	5	6	
6ième	Relation d'ordre & Inéquations	14	Comparaisons de décimaux positifs	1	2	3	4	5	6	7
6ième		15	Arrondir et tronquer	1	2	3	4	5	6	
6ième		16	Ordres de grandeur et valeurs approchées	1	2	3	4	5	6	
6ième	Fonctions & Gestions de données	17	Expressions à trous : niveau 1	1	2	3	4	5	6	

Tableau 32 : Liste des exercices capturés dans *Tdmaths*

La diversité des captures provient de l'organisation des séances qui impliquait la liberté de choix des exercices par les élèves. Notre travail de recherche est centré, en ce qui concerne l'apprentissage des mathématiques, sur la détermination de l'Espace du Travail Calculatoire spécifique à chaque LTF. Les captures vidéos du travail des élèves doivent permettre de confronter ce que chaque LTF a prévu en ce qui concerne le calcul élémentaire avec la réalisation réelle de certaines activités par les élèves. Nous avons cherché à avoir à notre disposition des captures de travail des élèves qui nous permettent de nous poser des questions que la seule expertise ne nous permet pas d'aborder. Les vidéos obtenues par la capture du travail des élèves sont un complément à l'analyse de l'ensemble des LTF réalisée dans le cadre de l'expertise.

b - Les captures des élèves

Ne possédant pas à l'époque de notre expérimentation de logiciel du type *The Observer* qui permette d'enregistrer directement l'écran de l'ordinateur et, dans le même temps, la vidéo de l'élève travaillant, nous avons dû enregistrer indépendamment les deux sources. Nous avons ensuite, grâce au logiciel de montage vidéo Video Edit Magic, version 4.3⁵⁵, synchronisé les vidéos des élèves travaillant avec le LTF. Nous avons rencontré de nombreuses difficultés avec la synchronisation des vidéos mais nous avons pu obtenir huit montages.

⁵⁵ www.deskshare.com

Chapitre	Exercice	N° des exercices	Durée de la capture
Smao			
Problèmes	Niveau supérieur	45 D	22 minutes
		46 L	
		47 E	
		48 J	
Périmètres et aires	Calculs de périmètres	97 D	36 minutes
		98 L	
		99 E	
Périmètres et aires	Conversions d'aires	101 D	9 minutes
Tdmaths			
Calcul mental 1	Addition de 4 termes	63	15 minutes
	Produits de 4 facteurs	64	
	Addition chronométrée	65	
	Produit chronométré	66	
Priorité		(niveau 5 ^{ème})	32 minutes
Calcul avec parenthèses			13 minutes
Les Maths, c'est facile, Génération 5			
Algèbre	Mise en équation d'une situation	16	24 minutes
	Calculs d'expressions algébriques II	17	
LiliMath			
Suites d'opérations	Le compte est bon		6 minutes

Tableau 33 : Détail des montages vidéos par LTF et par chapitre

Les montages vidéo obtenus ont tous le même format, sauf pour *LiliMath*. La vidéo des élèves, contenant aussi la bande audio, a été incrusté sur la capture vidéo de l'écran de travail de l'élève. Dans le cas de *LiliMath*, seule la bande audio permet d'avoir un retour sur le travail de l'élève.



Figure 38: Exemple de Montage vidéo avec Génération 5

III.4.3 - L'organisation de l'expertise

L'expertise a consisté à inscrire un expert, professeur de mathématiques, dans les quatre LTF en tant qu'apprenant et à lui faire réaliser l'ensemble des activités proposées au niveau sixième, dans le domaine numérique. Tout le travail de l'expert a été enregistré en capture vidéo d'écran en 10 images par seconde⁵⁶ pour trois des logiciels. En ce qui concerne *LiliMath*, sa structure informatique ne permet pas la capture vidéo en interne ; il a donc fallu enregistrer, en caméra vidéo externe, l'écran de l'ordinateur de l'expert. Ce qui nous a valu des difficultés supplémentaires pour la gestion des fichiers vidéos de grande taille et moins de souplesse pour avoir un fichier par chapitre comme avec *Smao* et *Les Maths, c'est facile*. Toute la capture de *Tdmaths* a été réalisée dans un seul fichier.

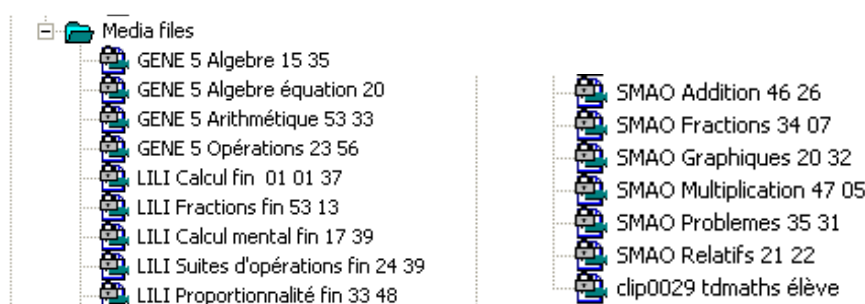


Figure 39 : Fichiers vidéos de l'expertise

Les logiciels *LiliMath* et *Smao* proposent un nombre déterminé et fixe d'activités à réaliser. Le temps de réalisation de l'expertise ne dépend donc que du logiciel et du temps de réalisation des exercices par l'expert. Par contre, les deux autres logiciels, *Tdmaths* et *Les Maths, c'est facile* laissent le nombre d'exercices à réaliser au choix de l'utilisateur. Nous avons décidé de réaliser une dizaine d'exercices par chapitre dans *Les Maths, c'est facile* pour être sûr de rencontrer à peu près toutes les activités qui sont proposées. Pour *Tdmaths*, chaque exercice ne propose qu'un seul type de tâches et nous avons décidé de réaliser le nombre minimum d'activités dans chaque exercice pour que le logiciel propose une évaluation. L'idée de l'expertise est de faire une exploration de tous les exercices que propose chaque LTF et c'est ce que nous avons réalisé.

LTF	Temps de la capture en h : min : s
<i>Tdmaths</i>	1:11:07
<i>Les Maths, c'est facile</i>	1:34:07
<i>LiliMath</i>	2:45:14
<i>Smao</i>	3:24:53

Tableau 34 : Temps de capture de l'expertise par LTF

⁵⁶ Le logiciel de capture vidéo utilisé est HyperCam, www.hyperionics.com/.

III.4.4 - Les protocoles d'analyse de l'expertise et de l'expérimentation

S'intéresser à une institution d'apprentissage et d'enseignement dédiée aux mathématiques implique deux types de questionnements comme nous l'avons vu dans la démarche de la TAD. Le premier concerne les objets de savoir à analyser et nous devons dans ce cas prendre en compte des organisations mathématiques et le deuxième concerne la façon dont ces objets de savoir sont proposés dans l'institution et ce sont dans ce second cas les organisations didactiques qui méritent notre attention. Un troisième aspect concerne l'organisation pédagogique des LTF indépendamment des objets de savoir ainsi que de la description de leur position dans l'institution.

a - Les organisations didactiques

i - Les moments de l'étude

Voici le tableau que nous avons construit à partir du tableau du chapitre III sur les moments de l'étude qui caractérisent une organisation didactique.

<i>Nom des moments</i>	<i>N° des moments</i>	<i>Description des moments</i>
Activités d'étude et de recherche	AER	Ce sont les moments qui correspondent : ✓ à la (première) rencontre avec T ; ✓ à l'exploration de T et de l'émergence de la technique τ ; ✓ à la construction du bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$.
Synthèses	M4	<i>Moment de l'institutionnalisation</i>
Exercices & problèmes	M5	<i>Moment du travail</i> de l'organisation mathématique (et en particulier <i>de la technique</i>)
Contrôles	M6	<i>Moment de l'évaluation</i>
Manipulation	Manip	Moments de manipulation du logiciel

Tableau 35 : Les moments de l'étude dans l'inspection des LTF

Nous avons regroupé les trois premiers types de moments car il est souvent difficile de les différencier a priori dans un LTF comme nous aurons l'occasion de le constater dans les prochains chapitres. Nous avons conservé le moment de l'institutionnalisation même s'il est, là encore, assez délicat de reconnaître ce type de moment dans les LTF. La plupart du temps passé avec un logiciel tuteur fermé est consacré à la réalisation des exercices proposés. Nous nous sommes aussi aperçu que le temps passé à manipuler le logiciel hors du temps de travail pouvait ne pas être négligeable et c'est pour cela que nous avons décidé d'ajouter ce moment de manipulation. Le temps passé a ainsi été codé en continu ou en évènement comme nous l'indique le tableau suivant.

Nom	Forme de codage du temps	Description
AER	State ou continu	M1 M2 ou M3
M4	State ou continu	Institutionnalisation
M5	State ou continu	Travail de la technique
M6	Event ou instant	Évaluation
Manip	State ou continu	Manipulation du logiciel

Tableau 36 : Le codage des moments de l'étude dans l'expertise

Il n'y a pas de moment spécifique de contrôle, comme en classe avec les interrogations surprises ou les devoirs surveillés. L'évaluation est omniprésente dans tous les LTF et ce sont donc les instants d'évaluation qui ont été codés sans prendre en compte la durée dans le temps de ces moments d'évaluation.

Ce codage de la réalisation des LTF par l'expert donne la visualisation suivante, obtenue avec le logiciel *The Observer* 5.0.

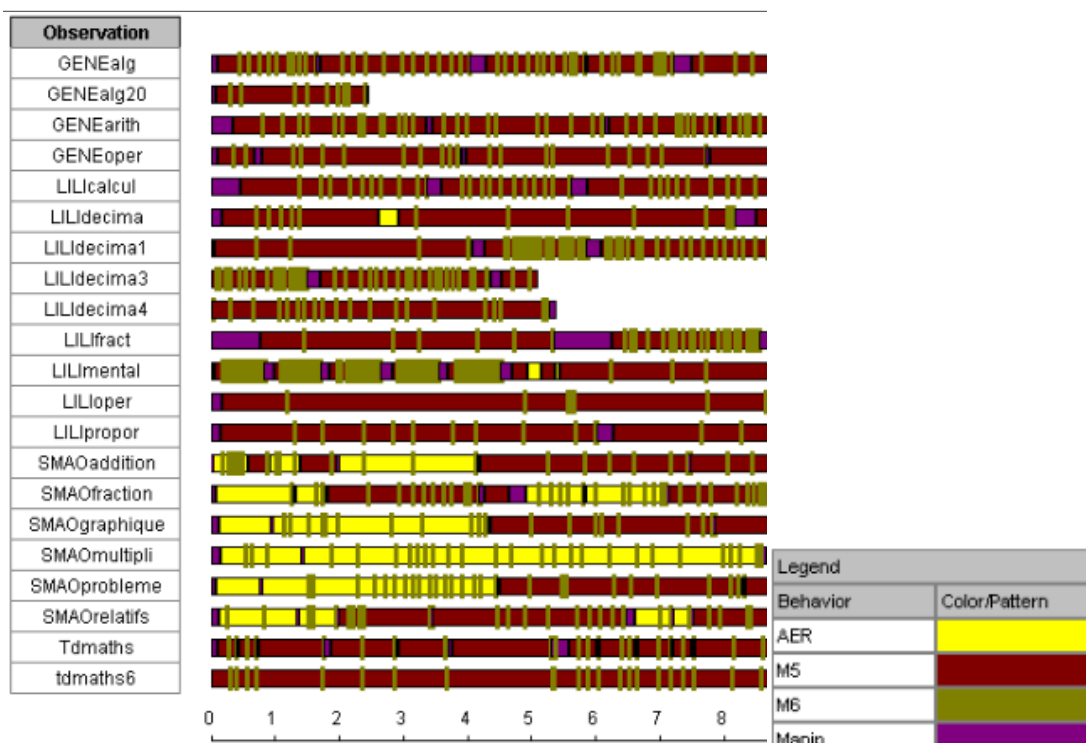


Figure 40 : Visualisation des moments de l'étude de l'expertise des LTF

Certains moments d'évaluation donnent l'impression de continuité, mais cela provient simplement de la très grande fréquence de ces moments dans certaines parties des LTF.

Les moments Exercices et problèmes, comme les moments d'AER, sont analysés à partir des organisations mathématiques décrites dans le paragraphe suivant. Cette analyse concerne les organisations mathématiques liées au calcul. Ce qui n'est pas le cas des moments de contrôles

qui peuvent être caractérisés indépendamment de l'organisation mathématique en cours comme nous allons le préciser maintenant.

ii - L'évaluation et les interactions LTF/apprenant

Une recherche sur l'évaluation en éducation physique et sportive nous rappelle la subjectivité de l'évaluateur :

Expérimentée auprès de plusieurs professeurs stagiaires de l'IUFM de Créteil, cette approche a permis de mettre en évidence des styles particuliers, illustrant comment ceux-ci apportent leur contribution stylistique au genre professionnel lorsqu'ils évaluent leurs élèves. (David, 2003, p. 39)

Des années d'enseignement nous ont aussi appris à prendre conscience de notre *style personnel* et de son influence sur toutes les procédures d'évaluation des élèves. Le seul aspect qui nous apparaît assez évident aujourd'hui est celui qui concerne l'influence de toutes les interactions professeur/élève sur l'évaluation de l'élève. De la même façon, nous considérons que tout moment où un LTF réagit au travail de l'élève est un moment d'évaluation. Un instant d'évaluation est un instant où le LTF donne une indication à l'usager sur la qualité de son travail. Ces moments correspondent en fait à toutes les interactions allant du LTF vers l'apprenant. Cette réaction du logiciel est la plupart du temps du type vrai/faux et peut être accompagnée d'un conseil ou d'une évaluation chiffrée, puis d'une note à l'exercice ou au chapitre. Nous avons donc décidé de coder les moments d'évaluation M6 avec les compléments suivants :

<i>Complément</i>	<i>Description</i>
vrai/faux	Le logiciel donne une indication explicite suite à la réponse de l'élève
note question	Une évaluation chiffrée qui porte sur la question est donnée par le LTF
note exo	Une évaluation chiffrée qui porte sur l'exercice est donnée par le LTF
note chapitre	Une évaluation chiffrée qui porte sur le chapitre est donnée par le LTF
compagnon	Un compagnon apparaît pendant le travail de l'élève

Tableau 37 : Les réactions du LTF au travail de l'élève

Nous aurons l'occasion dans l'analyse de l'expertise de faire la différence entre les LTF sur les formes de réponses que chaque logiciel propose. En dehors des quelques moments où un compagnon intervient pour donner une indication particulière, chaque LTF propose des formes de réponses assez caractéristiques qui ne nécessitent pas un comptage précis avec *The Observer* et qui sont décrites dans l'expertise. Par contre, la prise en compte de toutes les interactions entre le LTF et l'apprenant nécessite un comptage précis qui n'aurait pas été possible à réaliser sans un outil informatique. Nous verrons dans l'analyse de l'expertise

comment toutes ces interactions et, donc, le rythme des vrais/faux, nous permettent de définir certaines des spécificités des LTF. Celle concernant le temps de travail de l'élève entre deux instants vrai/faux consécutifs est définie comme l'unité de travail, notée UT. C'est une caractéristique qui nous permet de mettre en regard le travail de l'expert et le travail d'un élève dans un exercice. Elle nous permet aussi de comparer les LTF, ou les chapitres des LTF, selon le rythme des Unités de Travail.

Le deuxième complément qui est proposé au moment d'évaluation M6 est celui qui permet de décrire la forme que le LTF propose à l'élève pour exprimer sa réponse à la tâche qui lui a été proposée. Cette caractéristique est aussi utilisée pour décrire le type de tâches qui est à la charge de l'apprenant.

<i>Name</i>	<i>Description</i>	<i>Type de réponse</i>
QCM	questionnaire à choix multiple	réponse fermée
RCM	représentation à choix multiple	réponse fermée
Case	case à remplir par l'élève	réponse ouverte
Manipulation	manipulation d'objet	réponse semi-ouverte

Tableau 38 : Les formes de réponses dans les LTF

Ce dernier complément nous permet d'avoir une vue réelle à propos des différences assez importantes entre un LTF et un QCM informatisé.

La construction de protocoles d'analyse des LTF à partir des moments de l'étude nous permet une inspection de nos logiciels à partir surtout de deux aspects principaux : le temps de l'étude et l'évaluation du travail de l'élève. Nous rappelons que notre démarche est centrée, entre autres, sur la recherche de spécificités du fonctionnement des LTF. L'expertise et l'expérimentation nous permettent de découvrir certaines de ces particularités et de les analyser. Nous venons de présenter notre démarche à partir des moments de l'étude ; voici celle que nous avons adoptée en relation avec l'apprentissage des mathématiques, spécifiquement.

b - Les organisations mathématiques dans l'expertise

Les objets de savoir auxquels nous avons décidé de nous intéresser concernent l'apprentissage du calcul élémentaire, qu'il soit arithmétique, numérique ou algébrique (voir chapitre III), au début du secondaire, c'est-à-dire en classe de sixième. Deux domaines nous semblent incontournables pour les apprentissages numérique en début de secondaire : le langage algébrique et la résolution de problèmes, comme nous l'avons déjà précisé au chapitre III. Les

élèves qui quittent l'enseignement primaire vont devoir, pendant leurs années de collège, rompre avec les méthodes avant tout arithmétiques qu'ils utilisent depuis le début de leur scolarité. Ils n'ont pas encore accès aux démarches algébriques en classe de sixième mais le langage qu'ils utilisent en classe de mathématiques commence à s'enrichir. Nous savons (voir chapitre III) que cet aspect du langage est incontournable pour un apprentissage correct de l'algèbre. Un deuxième domaine incontournable dès que nous parlons apprentissage du calcul numérique ou algébrique est la résolution de problèmes. Les élèves connaissent son importance et assimilent même quelquefois les mathématiques à la résolution de problèmes. Là encore, nous avons choisi ce domaine pour mesurer les différences entre les LTF selon qu'ils adoptent une démarche très arithmétique ou plus numérique ou algébrique.

Nous avons décidé de répertorier, dans chaque LTF, les organisations mathématiques dont les types de tâches qui sont liées à l'apprentissage du langage et celles, qui sont liées à la résolution de problèmes.

Une vision plus complète de chaque LTF est aussi nécessaire et il nous a paru nécessaire de répertorier les types de tâches qui sont à mettre en relation avec les compétences des programmes de la classe de sixième du ministère français de l'éducation nationale.

i - Les compétences dans le programme de sixième

Nous allons maintenant lire en détail les *Contenus* et *Compétences* dans chacune de ces deux parties du programme de sixième sur lesquelles portent notre travail. Pour cela, nous définissons *la compétence* comme la capacité d'un élève à mobiliser une technique en vue de traiter un ensemble de tâches, et, *le contenu* comme l'ensemble technologico-théorique nécessaire pour justifier l'utilisation de la technique pour traiter cet ensemble de tâches. Le détail des programmes de la classe de sixième va nous permettre de définir les types de tâches présents dans ces programmes ; nous y avons ajouté des types de tâches que nous avons répertorié dans les LTF et qui n'étaient pas explicitement présents dans les textes officiels. Les trois tableaux qui suivent correspondent aux trois grandes parties du thème calcul numérique du programme de sixième :

- Organisation et gestion de données, fonctions : partie **Gestion** ;
- Nombres entiers et décimaux : partie **Nombres** ;
- Division, quotient : Partie **Division**.

Contenus		Compétences	N°
Organisation et gestion de données, fonctions	Proportionnalité	Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés, en particulier :	T ₁
		Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas.	T ₂
		Appliquer un taux de pourcentage.	T ₃
		Appliquer une échelle	T ₃₁
	Organisation et représentation de données	Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté :	T ₄
		Lire et interpréter à partir d'un tableau	T ₄₁
		Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients (placement exact ou approché).	T ₅
		Lire et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi circulaires, graphiques cartésiens).	T ₆
	Grandeurs et mesures	Connaître et utiliser un premier répertoire de formule (mettant implicitement des fonctions) ; initiation aux écritures littérales avec les formules de périmètres et d'aires.	T ₃₀
Résolution de problèmes		Types de tâches propres à la résolution de problèmes	T _{pb}

Tableau 39 : Compétences et contenus : *Organisation et gestion de données, fonctions.*

Contenus			Compétences	N°
Nombres et calculs	Nombres entiers et décimaux	Désignations	Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.	T₇
			Écriture d'un nombre.	T₇₁
			Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.	T₈
			Nombres relatifs	T₈₁
		Ordre	Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres.	T₉
			Comparer des fractions.	T₉₁
			Comparer des relatifs.	T₉₂
			Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres.	T₁₀
			Placer un nombre sur une demi-droite (ou une droite) graduée.	T₁₁
			Placer un couple de nombres dans un repère	T₁₁₁
			Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.	T₁₂
			Lire les coordonnées d'un point dans un repère du plan	T₁₂₁
		Valeur approchée décimale	Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.	T₁₃
		Opérations : addition,	Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent.	T₁₄

		soustraction et multiplication	Multiplier un nombre par 10, 100, 1000 et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.	T₁₅
			Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.	T₁₆
			Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée, y compris la division.	T₁₆₁
			Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.	T₁₇
			Calculer avec ou dans une équation	T₁₇₁
			Calculer une expression numérique complexe	T₁₇₂
			Calculer avec des nombres relatifs	T₁₇₃
			Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, terme, facteur.	T₁₈
		Ordre de grandeur	Établir un ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit.	T₁₉
			Établir un ordre de grandeur d'une division.	T₁₉₁

Tableau 40 : Compétences et contenus : *Nombres et calculs, Nombres entiers et décimaux*

Contenus			Compétences	N°
Nombres et calculs	Division, quotient	Division euclidienne	Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus.	T₂₀
			Calculer le quotient et le reste d'une division d'un entier par un entier dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).	T₂₁
			Connaître et utiliser le vocabulaire associé (dividende, diviseur, quotient, reste).	T₂₂
			Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 3 et 9.	T₂₃
		Écriture fractionnaire	Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a.	T₂₄
			Lire et écrire une fraction	T₂₄₁
			Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples.	T₂₅
			Fraction d'une figure	T₂₅₁
			Multiplier un nombre entier ou décimal par un quotient de deux entiers sans effectuer la division.	T₂₆
			Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.	T₂₇
		Division décimale	Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).	T₂₈
			Calculer des sommes, des soustractions et des produits de fractions	T₂₈₁
			Diviser par 10, 100, 1000.	T₂₉
			Diviser par 0,1, 0,01, 0,001.	T₂₉₁

Tableau 41 : Compétences et contenus : *Nombres et calculs, Division, quotient.*

Tous ces types de tâches sont présentés dans le tableau suivant, n°42. Les types de tâches de T_1 à T_{30} sont ceux qui sont explicitement présents dans les programmes et les autres sont ceux qui ont du être ajoutés pour pouvoir décrire tous les types de tâches présents dans les LTF.

Nous avons ajouté une colonne qui indique une catégorie : a ou b, pour préciser si ce type de tâches consiste à « consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire », (catégorie a), ou « prépare à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) », (catégorie b). Cette catégorisation n'est qu'une première approche car, dans de nombreux cas, tout dépend de la technique qui est mise en place pour répondre à une tâche particulière. Par exemple, le type de tâches « établir un ordre de grandeur d'une division » peut être classé dans la première catégorie si c'est la division euclidienne qui est mobilisée, mais ce type de tâches peut aussi être classé dans la deuxième catégorie si c'est par les fractions que le résultat est obtenu. Il en est de même pour le type de tâches « lire et écrire une fraction ». Si nous sommes en présence d'une activité qui est centrée sur l'écriture sous forme de fraction de la moitié ou du quart, nous pouvons classer ce type de tâches dans la première catégorie ; si, par contre, c'est la généralisation des nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fraction, la deuxième catégorie est alors nécessaire car la construction des ensembles de nombres comme les rationnels fait entièrement partie « des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques » de l'enseignement secondaire. Cette catégorisation va être utilisée pour déterminer l'Espace du Travail Calculatoire que le travail avec un LTF permet de construire par un élève.

	N°	Types de tâches	Cat.
Gestion	T_1	Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés.	a, b
	T_2	Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas.	a, b
	T_3	Appliquer un taux de pourcentage.	a
	T_{31}	Appliquer une échelle	a
	T_4	Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté.	a, b
	T_{41}	Lire et interpréter à partir d'un tableau	a
	T_5	Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients (placement exact ou approché).	a, b
	T_6	Lire et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi circulaires, graphiques cartésiens).	a, b
Nom bres	T_7	Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.	a

	T₇₁	Écriture d'un nombre.	a
	T₈	Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.	a
	T₈₁	Nombres relatifs	b
	T₉	Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres.	a
	T₉₁	Comparer des fractions.	b
	T₉₂	Comparer des relatifs.	b
	T₁₀	Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres.	a, b
	T₁₁	Placer un nombre sur une demi-droite (<i>ou une droite</i>) graduée.	a, b
	T₁₁₁	Placer un couple de nombres dans un repère	b
	T₁₂	Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.	a, b
	T₁₂₁	Lire les coordonnées d'un point dans un repère du plan	b
	T₁₃	Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.	a
	T₁₄	Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent.	a
	T₁₅	Multiplier un nombre par 10, 100, 1000 et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.	a
	T₁₆	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.	a
	T₁₆₁	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée, y compris la division.	a
	T₁₇	Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.	a
	T₁₇₁	Calculer avec ou dans une équation	b
	T₁₇₂	Calculer une expression numérique complexe	b
	T₁₇₃	Calculer avec des nombres relatifs	b
Division	T₁₈	Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, terme, facteur.	a
	T₁₉	Établir un ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit.	a
	T₁₉₁	Établir un ordre de grandeur d'une division.	a, b
	T₂₀	Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus.	a, b
	T₂₁	Calculer le quotient et le reste d'une division d'un entier par un entier dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).	a
	T₂₂	Connaître et utiliser le vocabulaire associé (dividende, diviseur, quotient, reste).	a
	T₂₃	Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 3 et 9.	a
	T₂₄	Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a.	b
	T₂₄₁	Lire et écrire une fraction	a, b
	T₂₅	Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples.	a
	T₂₅₁	Fraction d'une figure	a, b
	T₂₆	Multiplier un nombre entier ou décimal par un quotient de deux entiers sans effectuer la division.	a
	T₂₇	Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.	b
	T₂₈	Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).	a
	T₂₈₁	Calculer des sommes, des soustractions et des produits de fractions	a, b
	T₂₉	Diviser par 10, 100, 1000	a
	T₂₉₁	Diviser par 0,1, 0,01, 0,001	b
	T₃₀	Connaître et utiliser un premier répertoire de formule (mettant implicitement des fonctions) ; initiation aux écritures littérales avec les formules de périmètres et d'aires.	a, b
	T_{pb}	Types de tâches propres à la résolution de problèmes	a, b

Tableau 42 : Numérotation des types de tâches.

ii - La résolution de problèmes

Approcher l'algèbre par la résolution de problèmes nécessite une démarche qui marque la rupture avec l'arithmétique et qui fait clairement apparaître les trois étapes que sont la traduction symbolique ou numérique du problème, la résolution du problème traduit symboliquement ou numériquement puis l'interprétation de la solution symbolique ou numérique qui permet d'exprimer la solution du problème. Nous sommes dans une démarche de calcul numérique ou de calcul algébrique. De nombreux problèmes dans les LTF de notre étude sont aussi de type calcul arithmétique et, dans ce cas, aucune formalisation n'est présente. Dans ce cas, les trois étapes, Traduction, Résolution, Solution, n'apparaissent pas distinctement et aucune rupture avec la démarche arithmétique n'est proposée à l'élève. L'ETC que le LTF lui propose de construire est alors plus du type Calcul Arithmétique. Le protocole d'analyse, dont voici un résumé dans le tableau suivant, que nous avons construit avec *The Observer*, nous permet de mesurer la place de la démarche de résolution de problèmes dans les LTF.

<i>Types de tâches</i>		<i>Compléments</i>			
La résolution de problèmes	Traduction : traduire le problème symboliquement ou numériquement	Utile		Type de problème	
		toutes	toutes les données sont utiles		
		partie	une partie des données est utile		
	Résolution : résoudre le problème symboliquement ou numériquement	Calculs		Vie	problèmes issus de la vie courante
		suite	suite de calculs	Maths	problèmes issus des mathématiques
		parenthèses	calcul avec parenthèses		
	Solution : interpréter la solution symbolique ou numérique du problème et exprimer la solution du problème	Outils de calcul		Autres	problèmes issus des autres disciplines
		Calculatrice	la calculatrice est accessible		
		Brouillon	un brouillon est proposé dans le logiciel		
		Papier	Le papier/crayon est nécessaire		

Tableau 43 : La résolution de problèmes

Nous avons proposé plusieurs compléments pour décrire avec un peu plus de précision les types de tâches liées à la résolution de problèmes.

Le premier, commun aux trois types, est celui qui permet de décrire le type de problème, autrement dit, si le problème est issu de la vie courante, des mathématiques ou d'une autre discipline. Les programmes de sixième demandent que ne soit négligé aucun type de problèmes et cette particularité nous aidera à prévoir la légitimation éventuelle des LTF par l'institution noosphérienne qui rédige les programmes : l'inspection générale de l'éducation nationale et le ministère.

Le deuxième type de complément est distinct pour chaque type de tâches. Dans le cas de la traduction d'un problème, nous avons voulu classer les types de tâches où toutes les données sont utilisées et les autres où seule, une partie des données est utilisée pour traduire le problème. Cette caractéristique peut nous aider à décrire certaines spécificités des LTF. Dans le cas de la résolution du problème, nous avons voulu faire la différence entre les résolutions qui sont proposées étape par étape, codées « suite », et celles qui proposent une résolution en ligne, codées « parenthèses ». Nous avons là une entrée possible dans la description des types de tâches de type encore assez arithmétiques ou déjà plus liées au calcul numérique ou au calcul algébrique. L'analyse au cas par cas dans les chapitres suivants nous montrera que des analyses différentes sont envisageables mais cette catégorisation nous permet une première classification, nécessaire pour que cette analyse prenne forme. Le dernier complément qui concerne l'expression de la solution du problème concerne les outils que les LTF proposent à l'élève pour donner sa solution : la calculatrice ou un brouillon sont proposés dans le logiciel ; ou encore, le papier et le crayon sont nécessaires pour que l'élève puisse trouver, puis exprimer la solution au problème. Ce dernier complément nous permet de différencier les LTF selon les outils que chacun propose à l'élève pour effectuer son travail. Nous touchons dans ce cas à la nature du LTF ou aux outils de son Espace du Travail Calculatoire.

Tous ces compléments sont des indicateurs pour décrire avec encore plus de précision les LTF de notre étude mais, en ce qui concerne la résolution de problèmes, c'est avant tout la différenciation selon les trois types de tâches que sont la Traduction, la Résolution et la Solution qui est utilisée.

iii - Le langage algébrique

La catégorisation des types de tâches est celle qui doit permettre de reconnaître si le type de tâches proposé est lié au langage naturel, au langage symbolique ou numérique ou au langage sous forme de représentations et schémas, ces trois formes faisant partie de l'approche de l'algèbre par le langage.

Dans le cas des types de tâches liées au langage naturel, deux compléments sont proposés. Le premier concerne la différence entre les types de tâches centrés sur la lecture ou ceux centrés sur l'écriture. Ce premier complément doit permettre de décrire l'équilibre dans le LTF en ce qui concerne ces deux apprentissages. Le deuxième concerne la complexité du texte qui est proposé en vue de l'apprentissage du langage naturel. Une trop grande simplicité de nombreux textes ne facilite pas la justification d'un apprentissage du langage algébrique par le langage naturel. La simplicité ne nécessite pas de démarche explicite d'apprentissage.

Types de tâches		Compléments													
Le langage algébrique	Naturel : Usage du langage naturel	Lire <table><tr><td>lecture</td><td>texte à lire</td></tr><tr><td>écriture</td><td>texte à écrire</td></tr></table>		lecture	texte à lire	écriture	texte à écrire	Texte <table><tr><td>simple</td><td>la structure du texte est simple</td></tr><tr><td>complexe</td><td>la structure du texte est complexe</td></tr></table>		simple	la structure du texte est simple	complexe	la structure du texte est complexe		
	lecture	texte à lire													
	écriture	texte à écrire													
	simple	la structure du texte est simple													
	complexe	la structure du texte est complexe													
	Symbolique : Usage du langage symbolique ou numérique	Égal <table><tr><td>équivalence</td><td>= comme symbole d'équivalence</td></tr><tr><td>Processus</td><td>= comme processus calculatoire</td></tr><tr><td>Fonction</td><td>= dans une démarche fonctionnelle</td></tr></table>		équivalence	= comme symbole d'équivalence	Processus	= comme processus calculatoire	Fonction	= dans une démarche fonctionnelle	Lecture <table><tr><td>GD</td><td>lecture de gauche à droite</td></tr><tr><td>objet</td><td>lecture de l'objet de façon plus globale</td></tr></table>		GD	lecture de gauche à droite	objet	lecture de l'objet de façon plus globale
	équivalence	= comme symbole d'équivalence													
	Processus	= comme processus calculatoire													
	Fonction	= dans une démarche fonctionnelle													
	GD	lecture de gauche à droite													
objet	lecture de l'objet de façon plus globale														
Représentation : Usage de représentations composées	Présentation <table><tr><td>Tableau</td><td>tableau</td></tr><tr><td>Schéma ou représentation graphique</td><td>schéma</td></tr><tr><td>Dessin</td><td>dessin ou figure</td></tr><tr><td>Autre</td><td>autre</td></tr></table>		Tableau	tableau	Schéma ou représentation graphique	schéma	Dessin	dessin ou figure	Autre	autre					
Tableau	tableau														
Schéma ou représentation graphique	schéma														
Dessin	dessin ou figure														
Autre	autre														

Tableau 44 : Le langage algébrique

En ce qui concerne les types de tâches dont l'apprentissage du langage symbolique ou numérique est le but, deux compléments sont disponibles. L'importance du symbole « = » dans cet apprentissage vers l'algèbre n'est plus à prouver tant les travaux à son propos sont nombreux (voir chapitre III). Trois choix sont possibles : « = » comme symbole d'équivalence, « = » comme processus calculatoire, « = » dans sa forme fonctionnelle. Cette forme fonctionnelle correspond à l'utilisation du symbole « = » comme symbole d'affection

(DESCO, 2008, p. 2). Le deuxième complément, que nous retrouvons aussi dans le troisième type de tâches sur les représentations, concerne la lecture par bloc ou de gauche à droite. La maîtrise du langage algébrique ou numérique nécessite de se libérer, en partie, de la lecture exclusive de gauche à droite qui est une caractéristique de la démarche arithmétique. Repérer les types de tâches qui aident à cet apprentissage permet de repérer celles qui font partie de l'apprentissage du calcul numérique et du calcul algébrique par rapport à cet aspect du langage algébrique ou numérique.

Le dernier complément concerne l'apprentissage des représentations composées. A la différence des deux autres composantes du langage algébrique, celle-ci ne peut pas être considérée comme un langage et la formalisation de son apprentissage est donc difficile, voire impossible. Nous nous sommes contenté de répertorier les types de tâches ou l'usage de représentations composées peut permettre d'entrer dans l'apprentissage de cette composante du langage algébrique.

L'inspection des LTF, que nous allons présenter dans les chapitres suivants, va être l'occasion de montrer comment ces protocoles d'analyses nous permettent de décrire les spécificités de nos tutoriels en ce qui concerne l'apprentissage des mathématiques et celui du calcul élémentaire plus particulièrement. Il nous reste cependant encore deux démarches méthodologiques à présenter qui concernent la structure pédagogique des LTF et les entretiens que nous avons conduit avec les élèves à la suite de l'expérimentation.

III.5 - La structure pédagogique

Cette partie de l'étude est pour nous l'occasion de décrire la gestion pédagogique des élèves, par le professeur, par l'administrateur ou par les élèves eux-mêmes, que propose chaque LTF. Nous avons déjà travaillé cette partie pour trois des LTF de notre étude dans le cadre de notre DEA et nous reprenons en partie ce travail en le complétant par l'étude du quatrième LTF. Nous n'avons pas besoin d'utiliser de capture vidéo pour cela et une analyse des modes d'emploi des LTF est souvent assez efficace pour découvrir les potentialités de ces logiciels en ce qui concerne la gestion des élèves, de leurs notes ainsi que de l'organisation éventuelle de leur travail. L'analogie de ces structures pédagogiques avec celles des institutions d'apprentissage classiques peut permettre d'apporter de nouveaux renseignements en ce qui concerne la légitimation et la spécificité des LTF.

III.6 - Les propos des élèves

Rappelons que notre démarche est centrée sur la détermination des caractéristiques de quatre Logiciels Tuteurs Fermés pour comprendre comment ce type de logiciel dédié à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques peut être utilisé en tant qu'institution. Parmi ces caractéristiques, celle qui concerne spécifiquement les mathématiques est la description de l'Espace du Travail Calculatoire idoine de chaque LTF. L'expertise complète nous permet d'aborder quantitativement ce que propose chaque tutoriel et le travail effectif des élèves nous fait entrer dans l'aspect qualitatif de la vérité en raison de chacun des quatre LTF. Une autre de ces quatre caractéristiques qui concerne particulièrement les élèves, sujets potentiels d'une institution dédiée à l'enseignement et l'apprentissage, est la légitimité. Pour mieux décrire cette notion et présenter la façon dont les élèves décrivent leurs usages des LTF, nous avons organisé des entretiens et un petit questionnaire en fin d'expérimentation.

Commençons par relier la légitimité au concept d'acceptabilité, introduit par Tricot, et déjà explicité dans le chapitre précédent. Tricot considère que l'acceptabilité est une des conditions nécessaire pour le bon usage d'un EIAH. En posant la question suivante, Tricot semble partir du présupposé qu'un EIAH est intégré à une institution :

est-ce que le dispositif est compatible avec les pratiques, les ressources, les contraintes, les objectifs des apprenants et de l'institution de formation ?
(Tricot, 2004, p. 3)

La question de l'acceptabilité est celle de la « compatibilité » de l'EIAH avec, entre autres, « l'institution de formation ». Tricot semble considérer que les sujets d'une institution vont accepter d'apprendre avec un EIAH s'ils considèrent que ce dispositif est suffisamment compatible avec leurs pratiques, leurs ressources, leurs objectifs. L'acceptabilité d'un EIAH concerne l'intégration d'un dispositif d'apprentissage et d'enseignement dans une institution. Notre questionnement, et la condition de la légitimité, porte, quant à lui, sur l'EIAH en tant qu'institution et non sur sa compatibilité avec une autre institution. Pour décrire la légitimité éventuelle d'un LTF, la détermination de l'autorité légitimante qui peut venir « d'une personne, d'une institution ou bien se fonder sur un consensus ou sur un principe fondateur » (voir chapitre III.2), est une nécessité. Mais cette autorité légitimante est un concept qui dépend de l'individu. Pour qu'un individu décide de se mettre dans une situation d'apprentissage, il faut qu'il décide de son assujettissement à une institution et, pour cela, il doit voir ce dispositif comme une institution. Le passage par la légitimation est une nécessité

et est une démarche individuelle. Chaque individu décide, ou devrait pouvoir décider, de la multiplicité de ses assujettissements institutionnels pour devenir une personne qui gère ses rapports aux savoirs. La complexité de ces phénomènes de légitimation ne nous permet pas de les aborder de façon analytique et nous entraîne vers la prise en compte de la démarche individuelle de légitimation. Comme le dit Jean-Claude Kaufmann, qui a inspiré la conception des entretiens avec les élèves :

Le terrain n'est plus une instance de vérification d'une problématique préétablie mais le point de départ de cette problématisation. (Kaufmann, 2003, p. 20)

III.6.1 - Le questionnaire

Pour commencer à cerner la vision des élèves de leurs utilisations de l'informatique, nous leur avons posé quelques questions ouvertes :

- Aujourd'hui, comment utilisez-vous l'informatique ? A la maison ? A l'école ? En mathématiques ?
- Demain, comment utiliserez-vous l'informatique ? A la maison ? A l'école ? En mathématiques ?

Quelques réponses d'élèves ont été utilisées pour renforcer leurs propos dans les entretiens et l'analyse de la légitimité. Ils sont disponibles en annexe.

III.6.2 - La construction des entretiens et leurs objectifs

a - L'entretien compréhensif

Commençons par décrire, à partir des propos de Kaufmann, l'entretien compréhensif qui doit permettre de découvrir dans les propos des élèves des informations pour mieux aborder la notion de légitimité d'un LTF en tant qu'institution.

S'inspirant de l'anthropologie, la démarche consiste à considérer les interviewés comme des informateurs et à découvrir leurs catégories de pensée, tant pour conduire les entretiens de façon efficace que pour produire des hypothèses. La compréhension intime de la manière dont la personne pense et agit est ainsi utilisée pour mettre en évidence des processus sociaux et développer l'explication sociologique. (Kaufmann, 2003, 4^{ème} de couverture)

La conduite des entretiens doit respecter plus une démarche que des techniques précises :

Pour atteindre l'information, l'enquêteur doit s'approcher du style de la conversation sans se laisser aller à une vraie conversation : l'entretien est un

travail, réclamant un effort de tous les instants./.../ L'informateur doit sentir que ce qu'il dit est parole en or pour l'enquêteur, que ce dernier le suit avec sincérité, n'hésitant pas à abandonner sa grille pour lui faire commenter l'information majeure qu'il vient de livrer trop brièvement. L'informateur est surpris de se sentir écouté en profondeur et il se sent glisser, non sans plaisir, vers un rôle central : il n'est pas interrogé sur son opinion mais parce qu'il possède un savoir précieux que l'enquêteur n'a pas, tout maître du jeu qu'il soit. Ainsi l'échange parvient à trouver son équilibre entre deux rôles forts et contrastés. Et l'informateur comprend que s'il plonge plus profondément en lui-même, parvenant à exprimer davantage de savoir, il renforce encore son pouvoir dans l'interaction. (Ibid., p.48)

Celui qui parle ne se limite pas à livrer des informations : en s'engageant, il entre dans un travail sur lui-même, pour construire son unité identitaire, en direct, face à l'enquêteur, à un niveau de difficulté et de précision qui dépasse de loin ce qu'il fait ordinairement. (Ibid., p.60)

L'interprétation des entretiens, qui intervient à la fin de notre travail, est aussi l'occasion d'envisager des directions pour des recherches à venir sur des EIAH du type LTF.

Si le chercheur se limite à la raison donnée par l'informateur, il s'interdit de pouvoir mener un travail théorique. Il lui faut au contraire prendre les risques de l'interprétation./.../ Le statut de l'interprétation est paradoxal. Elle est en effet fondée sur la subjectivité du chercheur. Or c'est d'elle que dépend l'objectivation, la construction d'un objet sociologique révélant les limites de la connaissance spontanée. Ce paradoxe ne doit toutefois pas être poussé à l'extrême et conduire à penser qu'en étant très imaginatif un chercheur sera obligatoirement très scientifique. Car l'interprétation repose rarement sur la seule intime conviction et la pure imagination : elle est argumentée, reliée à une grille d'analyse. (Ibid., p.92)

Les phrases socialement les plus importantes sont les plus banales et les plus passe-partout. /.../ Les expressions récurrentes ont toujours un intérêt dans le cadre d'un travail descriptif : elles indiquent un marquage social, même s'il se limite au niveau de l'opinion. (Ibid., p. 96 et 97)

Chacun porte en lui des dynamiques de personnalité différentes, une infinité de schémas peu cohérents entre eux. L'impression d'unité donnée par l'informateur dans son récit ne doit donc pas tromper le chercheur. /.../ Pour le chercheur, l'instrument privilégié pour ne pas se laisser prendre à la trop belle histoire qu'il entend, est le repérage de contradictions dans le discours. Elles lui indiquent l'existence de logiques différentes qui, une fois mises en évidence, lui donneront une marge de manœuvre considérable, une clé d'interprétation : il pourra, grâce à elles, déconstruire le récit et donner un sens précis à ses diverses composantes. (Ibid., p.98)

b - La trame des entretiens

Ces entretiens ont été construits autour de quelques thèmes assez explicites, même si, comme le dit Kaufmann,

le ton à trouver est beaucoup plus proche de celui de la conversation entre deux individus égaux que du questionnement administré de haut. (Ibid., p. 47)

Les thèmes qui forment la base des entretiens peuvent s'exprimer de la façon suivante :

- Mathématiques : les élèves considèrent-ils qu'ils ont fait des mathématiques avec les LTF qui ont été mis à leur disposition ? Peuvent-ils en donner des exemples, positifs ou négatifs ?
- Informatique : les élèves ont-ils l'habitude d'apprendre avec l'informatique ?
- Évaluation : quelle est l'importance des notes dans ces LTF ?
- Organisation : Comment décrire l'ambiance de travail avec ces logiciels ? Travail en groupe, liberté de choix ...

III.6.3 - Le déroulement des entretiens

Les deux dernières demi-journées de l'expérimentation, à la fin du mois de juin 2004, ont été consacrées aux entretiens avec les élèves. Nous avons enregistré neuf entretiens réalisés avec vingt-deux élèves sur les trente-deux qui ont participé à l'expérimentation. La participation aux entretiens était facultative pour que les élèves pour avoir accès aux élèves motivés de donner leur opinion. Chaque groupe de deux ou trois élèves a eu, à peu près, dix à quinze minutes à sa disposition pour donner son avis sur les six mois de rencontre avec les logiciels. La durée des entretiens est justifiée par l'aspect conversation d'un entretien compréhensif et par l'âge des élèves. Après une dizaine de minutes, en moyenne, ceux-ci commençaient à montrer une certaine lassitude, ce qui impliquait la fin de l'entretien. La transcription des entretiens est disponible en annexe et voici, dans le tableau suivant, la répartition par LTF et par élève.

	<i>Élèves</i>	<i>Machine</i>	<i>Classe</i>	<i>Groupe</i>	<i>N° Entretien</i>	<i>Temps en minutes</i>
1.	Gé1	1	5	<i>Les Maths, c'est facile</i>	1	14,3
2.	Gé4	4				
3.	Gé5b	5				
4.	Sm10a	10	5	<i>Smao6</i>	2	6,5

5.	Sm10b	10				
6.	Li1	1	4	<i>LiliMath</i>	3	14,2
7.	Li2	2				
8.	Sm11	11	5	<i>Smao6</i>	4	7,3
9.	Sm9a	9				
10.	Sm9b	9				
11.	Li4	4	4	<i>LiliMath</i>	5	9,3
12.	Li6b	6				
13.	Gé2	2	5	<i>Les Maths, c'est facile</i>	6	17,3
14.	Gé3	3				
15.	Gé6	6				
16.	Li3	3	4	<i>LiliMath</i>	7	9,3
17.	Li6a	6				
18.	Td11	11	4	<i>Tdmaths</i>	8	17
19.	Td12	12				
20.	TTd13	13				
21.	Td8	8	4	<i>Tdmaths</i>	9	13
22.	Td9	9				

Tableau 45 : Détails des entretiens des élèves

Les élèves n'ont pas été contraints de se déplacer pour participer aux entretiens pour faire en sorte que la parole présente dans ces entretiens soit la moins guidée possible pour rester dans le cadre théorique des entretiens compréhensifs. Nous avons, malgré tout, essayé d'avoir une répartition relativement équitable entre les LTF. C'est effectivement le cas pour trois des LTF, *Les Maths, c'est facile*, *LiliMath* et *Tdmaths* mais le temps de parole des élèves ayant utilisé *Smao* est beaucoup moins important, les élèves ayant utilisé ce LTF avaient, semble-t-il, moins de remarques à faire.

<i>LTF</i>	<i>Temps total</i>	<i>Nombre d'élèves</i>	<i>Temps par élève</i>
<i>Les Maths, c'est facile</i>	31,58	6	5,3
<i>LiliMath</i>	32,83	6	5,5
<i>Smao</i>	13,83	5	2,8
<i>Tdmaths</i>	30	5	6,0

Tableau 46 : Durée des entretiens par LTF en minutes

III.6.4 - L'usage des entretiens dans l'inspection des LTF

L'analyse des entretiens passe par deux étapes. La première provient d'une analyse, à partir du logiciel *The Observer* de la présence des caractéristiques d'une institution dans les propos des élèves. Voici, dans le tableau qui suit, les thèmes du protocole d'analyse avec le logiciel d'analyse du comportement.

<i>Compléments</i>	<i>Sens du complément</i>
Institution	
prof	le professeur de la classe
classe	l'institution classe
mathématiques	l'institution faire des maths
école	l'institution scolaire
parents	l'institution famille
autre	autre institution
non légitimé	remise en cause de la légitimité
nature du LTF	
non ordi	l'utilisation de l'ordinateur n'apporte rien
ordinateur	l'utilisation de l'ordinateur est importante et positive
évaluation	l'évaluation est importante
non évaluation	l'évaluation est négative ou pas fiable
apprentissage	la forme de l'apprentissage est positive
non apprentissage	la forme de l'apprentissage est négative
raison d'être du LTF	
maths	faire des maths
non maths	on ne fait pas assez de maths
réfléchir	ça fait réfléchir
non réflexion	absence de réflexion
hasard	je réponds au hasard

Tableau 47 : Protocole d'analyse des entretiens des élèves

Nous nous sommes concentré sur les références auxquelles les élèves se rattachent pour légitimer l'usage d'un LTF dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques. Nous avons divisé cette première analyse, quantitative, en trois domaines :

- repérer l'institution qui est mise en avant par l'élève dans son propos ;
- repérer si la nature de l'apprentissage est soulevée par l'élève dans son propos ;
- repérer si l'apprentissage des mathématiques, la raison d'être du LTF, est soulevé par l'élève dans son propos.

La deuxième étape se place dans une démarche qualitative et nous permet d'illustrer quelques aspects particuliers des LTF en tant qu'institution d'enseignement et d'apprentissage à partir des idées particulières que les élèves, ou groupes d'élèves, ont exprimé lors des entretiens.

Les entretiens sont l'occasion de déceler comment la légitimité que confèrent les élèves aux LTF qu'ils ont utilisés pendant l'expérimentation peut s'exprimer. C'est que nous verrons dans le dernier chapitre de ce travail.

III.7 - Conclusion

La méthodologie de nos analyses est basée sur une démarche ergonomique qui allie une méthode par inspection basée sur le travail de l'expert qui va décrire l'ensemble des tâches à réaliser dans le logiciel, des tests utilisateurs avec des élèves qui se retrouvent dans une utilisation réelle des LTF et, enfin, des entretiens qui permettent aux utilisateurs de prendre du recul sur leur usage des logiciels testés.

L'ensemble de ces méthodes nous permet d'aborder la question de savoir si les LTF de notre étude peuvent être assimilés à des institutions d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques autonomes ou relativement autonomes. Cette question de la relativité de l'autonomie est, en réalité, celle que nous allons pouvoir décrire. Aborder les LTF en tant qu'institution nous permet de cerner les caractéristiques qui sont, ou non, vérifiées de façon satisfaisante. L'expérimentation et les entretiens sont là pour compléter l'expertise afin de comprendre comment il est possible de décrire la stabilité, la réalité sociale, la légitimité et bien sûr la spécificité, avec la vérité en nature et la vérité en raison de chaque LTF. Mais notre méthodologie ne nous permet pas, par exemple, de décrire l'Espace du Travail Calculatoire qu'un élève peut se construire en utilisant très régulièrement *Smao* en classe de sixième. Là n'est pas notre question. La partie expérimentale qui va suivre va être l'occasion de vérifier comment les caractéristiques d'une institution sont vérifiées pour chacun des quatre LTF de notre étude et de décrire, dans le cas du calcul élémentaire, l'ETC propre à *Smao*, à *LiliMath*, , à *Tdmaths* et à *Les Maths, C'est facile*.

Partie expérimentale

Chapitre IV - L'organisation de l'étude dans les LTF

Les différents champs scientifiques que nous avons rencontrés vont nous permettre d'avoir à l'esprit l'ensemble des questions qui sont nécessaires pour comprendre comment les LTF de notre étude peuvent être utilisés en tant qu'institution d'apprentissage et d'enseignement. Mais avant de pouvoir faire le bilan sur « la dialectique indépassable entre les personnes et les institutions » (Chevallard, 2003 a, p. 2) qui nous occupe, nous devons découvrir la façon dont a été mise en place l'organisation du savoir mathématique dans chaque LTF. Puis, à travers cette mise en place, nous analyserons les positions des savoirs liés aux Calculs, Arithmétique, Numérique et Algébrique, dans ces logiciels.

La mise en place des organisations mathématiques dans les institutions est gérée par ce que Chevallard appelle les organisations didactiques qui sont structurées autour d'un certain nombre de moments d'étude. Comme nous l'avons décrit dans le chapitre sur les cadres théoriques, ces derniers sont répartis en quatre familles : les Activités d'Étude et de Recherche ou AER, le moment de l'institutionnalisation ou M4, le moment du travail de la technique ou M5 et le moment de l'évaluation ou M6.

Le mode de codage des vidéos de l'expert et des élèves avec le logiciel *The Observer* nous oblige à faire le choix entre les comportements d'état et les comportements d'événement. Le premier est un comportement qui a une durée dans le temps. Ces comportements ou moments doivent être mutuellement exclusifs et exhaustifs dans une même classe comportementale. Le deuxième est un comportement qui ne dure qu'un instant dans le temps ou pour lequel la durée n'est pas importante. Au contraire des comportements d'état, les comportements d'événement n'ont aucune restriction. Nous avons considéré que les moments d'AER et de travail de la technique sont mutuellement exclusifs. Nous avons ajouté un moment de manipulation du logiciel, appelé « Manip », mutuellement exclusif des deux précédents, pour coder le temps où l'utilisateur du LTF est dans un moment où l'utilisateur navigue entre les activités. Les moments d'évaluation peuvent intervenir à tout moment car ils correspondent à tous les instants où le LTF réagit au travail de l'élève. Ils ne peuvent donc pas être mutuellement exclusifs avec les moments d'AER ou M5. Les moments M6 ont donc été codés comme des

événements qui ne durent pas dans le temps. Pour illustrer la complexité de la répartition des moments de l'étude dans le temps, rappelons ce qu'en dit Chevallard.

En première approximation, décrire une organisation didactique (relative à un thème mathématique θ), c'est répondre à une double question : *quelles fonctions* didactiques assure-t-elle (point de vue fonctionnel), et *comment* (point de vue structurel) ? On ne saurait évidemment s'attendre à ce que la mise en place d'une organisation mathématique donnée soit elle-même organisée d'une manière fonctionnellement uniforme, par une prise en charge analogue des mêmes fonctions didactiques. D'où l'idée de s'appuyer sur l'observation suivante : quel que soit le cheminement concret de l'étude, certains types de situations sont presque nécessairement présents au cours de l'étude, même s'ils le sont de manière très variable, tant au plan qualitatif qu'au plan quantitatif. Ce sont de tels types de situations qu'on appellera *moments de l'étude*, ou *moments didactiques*, parce qu'on peut dire que, quel que soit le cheminement suivi, *il arrive forcément un moment* où tel geste d'étude devra être accompli : où, par exemple, l'étudiant devra *fixer* les éléments élaborés (moment de l'institutionnalisation) ; où, encore, il devra se demander *ce que vaut* ce qui s'est construit jusque-là (moment de l'évaluation) ; etc. La notion de moment ne renvoie qu'en apparence à la structure *temporelle* du processus d'étude : un moment, au sens donné à ce mot ici, est d'abord une *dimension* dans un espace multidimensionnel, un *facteur* dans un processus pluri-factoriel. Bien entendu, une saine gestion de l'étude exigera que chacun des moments didactiques se réalise *au bon moment*, ou, plus exactement, *aux bons moments* : car un moment de l'étude se réalise généralement *en plusieurs fois*, sous la forme d'une multiplicité d'épisodes éclatés dans le temps de l'étude. À cet égard, on notera que, même s'il peut être utile d'ordonner les différents moments didactiques (en parlant du premier moment, du deuxième moment, etc.), l'ordre indiqué est en fait largement arbitraire, parce que les moments didactiques sont d'abord une réalité fonctionnelle, et non pas chronologique, de l'étude. (Chevallard, 2002 a, p. 11)

L'aspect *éclaté dans le temps* de la réalisation des moments de l'étude se retrouve tout particulièrement dans les moments d'évaluation qui interviennent à chaque instant dans le travail de l'apprenant. Ce n'est pas d'une façon chronologique que nous allons présenter la place de ces moments dans les LTF car nous avons constaté que c'est autour des instants d'évaluation que se rythme l'activité de l'élève. Pour trois des quatre LTF, seul le travail de la technique est présent de façon explicite, même si, les élèves peuvent vivre certains exercices de travail de la technique comme des activités d'étude et de recherche ou comme des moments d'institutionnalisation. Seul, le logiciel *Smao* propose explicitement une diversité de moments qui mérite d'être analysée en terme d'AER, M4 et M5. Pour les trois autres LTF, les deux premières catégories, AER et M4, sont pratiquement absentes du parcours ordinaire de ces logiciels même si des cours ou des aides ponctuelles sont accessibles. Ce ne sont donc avant tout les moments de travail de la technique, M5, et d'évaluation, M6, qui sont étudiés

pour *LiliMath*, *Les Maths, c'est facile* et *Tdmaths*. L'idée de ce chapitre est de découvrir chaque LTF dans son ensemble et sa structure avant d'entrer, dans le prochain chapitre, dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques plus précisément. L'absence de certains moments de l'étude dans les LTF influe sur le type d'institution qu'un LTF peut être. Ce point est pris en compte dans le dernier chapitre de notre étude lorsque nous répondrons à la question de savoir si les LTF de notre étude peuvent, ou non, être considérés comme des institutions d'apprentissage et d'enseignement. Après avoir rappelé l'organisation pédagogique de chaque LTF, nous allons aborder deux aspects spécifiques des LTF : le temps de l'étude et l'évaluation.

IV.1 - La gestion pédagogique

La gestion pédagogique d'un LTF correspond à la façon dont celui-ci gère les élèves. Comme dans un collège, selon que celui-ci soit privé sous contrat d'association avec l'état ou public, l'inscription des élèves ne se passe pas de la même façon : elle est gérée par le rectorat pour l'école publique et directement par l'école dans l'autre cas. La gestion des absences, le suivi du travail, l'individualisation du parcours des élèves, voilà autant de thèmes qui différencient l'organisation pédagogique des établissements scolaires. Nous allons, dans ce paragraphe, nous intéresser à ces aspects pédagogiques qui différencient les quatre LTF de notre étude. La présence ou l'absence d'analogie avec « ce qui se fait » dans les écoles, qui est à relier avec la vérité en nature d'un LTF, nous permet d'avancer dans la classification des LTF comme institutions, éventuellement, complémentaires de l'institution principale.

IV.1.1 - Inscription des élèves

La première étape, comme c'est le cas pour le collège, est d'inscrire les élèves pour que ceux-ci puissent travailler dans le LTF. Les quatre logiciels proposent des façons de faire assez différentes que nous allons maintenant détailler en justifiant le niveau d'analogie avec ce qui se fait dans l'institution scolaire. Nous retrouvons ici une des conditions de la définition de l'institution qui doit fonder sa vérité en nature, c'est-à-dire avec *ce qui se fait*. Nous précisons que nous décrivons ici le minimum d'actions qui sont nécessaires pour utiliser chaque logiciel, ce qui nous permet de toujours rester dans le cadre de notre questionnement qui est celui d'une utilisation réelle des LTF sans optimisation de celle-ci. L'utilisation en réseau de ces logiciels n'est donc pas analysée car, souvent, trop complexe à mettre en place dans les collèges avec des technologies n'utilisant pas Internet.

a - LiliMath

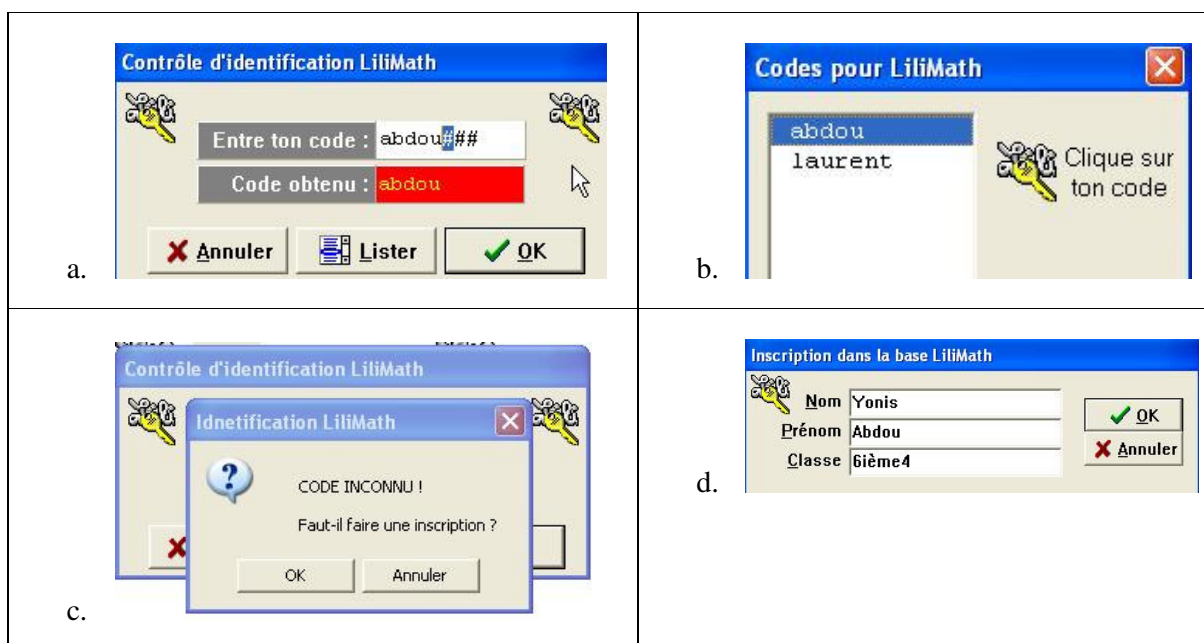


Figure 41 : Inscription dans *LiliMath*

L'inscription est gérée par l'élève lui-même. La première fois qu'il s'inscrit, il doit entrer un code, inconnu au départ (voir Figure 1 c.), puis il doit entrer son nom, son prénom et sa classe. Son prénom est automatiquement considéré comme son code d'accès (b.). A chaque fois que l'élève revient dans *LiliMath*, il peut entrer directement son code ou bien lister l'ensemble des codes des élèves inscrits dans *LiliMath* sur la même machine que lui pour, enfin, cliquer sur son propre code (a. puis b.).

Nous pouvons remarquer que ce logiciel ne permet pas une confidentialité du code d'accès car chaque élève qui ouvre *LiliMath* peut lister l'ensemble des codes et aller travailler dans l'espace de travail d'un autre élève. C'est un peu comme si tout élève pouvait avoir accès au dossier scolaire de ses camarades dans son collège. Nous rencontrons donc ici une première difficulté pour que *LiliMath* puisse fonder une partie de sa vérité en nature qui correspond au fonctionnement du LTF. En effet, *cela ne se fait pas* d'aller voir les résultats, a priori confidentiels, des autres élèves. Nous devons toutefois signaler que nous n'avons jamais, au cours de l'expérimentation, comme au cours de notre expérience professionnelle, remarqué un élève allant travailler sur le code d'un autre ou aller voir d'autres résultats.

b - Les Maths, c'est facile

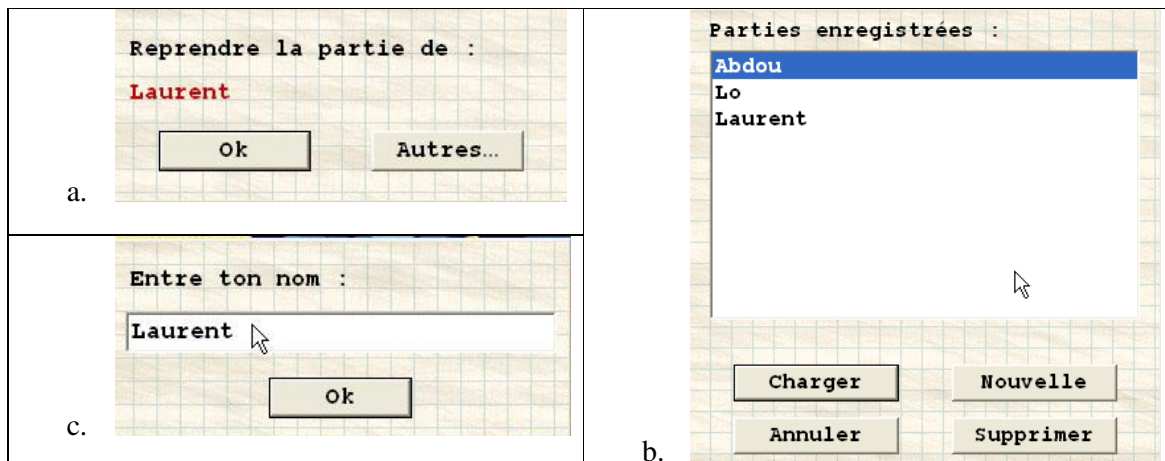


Figure 42 : Inscription dans *Les Maths, c'est facile*

Comme dans *LiliMath*, *Les Maths, c'est facile*, propose une inscription gérée par l'élève et sans confidentialité. Lorsque l'élève entre dans le logiciel, celui-ci propose le prénom du dernier élève l'ayant utilisé sur la même machine. En cliquant sur « autres » (Figure 2 a.), l'élève peut retrouver son prénom dans une liste (Figure 2 b.), ou devoir s'inscrire (Figure 2 c.). Il n'y a pas de mot de passe spécifique à chaque élève.

c - Smao



Tableau 48 : Inscription dans *Smao*

Pour que les élèves aient leurs codes d'accès au logiciel, le professeur doit utiliser le module de gestion des élèves (Figure 3 a.), pour inscrire au moins un élève (Figure 3 b.) par son nom, son prénom, sa classe et un code d'accès. La gestion des élèves dans ce LTF est, au moins au départ, orchestrée par le professeur.

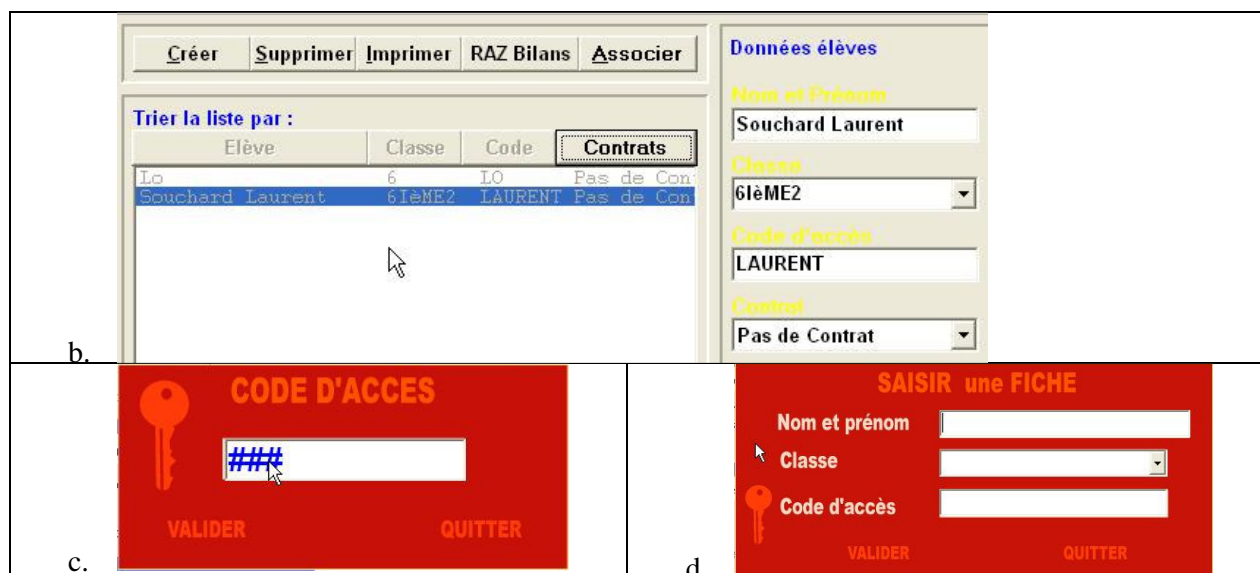


Figure 43 : Inscription dans *Smao*, (suite).

Le professeur a, dans ce module, toujours accès aux codes de ses élèves. Il peut décider de leur affecter un code personnel mais il peut aussi décider que les élèves s'inscrivent eux-mêmes en tapant « ins » à la place du code d'accès lors de leur première utilisation (Figure 3 d. puis e.). La gestion des élèves est ici plus conforme avec la manière de faire de nombreuses institutions éducatives avec cependant une certaine autonomie laissée aux élèves. Le code d'accès ainsi que l'ensemble des résultats des élèves sont, dans *Smao*, personnels et confidentiels et sont toujours accessibles au professeur dans le module gestion des élèves (Figure 3 a.).

d - Tdmaths



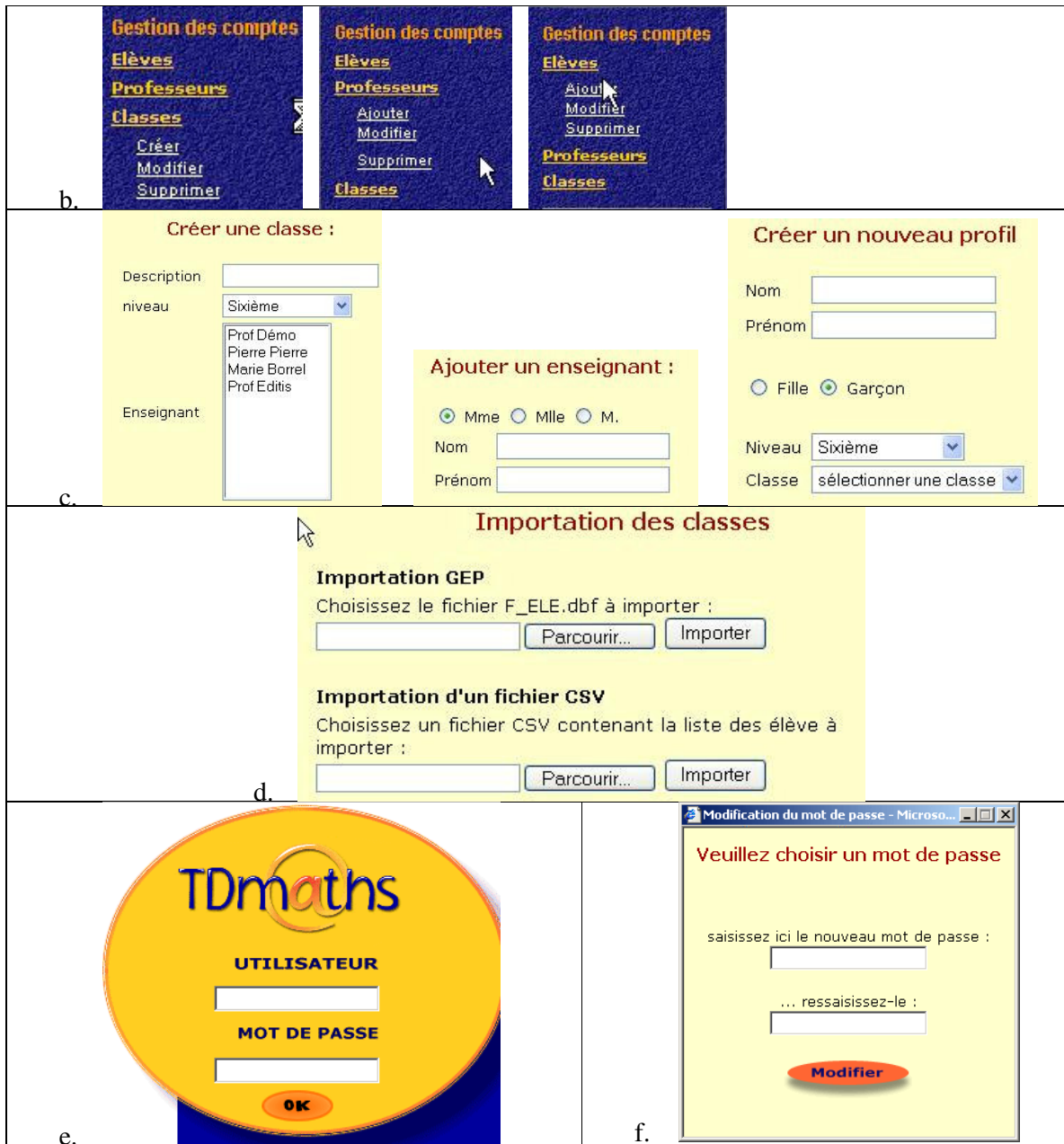


Figure 44 : Inscription dans Tdmaths

A la différence de *Smao*, *Tdmaths* ne permet pas à un élève de s'inscrire tout seul : il faut que l'administrateur (Figure 4 a.) du site ait inscrit la classe, puis le professeur, et enfin les élèves dans une classe ou en dehors d'une classe (Figure 4 b. et c.). L'administrateur peut aussi importer le fichier des élèves du collège dans le format GEP qui est celui des fichiers de l'éducation nationale. L'analogie avec ce qui se fait dans l'institution scolaire est dans le cas de *Tdmaths* presque totale : comme au collège, un élève peut travailler avec son professeur dans sa classe s'il est inscrit dans une classe et que celle-ci a un professeur qui lui est affecté ; et c'est l'administration qui va s'occuper de cette inscription. Une certaine autonomie est

cependant laissée aux élèves en leur laissant, si le professeur le décide, le choix de leur mot de passe. L'administrateur a toujours accès à l'ensemble des données concernant chaque classe, chaque professeur et chaque élève.

IV.1.2 - Gestion des élèves

Une fois que l'élève est inscrit dans le LTF, il est maintenant nécessaire de savoir comment ces logiciels gèrent les élèves et leur travail.

a - *LiliMath*

	Thème	Programme	Nb Essais	Résultat
1	paved	QCM3	1	90
2	para	IMMEUBLE	1	100
3	EQUAA	MENTA	1	92
4	equa0	MISEEQUA	1	10
5	Facile	PTHESE	2	72
6	Addition	OPERATER	1	20
7	Mix +-	OPERATER	1	10
8	Mix +-x	OPERATER	1	10
9	source5	FACTEDEV	1	30

Figure 45 : Gestion des élèves dans *LiliMath*

Le seul module de gestion des élèves effectivement utilisé est celui qui donne les résultats des élèves aux activités qu'ils ont réalisées. Ne sont présents que le nom de l'élève, la liste des exercices réalisés, le nombre de fois que ceux-ci ont été faits et la meilleure ou la dernière évaluation de chaque exercice. Le temps n'est présent sous aucune forme dans ce petit module de gestion du travail des élèves. Le logiciel n'apporte aucun outil d'aide à la gestion de la stabilité du travail de l'élève dans le cadre de ce LTF.

b - *Les Maths, c'est facile*


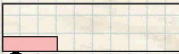

Exercice	Note	Questions	Aide	Progression
Arithmétique	12 / 20	165	4	
Algèbre	----	---	---	
Opérations	6 / 20	12	0	
Géométrie	----	---	---	
Mesures et fonctions	----	---	---	

Figure 46 : Gestion des élèves avec *Les Maths, c'est facile*

La gestion des élèves et de leur travail est ici aussi très réduite, comme dans *LiliMath*. Le bilan de l'élève est très succinct. Il donne le nombre de questions traitées par l'élève, la note au chapitre, le nombre de fois où l'aide est intervenue et un graphique qui montre la progression de l'évaluation par chapitre. Nous reviendrons plus en détail dans la suite sur les particularités de l'évaluation dans *Les Maths, c'est facile*, mais nous pouvons déjà constater

que c'est l'ensemble du chapitre qui est évalué, sans aucun détail. Là encore, le temps n'intervient pratiquement pas si ce n'est au niveau du graphique dont l'axe des abscisses est gradué par la suite, dans le temps, des exercices réalisés. Cette représentation n'apporte aucun outil qui permette un suivi précis du travail régulier de l'élève.

c - Smao

i - Gestion individuelle

Activités	B1	B2	B3	B4	B5
Lettres et chiffres	---	---	---	---	---
Graduation, comparaison ydes décimaux	---	---	---	---	---
Tables, calcul mental	---	---	---	---	---
Technique	---	---	---	---	---

B1 : Premier bilan B3 : Avant-dernier bilan B5 : Meilleur bilan
 B2 : Anté-bilan B4 : Dernier bilan

	A1	A2	A3
Moyenne			
Maximum			
Minimum			
Lo	---	---	---

A1 : Lettres et chiffres
 A2 : Graduation, comparaison ydes décimaux
 A3 : Tables, calcul mental

Figure 47 : Gestion des élèves avec *Smao* : bilan et statistiques

La gestion individuelle des élèves permet de suivre le travail de chacun tout au long de l'année car le module Gestion Professeur garde en mémoire l'évaluation moyenne, maximum et minimum de chaque activité mais aussi, jusqu'à cinq résultats d'un même exercice pour chaque élève. C'est là une spécificité des LTF : permettre à l'élève de recommencer un exercice qu'il n'a pas réussi comme il le souhaite. *Smao* propose à l'élève et au professeur d'avoir accès à l'évolution des résultats : le premier résultat d'un exercice est conservé, les résultats des trois dernières réalisations de celui-ci ainsi que le meilleur. Il est aussi possible d'imprimer une feuille de résultats où apparaissent les cinq colonnes. Comme nous le verrons dans l'analyse des organisations didactiques, l'évaluation des réponses des élèves est assez centrale dans les LTF et *Smao* nous propose ici un outil qui permet d'avoir accès aux progrès de l'élève sur la réalisation d'un même exercice. Les dates de réalisation des exercices n'apparaissent pas.

Il est souvent possible pour un professeur en classe ordinaire de vérifier si un élève refait correctement une fois un exercice échoué auparavant ; mais il est impossible, dans des conditions classiques, de conserver la mémoire de cinq réalisations du même exercice pour tous les élèves. La gestion de l'évaluation des élèves dans *Smao*, parce qu'elle permet une

conservation de la mémoire de travail de l'élève inconnue dans une autre institution, nous montre une spécificité, en tant que LTF, qui peut lui permettre de fonder sa vérité en nature.

ii - Gestion de la classe

Il est possible à tout moment d'avoir accès au bilan du travail de toute la classe si le logiciel est installé en réseau, ou au bilan de tous les élèves travaillant sur une même machine sinon.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
Moyenne	80	100	79.5				
Maximum	80	100	89				
Minimum	80	100	70				
lolo	---	100	89	---	---	---	---
yacin	80	---	70	---	---	---	---

A1 : Tables de multiplication, calcul mental
 A2 : Technique de la multiplication
 A3 : Tables de division, caractères de divisibilité

Imprimer Meilleur bilan Terminer

Figure 48 : Bilan par classe

Chacun des cinq bilans décrits précédemment sont accessibles pour l'ensemble de la classe et ceci pour chacun des exercices du logiciel. Les résultats sont classés par thème, puis par chapitre et, enfin, par exercice. Il est donc possible avec la gestion des résultats des élèves d'avoir accès aux résultats détaillés de la classe pour chaque exercice réalisé. Nous retrouvons les mêmes possibilités dans les évaluations du ministère en début de sixième ainsi que dans les évaluations EVAPM de l'APMEP⁵⁷. Cette dernière propose une analyse, question par question, des résultats des élèves évalués.

Activité	%	Obl.
1-1-1 : Lettres et chiffres	75	Non
1-1-2 : Graduation, comparai...	75	Non
1-1-3 : Tables, calcul mental	75	Non
1-1-4 : Technique	75	Non
1-2-1 : Tables de multiplication, calcul mental		

1 - 1 - 1 : Lettres et chiffres
 1 - 1 - 2 : Graduation, comparaison ydes décimaux
 1 - 1 - 3 : Tables, calcul mental
 1 - 1 - 4 : Technique
 1 - 2 - 1 : Tables de multiplication, calcul mental
 1 - 2 - 2 : Technique de la multiplication
 1 - 2 - 3 : Tables de division, caractères de divisibilité
 1 - 2 - 4 : Technique de la division
 1 - 2 - 5 : Expressions numériques

Figure 49 : Création de contrat individuel

⁵⁷ Il est possible de trouver une description de ces évaluations de l'Association des Professeurs de Mathématiques sur le site : www.apmep.asso.fr.

Un autre module présent dans le Gestionnaire Professeur est celui qui permet de créer des contrats pour la classe ou pour certains élèves. Cette possibilité replace le professeur de la classe au centre de la prise de décision pour organiser le travail des élèves. C'est un aspect qui peut aider à la légitimation par le professeur de l'usage du LTF puisqu'il a la possibilité d'indiquer aux élèves les exercices à réaliser.

d - Tdmaths

i - Gestion des professeurs

Tdmaths propose un module de gestion administrative qui permet de gérer les classes et les professeurs. Il est possible d'importer les fichiers GEP du collège pour inscrire automatiquement les élèves et classes dans le logiciel. Il est nécessaire que l'administrateur crée les professeurs dans leur classe pour que ceux-ci puissent avoir accès aux modules de gestion des travaux des élèves. La différenciation entre la gestion administrative et la gestion pédagogique se calque sur l'organisation classique des collèges et ce LTF trouve ainsi une possibilité de fonder sa légitimité à partir d'une institution existante.

ii - Gestion individuelle des élèves

Comme dans *Smao*, tout le travail de l'élève est conservé dans *Tdmaths*. Nous trouvons cependant trois différences en ce qui concerne la gestion individuelle des résultats de l'élève. La première concerne les résultats numériques qui ne concernent que le « Pourcentage d'acquisition à la fin de la consultation » et non les cinq résultats possibles dans *Smao*.

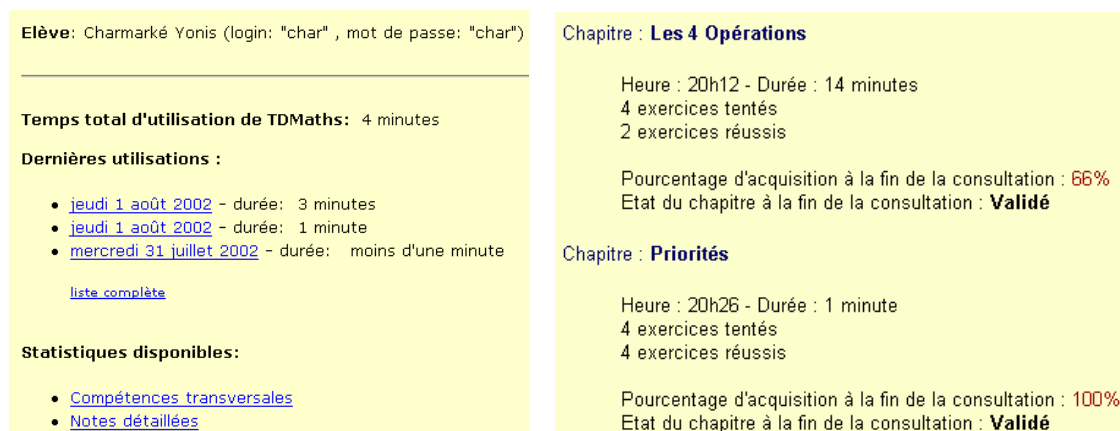


Figure 50 : Résultats individuels d'un élève

La progression de l'élève n'apparaît donc pas. La deuxième différence concerne la gestion du temps. Dans *Tdmaths*, la date ainsi que l'heure et le temps passé par exercice sont accessibles

pour chaque activité réalisée par l'élève. Cet aspect peut aider le professeur à gérer la stabilité d'usage du LTF.

La troisième distinction est une vision transversale des résultats, non plus par exercice, mais par compétence, et une comparaison avec les résultats de l'ensemble de la classe.

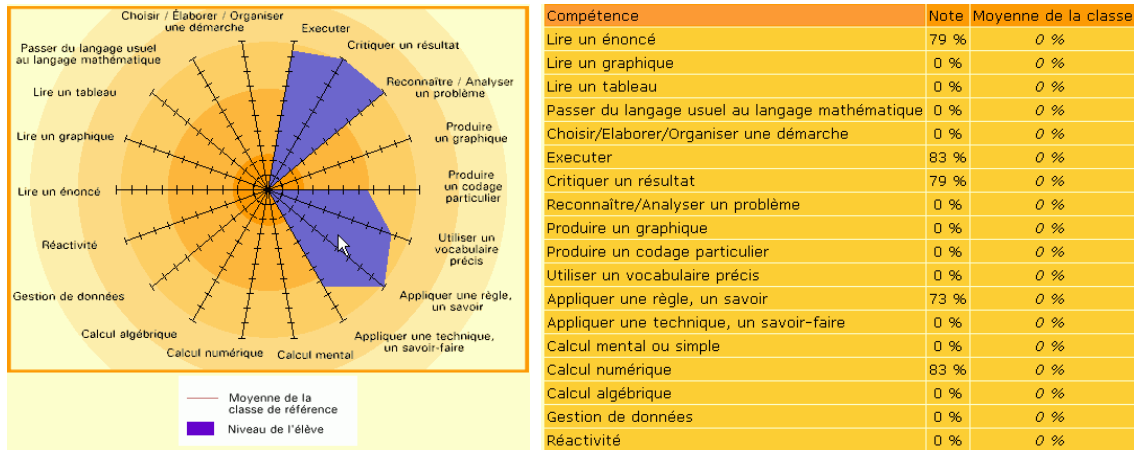


Figure 51 : Évaluation des compétences

L'évaluation par compétence est un sujet aujourd'hui très actuel et peu d'outils sont disponibles pour aider les enseignants à savoir comment évaluer les compétences des élèves. La présentation de cet outil chez *Tdmaths* peut être une possibilité pour légitimer ce type d'évaluation⁵⁸ dans l'institution principale qu'est la classe dans le collège.

iii - Gestion de la classe

Le module de gestion de la classe que propose *Tdmaths* est, sous de nombreux points, semblable à ce que peut proposer un logiciel de gestion des notes utilisé aujourd'hui dans les collèges et lycées. Le professeur a accès à la liste des élèves, à la distribution des notes, aux notes détaillées par chapitre.

La différence avec un logiciel de notes est l'accès aux détails des résultats de la classe par chapitre et par exercice. L'automatisation de la double vision des évaluations des élèves, par classe ou par exercice, peut aider à trouver des méthodes d'évaluation nouvelles dans l'institution principale. Ce module d'évaluation peut aider un LTF comme *Tdmaths* à construire une partie de sa vérité en nature car celui-ci peut permettre au professeur d'avoir

⁵⁸ Nous prenons en compte dans ce paragraphe l'organisation de l'évaluation des compétences et non de la qualité de l'évaluation des compétences qui viendra ultérieurement dans notre travail.

accès à une méthode de gestion de l'évaluation des élèves spécifique à ce LTF et inconnue dans d'autres institutions, dont la classe.

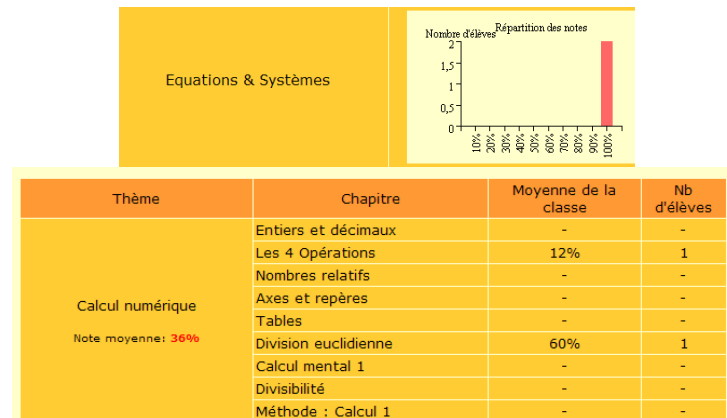


Figure 52 : Résultats de la classe par thème et par exercice

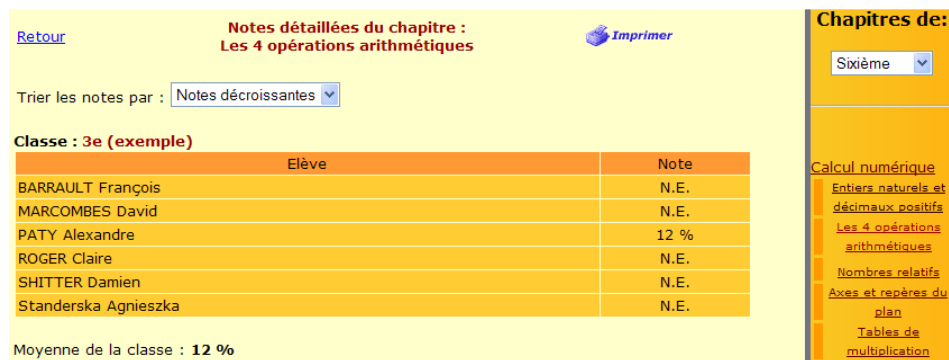


Figure 53 : Gestion des notes de la classe

Programmer un nouveau TD :

compléter les paramètres du TD: ls

Description :

Classe ou groupe :

Date : (JJ/MM/AAAA) [calendrier](#)

Heure : Durée : (heures)

Programme de travail :

Titre	Niveau	Objectif	suppression
			Supprimer la sélection

Figure 54 : Préparation d'un TD

La préparation d'un TD dans *Tdmaths* est, comme dans *Smao*, laissée aux bons soins du professeur. Celui-ci peut choisir le programme de travail que doit réaliser un groupe d'élèves ou une classe avec la possibilité supplémentaire de définir la date de réalisation ainsi que la durée pour réaliser cette tâche.

IV.1.3 - Bilan

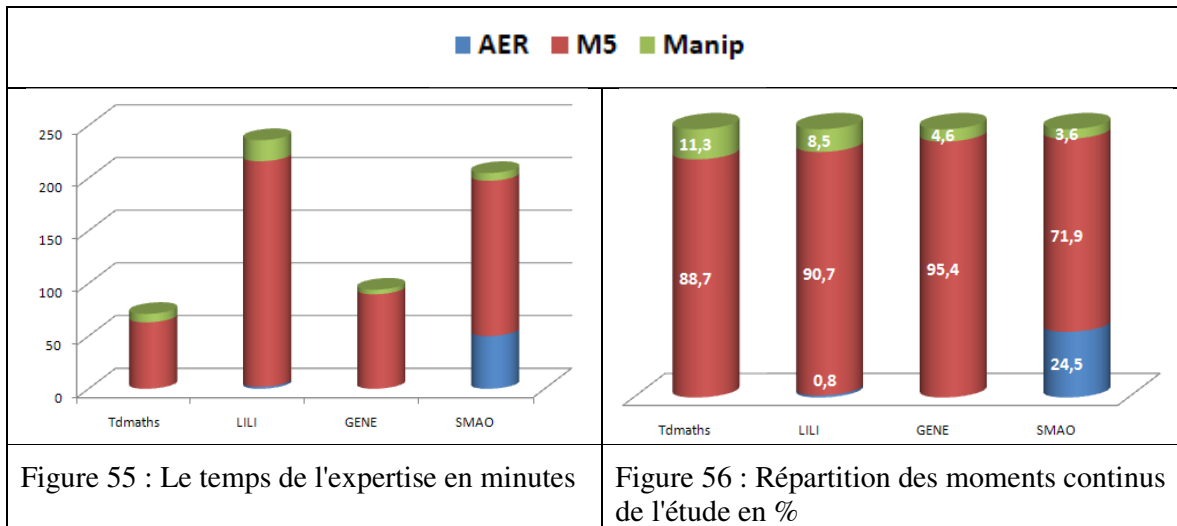
Ce premier domaine a été l'occasion de constater la grande diversité de ce que proposent les LTF pour gérer pédagogiquement les élèves, la classe, le professeur et l'école. Cette gestion des élèves peut avoir un impact dans presque toutes les caractéristiques nécessaires pour qu'un LTF soit une institution. De la gestion des élèves, des professeurs et des classes dépend une partie de la structure de la réalité sociale que propose un LTF. Les modules des logiciels qui mémorisent le travail de l'élève peuvent permettre de gérer plus efficacement la stabilité d'utilisation des LTF. La façon dont un LTF permet à l'élève de gérer son inscription et de suivre l'évolution de ses résultats, au professeur de programmer des activités individuellement à ses élèves, tous ces aspects participent à la vérité en nature du LTF et concernent donc sa spécificité. La légitimité qui est un concept plus délicat à cerner car beaucoup plus dépendant de l'utilisateur réel et moins prévisible a priori. Mais il est possible d'imaginer un élève qui serait rassuré par une structure pédagogique très proche de ce qu'il connaît dans son collège et aurait ainsi accès à un phénomène d'autolégitimation.

Nous pouvons faire un premier bilan de nos analyses de la gestion pédagogique des LTF de notre étude en les classifiant en deux catégories. *Les Maths*, *C'est facile* et *LiliMath* font partie de la première catégorie qui propose une gestion pédagogique minimaliste. *Smao* et *Tdmaths* font partie d'une deuxième catégorie qui propose plusieurs modules de gestion pédagogique qui apportent une véritable structure pédagogique à chacun de ces deux LTF ; leurs structures étant assez dissemblables.

Cette première catégorisation va être utilisée dans notre dernier chapitre dans lequel nous abordons la construction de la légitimité à partir, entre autre, de l'analogie qu'une personne peut réussir à se construire pour mettre en place des phénomènes d'autolégitimation. Mais avant cela, nous avons à poursuivre l'analyse de des particularités des LTF en portant, pour l'instant, un regard sur la place du temps et de sa gestion dans chacun de ces logiciels.

IV.2 - Le temps de l'étude dans les LTF

Avant de commencer la description des LTF à travers le filtre des moments d'évaluation, et des Unités de Travail de l'expert et des élèves, voici une première remarque plus ergonomique sur le temps de manipulation des LTF par l'expert qui va nous permettre de commencer notre analyse plus approfondie des LTF.



Le temps de manipulation est assez variable d'un LTF à l'autre et ces derniers se divisent en deux groupes. D'un côté, *LiliMath* et *Tdmaths* avec qui il est nécessaire de passer près de 10% du temps d'usage à la manipulation ; et de l'autre, *Les Maths, c'est facile* et *Smao* qui demandent deux ou trois fois moins de temps de manipulation.

Nous constatons, comme nous l'avons déjà précisé, que seul *Smao* mérite une analyse en termes d'AER, car ces moments représentent, pour ce LTF, le quart du temps de l'expertise.

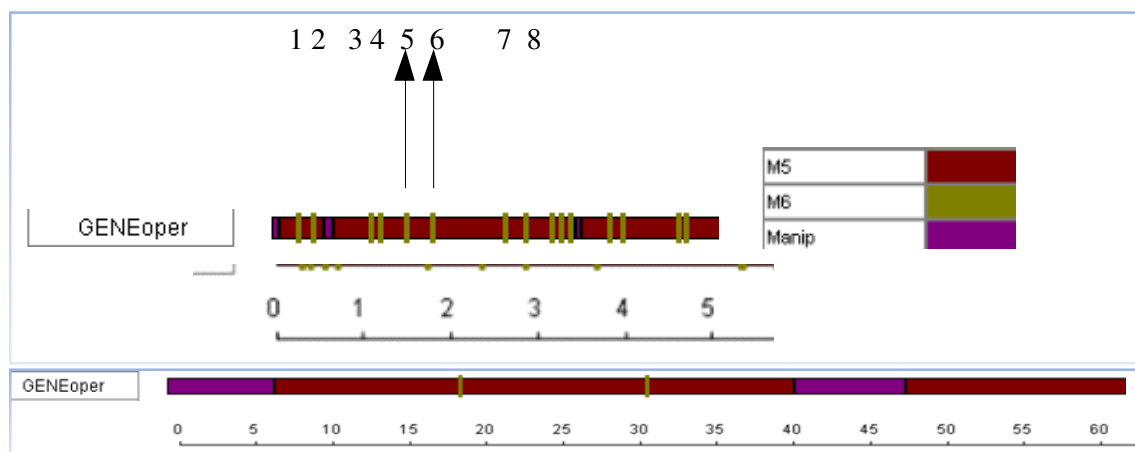
Le temps total de l'expertise est assez différent d'un LTF à l'autre mais nous considérons que ces temps ne peuvent pas être utilisés comme outils de comparaison de ces logiciels. *Les Maths, c'est facile* ne propose jamais un nombre fixe d'activités à réaliser par exercice. *Tdmaths* demande à ce qu'il y ait un nombre minimum d'activités à réaliser par exercice, deux ou trois en général, pour être évalué, mais jamais de nombre maximum. *LiliMath* et *Smao* ne laissent aucune liberté d'action sur le nombre d'exercice à réaliser. C'est la raison pour laquelle nous allons commencer cette partie par la description des instants d'évaluation qui vont nous permettre de définir un outil de comparaison commun à tous les LTF : la notion d'Unité de Travail ou UT.

IV.2.1 - Les Unité de Travail de l'expert

a - Unité de travail : définition

Le codage des captures vidéo de l'expert et des élèves nous a montré que les moments d'évaluation sont extrêmement fréquents dans les quatre Logiciels Tuteurs Fermés. Il est rare qu'un élève travaille plusieurs minutes sans aucune réponse du logiciel. Pour prendre en compte cette particularité qui permet de construire, au niveau de sa spécificité, la vérité en nature du LTF, nous avons eu besoin de définir la notion d'unité de travail dans un LTF.

Voici l'exemple de la visualisation du début de l'expertise du LTF *Les Maths, c'est facile* pour la partie Opération.



Nous lisons sur ce graphique que l'expertise commence par un moment de manipulation puis se poursuit par un moment M5 pendant lequel deux instants d'évaluation interviennent ; vient ensuite un autre moment de manipulation, puis un long moment de travail de la technique pendant lequel une dizaine de moments d'évaluation interviennent. Le deuxième graphique représente un agrandissement de la première minute d'enregistrement. Nous constatons que les deux premiers moments d'évaluation interviennent à la dix-huitième seconde puis à la trente et unième seconde. Une unité de travail est définie comme étant l'intervalle de temps qui est compris entre deux instants consécutifs d'évaluation. La première unité de travail correspond à l'intervalle défini par l'instant de départ du moment M5, ou AER, et le premier instant d'évaluation.

Les premières Unités de Travail pour l'expertise du LTF, *Les Maths, c'est facile*, sont représentées dans la figure suivante.

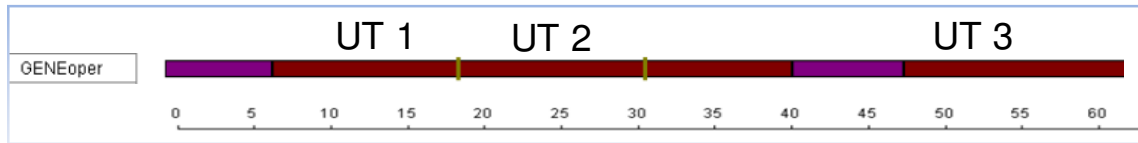


Figure 58 : Exemples d'UT dans l'expertise

Si les instants d'évaluations sont t_1, t_2, \dots, t_n , pendant un moment M5 ou un AER, les unités de travail de ce moment sont les intervalles : $[t_0 ; t_1]$, $[t_1 ; t_2]$, ..., $[t_{n-1} ; t_n]$, où t_0 est le temps qui indique le début du moment M5 ou de l'AER et t_n est le dernier moment d'évaluation avant un nouveau moment de manipulation qui clôt un moment de travail de la technique ou un moment d'AER. Il arrive que cet instant t_n soit la borne inférieure de l'intervalle de temps du moment de manipulation suivant. C'est le cas dans quelques moments d'AER qui ne sont pas évalués. Nous prenons en compte ces cas particuliers dans nos calculs et notre analyse. Dans notre exemple : $UT\ 1 = [t_0 ; t_1]$; $UT\ 2 = [t_1 ; t_2]$.

Nous allons maintenant décrire les LTF de notre étude à travers les Unités de Travail qui leur sont associées dans l'inspection. La durée des Unités de Travail de l'expert est ensuite comparée à celle obtenue avec les captures du travail des élèves pour une première comparaison des quatre LTF.

Les captures vidéos d'écran n'ayant pas été possibles avec *LiliMath*, la comparaison des Unités de Travail de l'expert et de l'élève n'a jamais été possible. Par contre, pour les trois autres LTF, nous avons eu l'occasion de vérifier que cette notion d'UT est souvent un premier indicateur du type de travail que fournit l'élève.

b - Les Unités de Travail dans LiliMath

La partie numérique de *LiliMath* est composée de sept chapitres et d'une série de 48 exercices, chacun regroupant, pour la plupart des cas, une dizaine ou une vingtaine d'activités. L'analyse des Unités de Travail nous permet de diviser les exercices de *LiliMath* en trois catégories. La première est constituée des 20 exercices possédant une UT de moins de 10 secondes ; la deuxième par les 18 exercices qui ont une UT comprise entre 10 et 40 secondes ; et, la troisième et dernière, contient les 10 exercices dont l'UT est supérieure à 40 seconde. La justification de ces trois catégories provient des calculs de moyennes dont voici une représentation, par catégorie. La première catégorie représente les exercices dont la résolution entraîne des interactions très rapides avec le LTF : toutes les 5 secondes en moyenne avec une dispersion très réduite. La deuxième catégorie représente la catégorie moyenne du LTF avec une moyenne d'UT de même valeur que celle de l'ensemble des exercices. La troisième et

dernière catégorie est celle qui concerne les exercices dont les UT sont supérieures à $M+\sigma$ où M est la moyenne de l'ensemble des UT de *LiliMath* et σ l'écart-type.

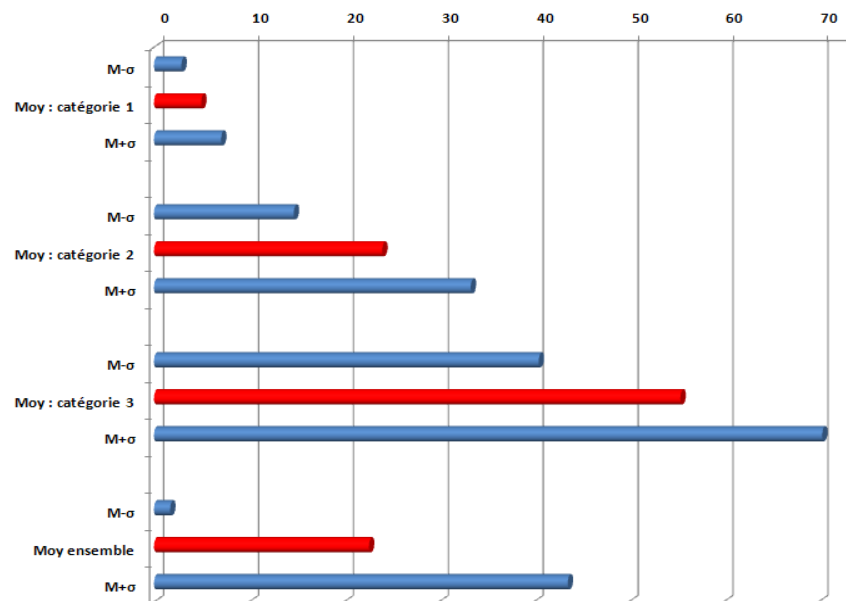


Figure 59 : Les moyennes des UT, en seconde, par catégorie dans *LiliMath*

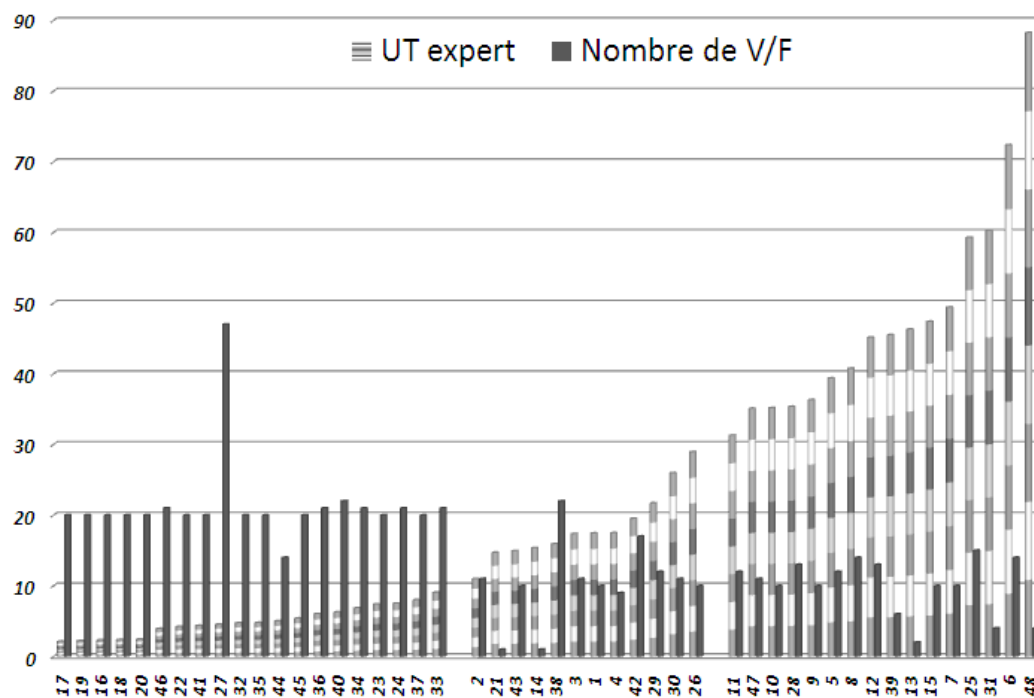


Figure 60 : Durée des UT en secondes et nombre de V/F par exercice dans *LiliMath*⁵⁹

⁵⁹ Les graduations de l'axe des ordonnées représentent en même temps les secondes du temps moyen des UT et le nombre de V/F.

Dans ce LTF, les deux tiers des exercices, 31 sur 48, correspondent à la forme 1 ou la forme 2. La forme 1 est celle qui concerne le calcul mental et qui est organisée en quatre séries de cinq questions ou calculs à effectuer. Nous retrouvons les 19 exercices de ce type parmi les 25 exercices les plus rapides en ce qui concerne les Unités de Travail. Les douze exercices de forme 2 sont composés chacun de dix petits problèmes à résoudre avec une calculatrice et un brouillon à disposition. Aucun de ces exercices ne possède une UT de moins de dix secondes ; elles sont comprises entre 11 et 72 secondes.

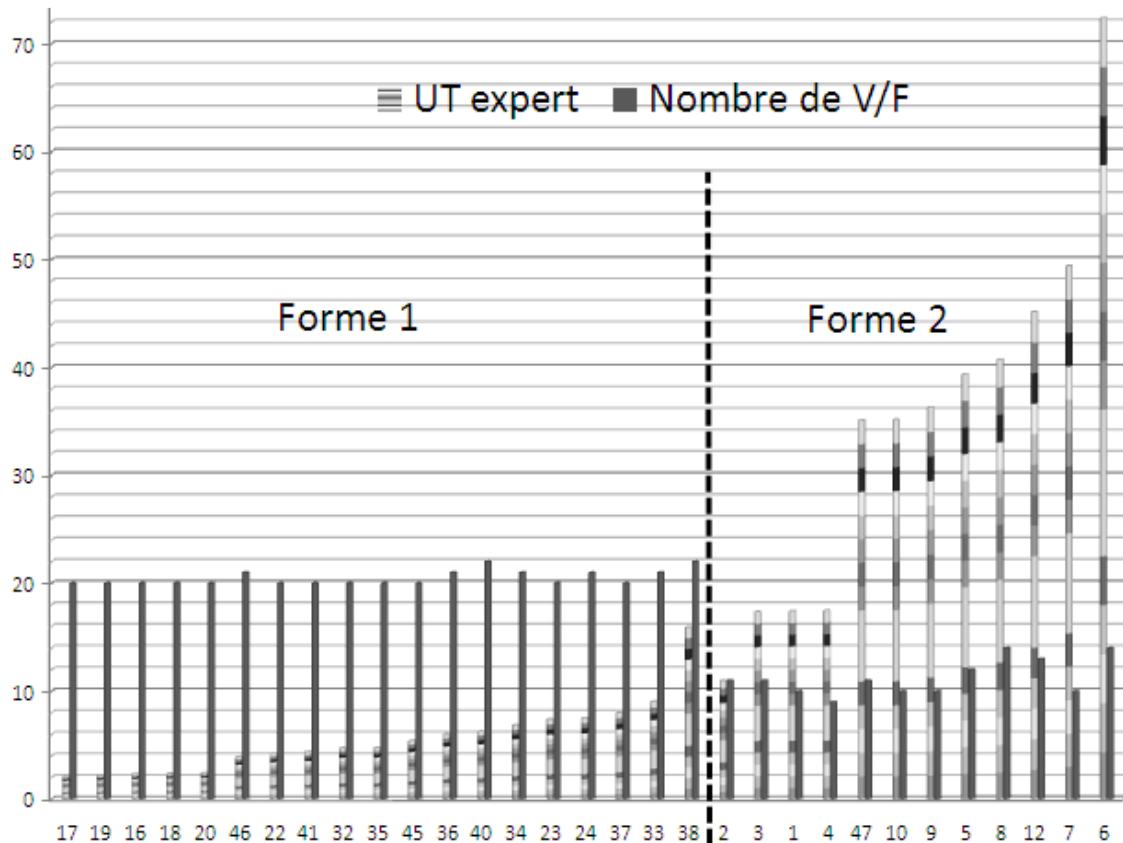


Figure 61 : Durée des UT et nombre de V/F, formes 1 et 2, dans *LiliMath*

c - Les Unités de Travail dans *Les Maths, c'est facile*

La partie numérique du logiciel de chez Génération 5 est divisée en trois grands chapitres. Le chapitre *Arithmétique* est composé de 12 séries d'exercices, le chapitre *Algèbre* est composé de 8 série d'exercices et celui *Opérations* est composé de 10 séries d'exercices. Comme nous l'avons rappelé dans la première description de ce LTF, le nombre d'activité par exercice n'est pas imposé et c'est à l'utilisateur de décider du moment où il change de série d'exercices ou de chapitre. Nous avons choisi, lorsque cela a été possible, de faire une dizaine d'activités par série d'exercices pour être sûr de rencontrer l'ensemble des formes d'activités disponibles

dans le logiciel. Le graphique suivant est semblable à celui qui a été constitué pour *LiliMath* ; nous avons choisi, pour plus de clarté, de graduer l'axe des ordonnées entre 0 et 40 car une seule valeur est supérieure à 40 et vaut 115,6 secondes pour l'exercice numéro 9.

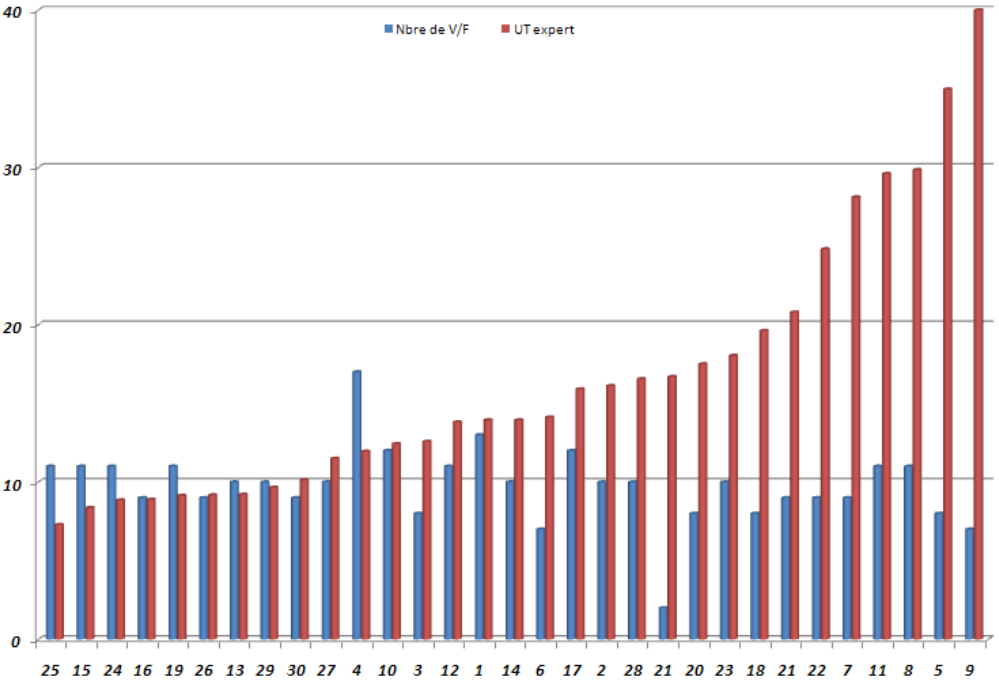


Figure 62 : Durée moyenne des UT et nombre de V/F par exercice dans *Les Maths, c'est facile*

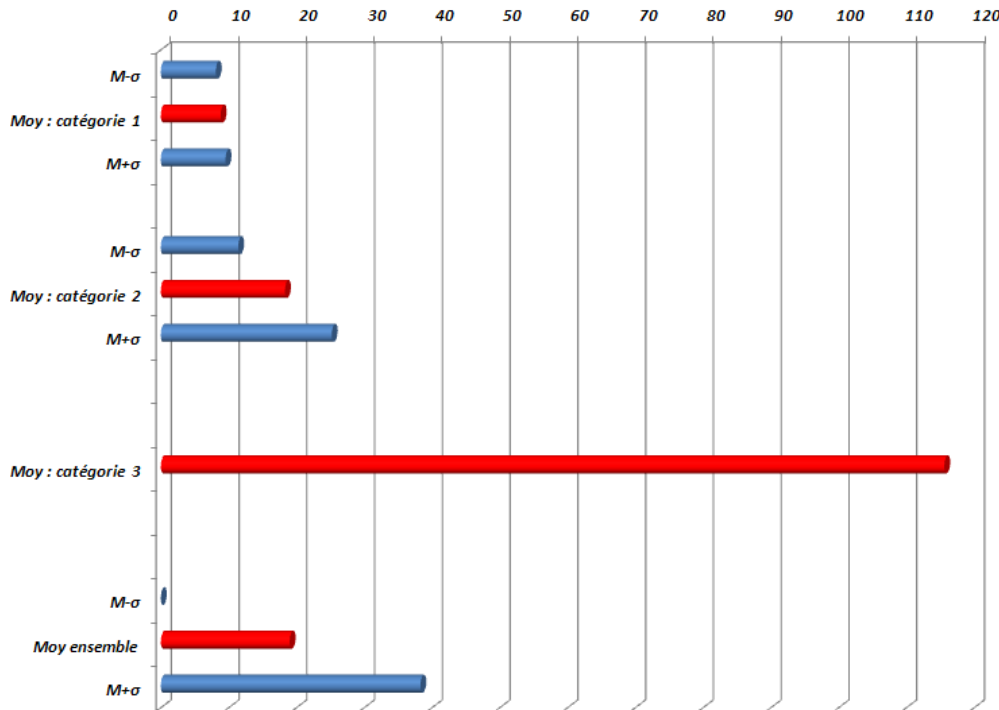


Figure 63 : Moyennes des UT, en seconde, par catégorie dans *Les Maths, c'est facile*

Nous constatons que 28 exercices sur 30 ont une moyenne d'UT comprise entre 7 et 30 secondes. Nous avons là un LTF très uniforme en ce qui concerne le temps de travail d'un utilisateur entre deux interactions du logiciel : une seule valeur moyenne d'UT n'appartient pas à l'intervalle $[M-\sigma ; M+\sigma]$, celle de l'exercice 9.

Nous avons choisi les mêmes catégories qu'avec *LiliMath* pour que la comparaison soit réalisable. Un seul exercice fait partie de la troisième catégorie et tous les autres font partie des deux premières catégories avec une dispersion moindre. Nous avons à faire à un LTF qui ne propose pas beaucoup de diversité à l'apprenant en terme de durée des Unités de Travail. L'expert reçoit une réponse du LTF chaque 20 secondes en moyenne. Nous allons voir dans la suite la transposition de cette valeur en termes d'Unité de Travail élève.

d - Les Unités de Travail dans *Smao*

Le niveau sixième de *Smao* est constitué de six chapitres, hors géométrie et de 23 exercices. Chacun d'eux est divisé en quatre parties : Découverte, Leçon, Exercice et Jeu.

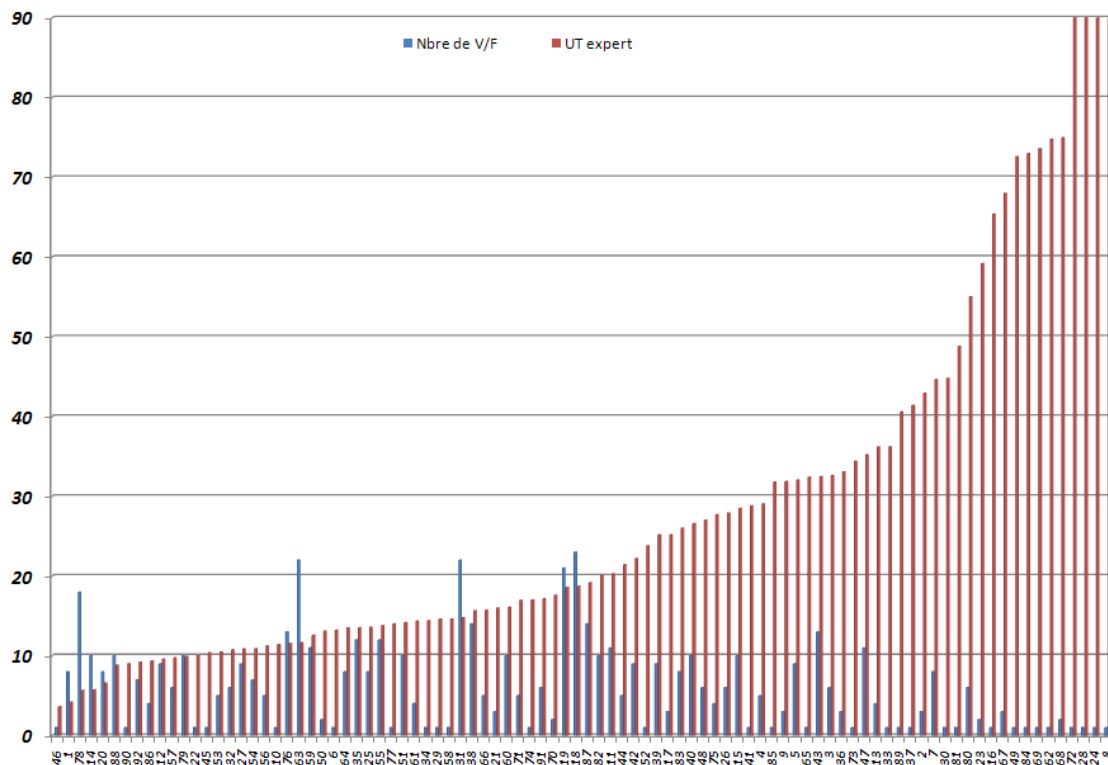


Figure 64 : Durée moyenne des UT et nombre de V/F de l'expert par exercice dans *Smao*

Nous n'avons pas représenté les quatre valeurs extrêmes des UT des exercices suivants car leurs valeurs sont très élevées, ce qui nuit à la lecture de la représentation graphique suivante.

Ces quatre UT extrêmes ont été obtenues pour les jeux, n° 72, 28, 24 et 8 dont les valeurs sont, respectivement, de 180,2 secondes, de 208 secondes, de 218,6 secondes et de 494,2 secondes. Nous constatons rapidement que les nombres de V/F, déterminé par le LTF, sont très variables tout au long de la réalisation des activités. La seule régularité visible concerne les activités possédant des UT de durées assez longues qui possèdent un nombre de V/F assez restreint : si la durée de l'UT est supérieure à 70 secondes, le nombre de V/F vaut 1 ou 2.

Sur l'ensemble du logiciel, en reprenant les mêmes catégories que pour les autres LTF, nous obtenons la répartition suivante.

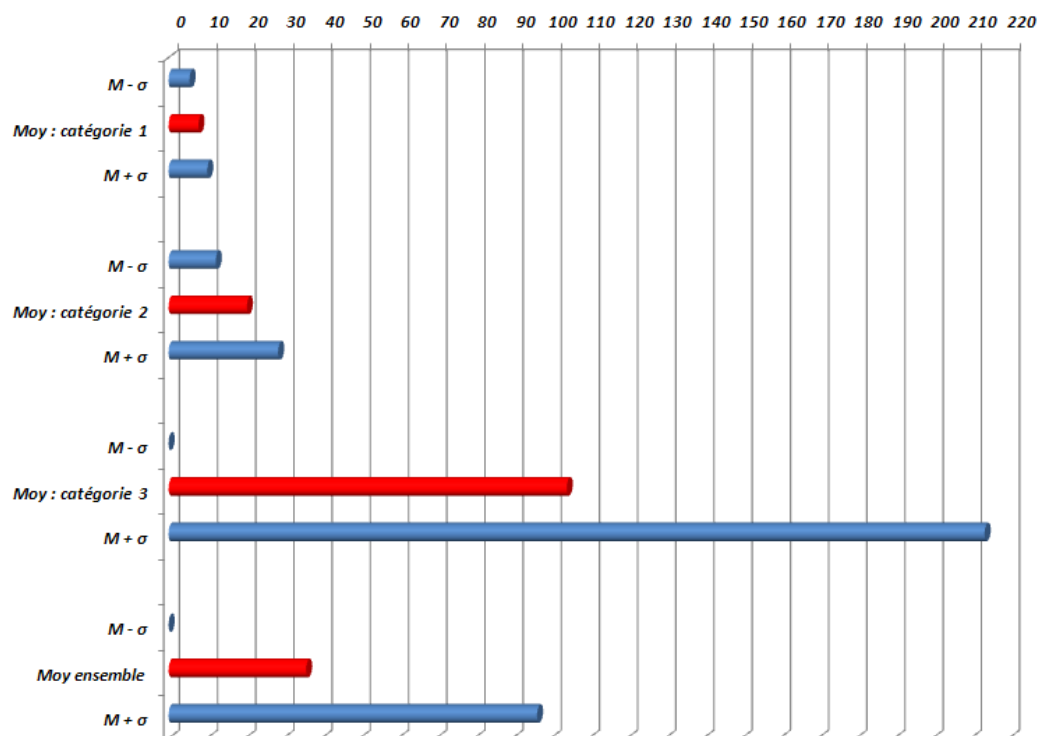


Figure 65 : Les moyennes des UT, en seconde, par catégorie dans *Smao*

Cette fois, la dispersion des durées des UT est assez importante sur l'ensemble du LTF *Smao* même si la grande majorité des activités possède une durée d'UT inférieure à 40 secondes. Mais le nombre d'activités dont la durée des UT est supérieure à 40 secondes est cette fois non négligeable. Il y en a d'ailleurs trois pour lesquelles le temps de réalisation de l'expert est de l'ordre de trois minutes et une pour laquelle le temps de réalisation de l'expert est de huit minutes. Nous pouvons imaginer que les UT élèves seront assez importantes pour ces quatre activités.

Mais, *Smao* est un LTF dont la structure prend en compte les différents moments de l'étude et qui différencie le travail de la technique, des activités d'étude et de recherche ainsi que les

moments d'institutionnalisation. De plus, un dernier type de moment est ajouté, qui est intitulé *Jeu*. Il peut être considéré comme un moment de travail de la technique même si la forme des activités est souvent plus originale que dans les autres types d'activités. Si nous analysons la durée des unités de travail et le nombre de V/F par type d'activité, nous retrouvons des données beaucoup plus semblables aux autres LTF en dehors des activités du type *Jeu*.

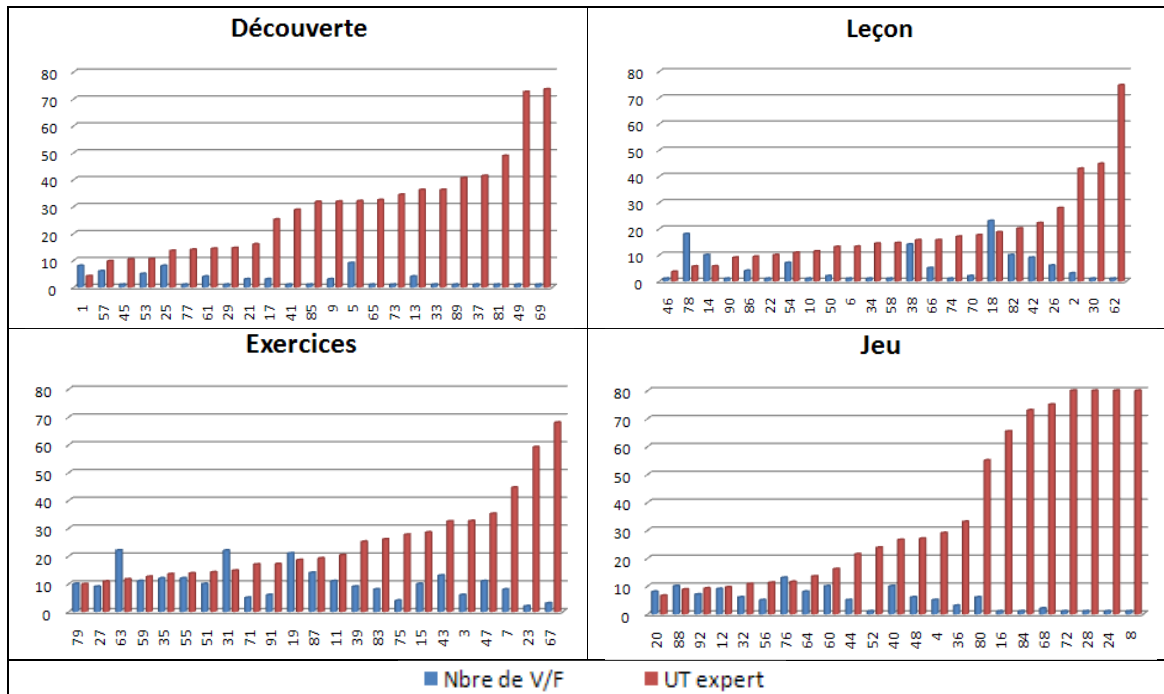


Figure 66 : Durée des UT de l'expert, en secondes, et nombre de V/F dans *Smao* par type d'activité

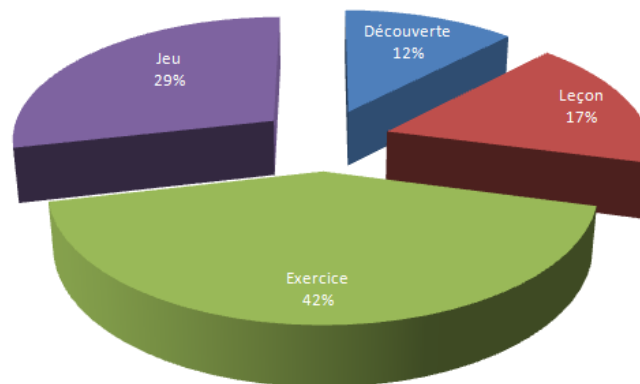


Figure 67 : Répartition du temps de l'expertise par type d'activité dans *Smao*

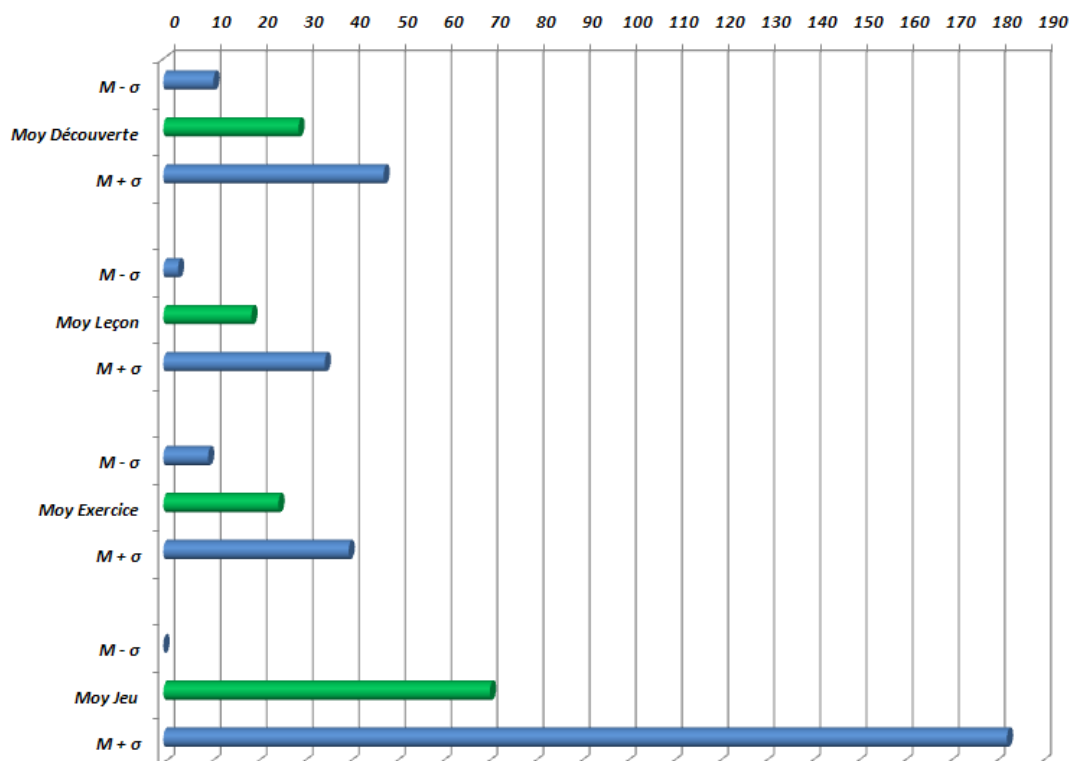


Figure 68 Les moyennes des UT, en seconde, par type d'activité dans *Smao*

Pour plus des deux tiers du LTF *Smao*, les moyennes des UT restent autour de 20 secondes. Il n'y a que dans la partie *Jeu* que cette moyenne est beaucoup plus importante et conduit à une très grande dispersion des valeurs.

e - Les Unités de Travail dans *Tdmaths*

Tdmaths est constitué de six chapitres divisés en 18 modules, eux-mêmes composés de 106 séries d'exercices. Le thème *Calcul numérique* représente la plus grande partie de *Tdmaths* niveau sixième avec 51 exercices sur les 106.

Seuls deux exercices possèdent une UT supérieure à la minute dans *Tdmaths*, les numéros 3 et 6 dont les UT moyennes sont respectivement de 61 et 92 secondes. Nous avons préféré ne pas les représenter en entier pour que le graphique soit lisible pour les valeurs de V/F qui ne dépassent pratiquement pas cinq. Ceci vient du fait que c'est, comme dans *Les Maths*, c'est facile, l'utilisateur qui décide du nombre d'activités qu'il va effectuer dans l'exercice. Nous avons choisi de faire le minimum d'activité pour être évalué et, en général, deux ou trois suffisent. Nous obtenons une répartition des UT assez compacte où la plupart des activités ont une durée moyenne d'UT inférieure à 40 secondes ; seuls 6 sur 106 ont une UT expert qui dépasse 40 secondes.

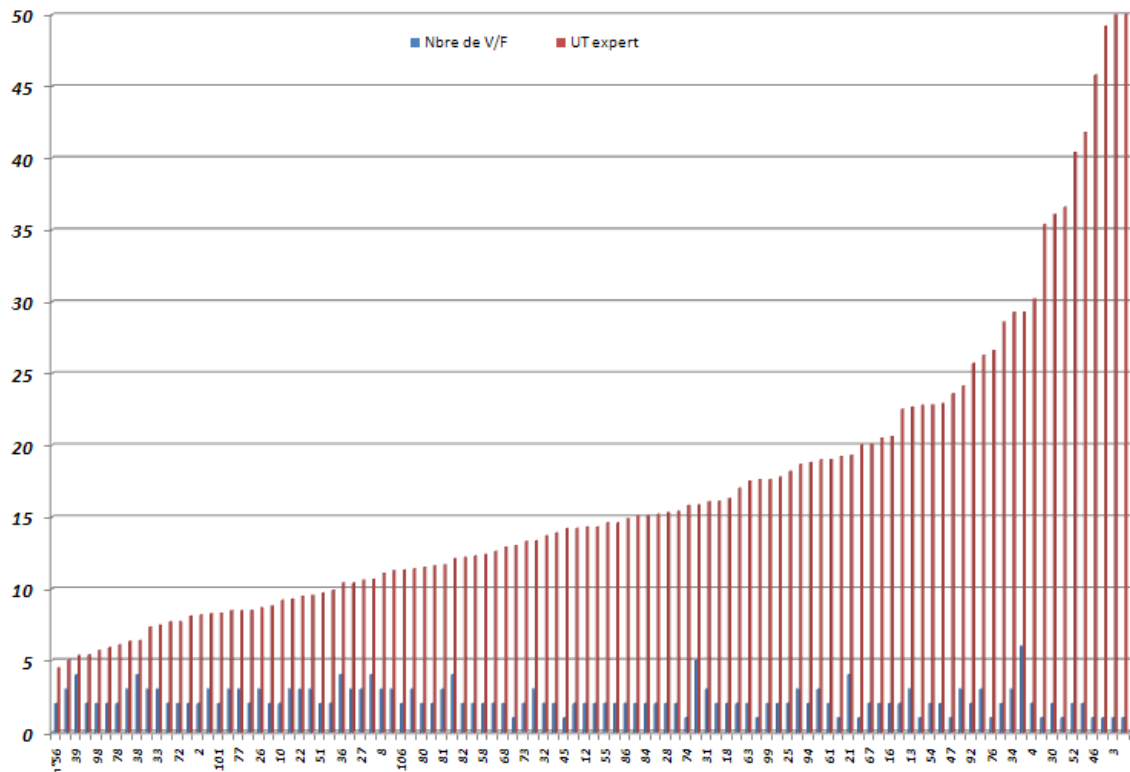


Figure 69 : Durée moyenne des UT et nombre de V/F par n° d'exercice dans *Tdmaths*

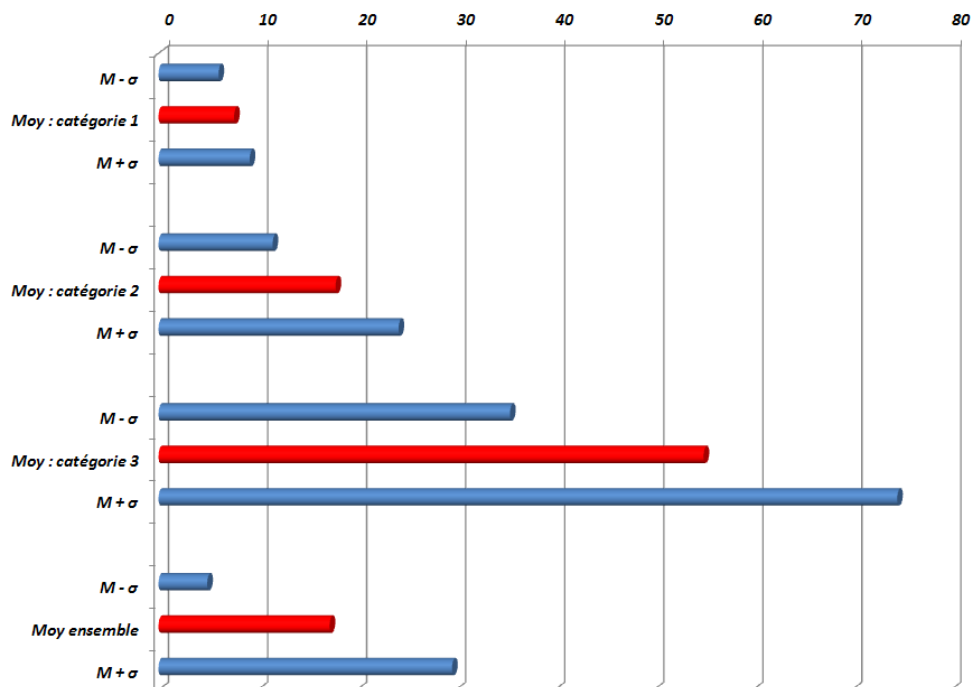


Figure 70 : Les moyennes des UT, en seconde, par catégorie dans *Tdmaths*

Maintenant que nous avons découvert les résultats de l'expertise des Logiciels Tuteurs Fermés en termes d'Unité de Travail, nous allons pouvoir aborder notre premier niveau de comparaison de ces quatre produits.

IV.2.2 - Comparaison des UT dans les quatre LTF

La première remarque concerne l'ensemble des Unités de Travail de l'expert. Nous en avons répertorié à peu près 1800 pour que l'expert réalise l'ensemble des quatre LTF. Sur l'ensemble des résultats, la durée moyenne de ces UT est approximativement de 24,7 secondes. La moyenne des moyennes par LTF n'est pas très différentes et vaut 23,75 secondes. Ce qui montre que les écarts des moyennes par LTF à la moyenne totale ne sont pas très importants. Nous avons remarqué dans nos analyses que la partie *Jeu* de *Smao* est assez singulière par rapport au reste du logiciel. En faisant les calculs de moyenne des UT par exercices et par moyenne nous trouvons les valeurs de 20,5 et 20,8 secondes. Nous garderons en tête que la valeur moyenne des Unités de Travail de l'expert pour l'ensemble des quatre LTF est de l'ordre de 20 secondes, hors la partie *Jeu* de *Smao*, c'est-à-dire pour 1700 UT de l'expert. Cette partie *Jeu* de *Smao* n'est effectivement en rien comparable à l'ensemble des exercices qui se trouve dans les trois autres logiciels comme nous aurons l'occasion de le constater dans le chapitre suivant.

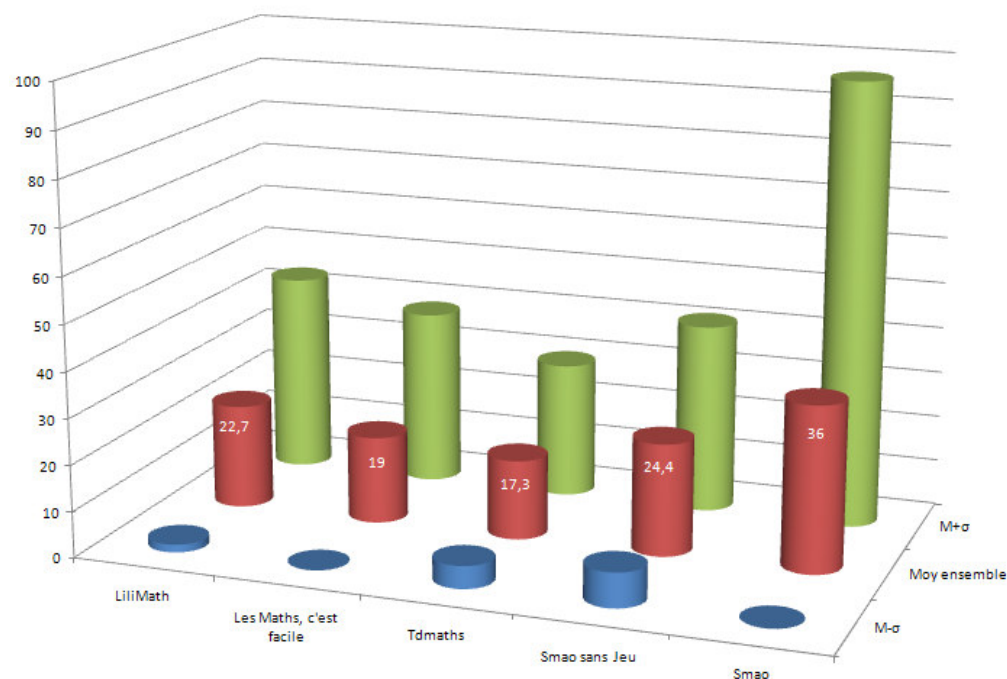


Figure 71 : Moyenne des durées des UT par LTF en secondes

Hormis quelques exercices, les durées moyennes des UT des quatre LTF, *Smao* sans Jeu, sont toujours dans l'intervalle $[M-\sigma ; M+\sigma]$, ce qui montre le peu de dispersion de ces durées. Ces calculs des valeurs moyennes des Unités de Travail de l'expert nous permettent de faire apparaître la valeur de 20 secondes autour de laquelle se situent l'ensemble des UT des quatre LTF. Nous pouvons ainsi définir la vitesse d'exécution des LTF, des chapitres ou des groupes d'exercices : certains peuvent être considérés comme assez rapides et d'autres comme assez lents.

Le graphique n° 72 qui nous montre la moyenne des durées des UT de l'expert par LTF donne un classement des quatre Logiciels Tuteurs Fermés. *Tdmaths* et *Les Maths, c'est facile* sont des LTF assez rapides avec une moyenne de 17,3 et 19 secondes par UT sur l'ensemble du logiciel. *LiliMath* est plus lent avec une moyenne de 22,7 et *Smao* est beaucoup plus lent si tout le logiciel est pris en compte avec une moyenne de 36 secondes par UT. Si la partie Jeu est exclue des calculs, *Smao* est assez comparable en vitesse à *LiliMath* avec une moyenne de 24,4 secondes. Ce premier calcul de moyenne nous dit que :

- ✓ *Tdmaths* et *Les Maths, c'est facile* sont rapides ;
- ✓ *LiliMath* est moyennement lent ;
- ✓ *Smao* est plutôt lent.

La deuxième série de remarques concerne la répartition des Unités de travail de l'expert en trois catégories : les UT très courtes de moins de 10 secondes, celles qui sont dans la moyenne et dont la durée se situe entre 10 et 40 secondes et, enfin, les UT plutôt longues dont la durée est supérieure à 40 secondes.

Les graphiques et tableaux qui suivent représentent la répartition des Unités de Travail de l'expert en fonction des catégories. Le premier graphique correspond au classement des exercices des LTF par catégorie d'UT : nous avons pour ce graphique calculé la moyenne des UT par exercice. Nous avons voulu aussi présenter les médianes de cette série pour les deux premières catégories. La troisième donne des résultats qui ne permettent aucune comparaison. Le troisième graphique correspond à la répartition du nombre total d'UT par catégorie et par LTF, indépendamment des exercices. La dernière série de graphique correspond à la répartition par catégorie mais cette fois en fonction du temps total de l'expertise dans la catégorie.

<i>Durée moyenne des UT en s</i>	<i>LiliMath</i>	<i>Les Maths, c'est facile</i>	<i>Smao</i>	<i>Tdmaths</i>
Catégorie 1 : $UT \in [0 ; 10[$	42%	28%	13%	26%
Catégorie 2 : $UT \in [10 ; 40[$	38%	69%	66%	68%
Catégorie 3 : $UT \in [40 ; +\infty[$	21%	3%	21%	6%

Tableau 49 : Répartition des LTF par durée moyenne des UT

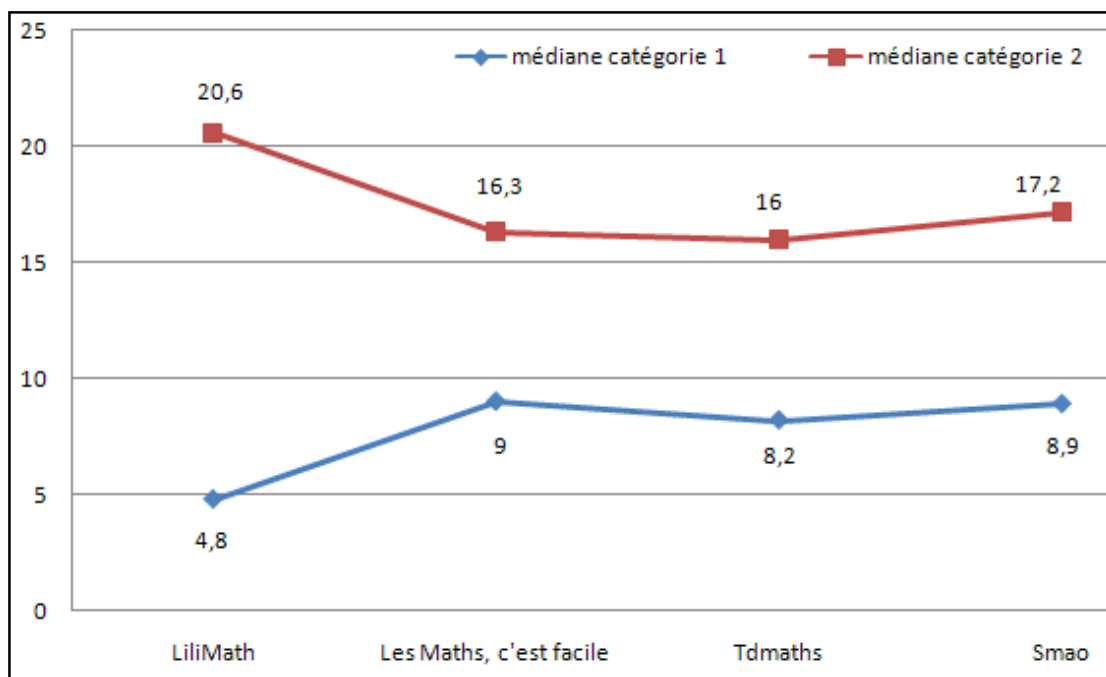


Figure 72 : Médianes des UT expert par exercices et par LTF pour les catégories 1 et 2

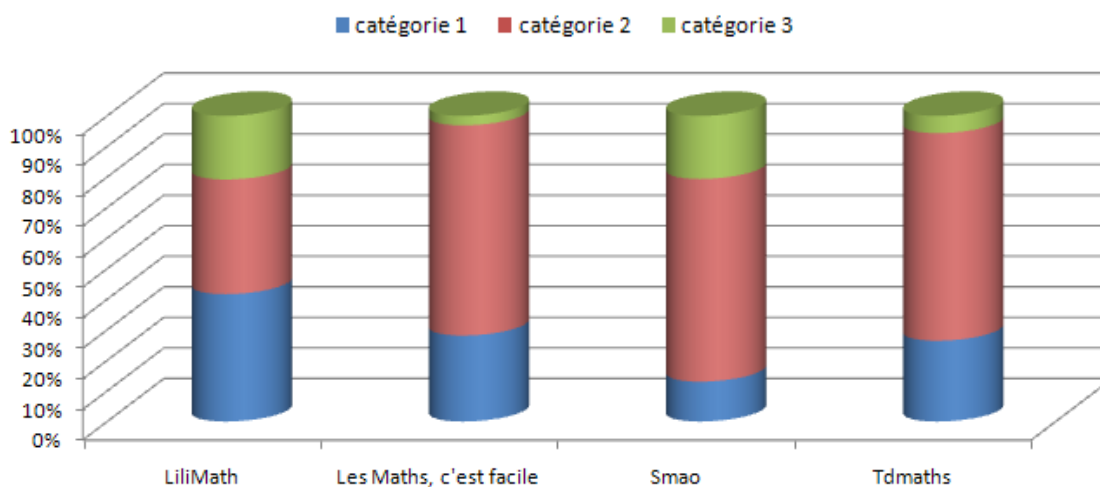


Figure 73 : Pourcentage d'exercices par catégories d'UT et par LTF

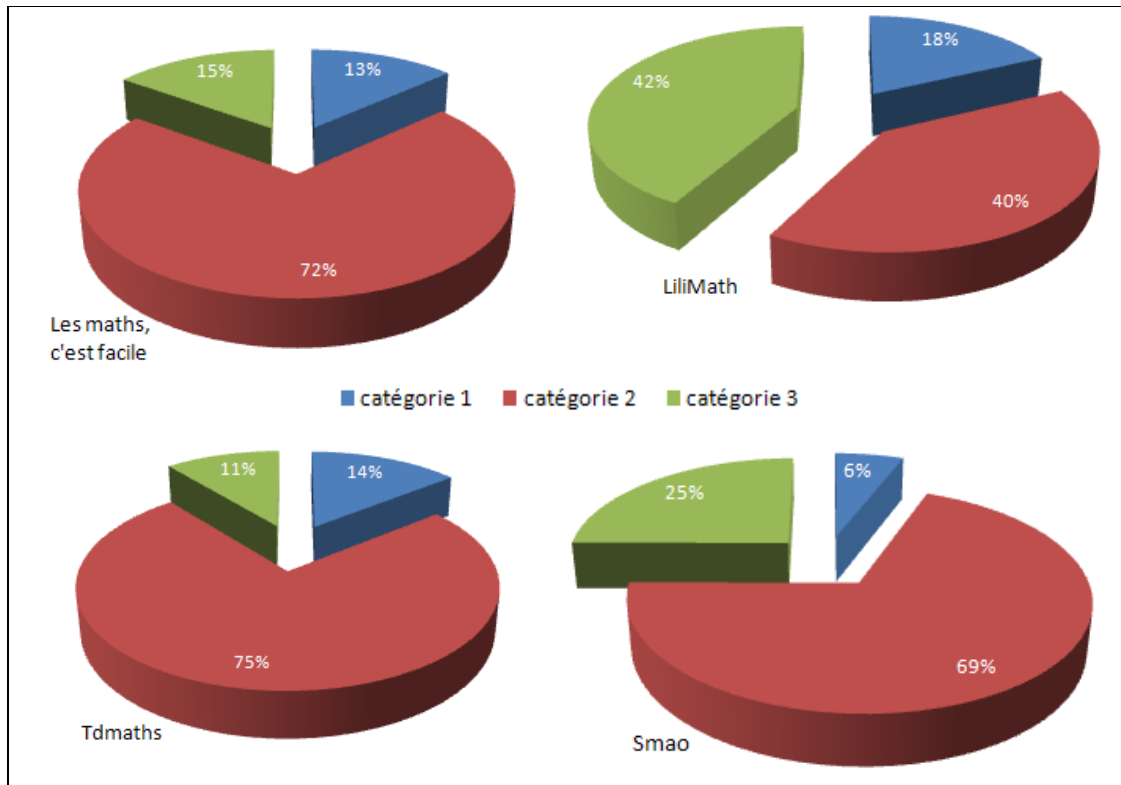


Figure 74 : Pourcentage du temps de l'expertise par catégorie et par LTF

Comme nous pouvions nous en douter, la vision exclusive des moyennes ne permet qu'une approche beaucoup trop partielle. La répartition des exercices par catégories d'UT fait évoluer ces premiers résultats vers une meilleure précision. Nous remarquons tout d'abord que trois des quatre LTF possèdent deux tiers de leurs exercices en catégorie 2, c'est-à-dire ceux dont la moyenne des UT par exercice est comprise entre 10 et 40 secondes. Seul *LiliMath*, ne possède qu'un peu plus du tiers de ses exercices dans cette catégorie. Le graphique des médianes des moyennes des UT par exercices et par LTF vient confirmer une certaine ressemblance des trois LTF *Smao*, *Tdmaths* et *Les Maths, c'est facile* par rapport à la répartition des exercices selon leur UT dans les catégories 1 et 2. En ajoutant à ces remarques la description des LTF à partir du nombre d'UT par catégorie, nous constatons une seule très bonne correspondance avec la répartition par exercice pour *Tdmaths*. Cela signifie que le LTF *Tdmaths*, fait correspondre assez précisément les UT et les exercices. C'est aussi le cas pour *Les Maths, c'est facile* même si une petite différence apparaît pour la catégorie 3. Par contre, la correspondance entre les deux graphiques n'est plus possible pour *Smao* et *LiliMath*. Pour *Smao*, la catégorie 3 est plus importante pour les exercices et moins importante pour les UT. Cela signifie comme nous l'avons déjà remarqué que les 19 exercices sur 92, qui font partie

de la catégorie 3, ne proposent que peu d'unités de travail avec des durées de réalisation beaucoup plus longues que dans le reste du logiciel.

Pour *LiliMath*, le tableau n°49 et les figures nous permettent de constater que si 42% des exercices font partie de la catégorie 1, 60% des UT font partie de cette même catégorie. Une grande partie de ce LTF est donc très rapide. Deux tiers de ce qui reste, des exercices comme des UT, font partie de la catégorie 2 et, un tiers de la catégorie 3. Aucune des trois catégories n'est négligeable et *LiliMath* ne ressemble à aucun des trois autres LTF en ce qui concerne la répartition par Unité de Travail.

Nous retrouvons cette particularité dans la dernière série de graphiques sur la répartition du temps de l'expertise par catégorie d'UT. *LiliMath* est le seul LTF dont le temps d'expertise dans la troisième catégorie est supérieur aux temps dans les deux autres catégories. *Tdmaths* et *Les Maths, c'est facile* sont encore une fois assez semblables et *Smao* fait passer deux fois plus de temps à l'expert dans la troisième catégorie que ces deux LTF et deux fois moins que *LiliMath*.

Finalement, nous pouvons dire que deux des quatre LTF sont assez semblables en terme d'Unité de Travail de l'expert : *Tdmaths* et *Les Maths, c'est facile*. Ils se caractérisent par une moyenne générale d'UT de moins de 20 secondes et par un nombre négligeable d'exercices, tout comme d'UT, faisant partie de la troisième catégorie c'est-à-dire dont la durée moyenne d'UT est supérieure à 40 secondes. Cela en fait des LTF très rapides où très peu d'exercices sont conçus avec une durée de travail entre deux interventions du logiciel supérieure à 40 secondes, dans le temps expert.

Comme les deux LTF précédents, *Smao* possède deux tiers de ses exercices, comme de ses UT, dans la deuxième catégorie où la moyenne des UT est comprise entre 10 et 40 secondes dans le temps expert. Mais, à la différence des autres, la part des activités faisant partie de la troisième catégorie est loin d'être négligeable : elle représente le quart de la durée de l'expertise et à peu près autant d'exercices. La dispersion des moyennes des UT montre que *Smao* est un logiciel qui propose une grande variété de type d'activité en termes de gestion du temps et d'interaction avec le logiciel. Il est très lent dans les exercices de la partie Jeu du logiciel et assez comparable aux autres dans les trois autres parties (voir figure 11). Dans l'ensemble, nous ne pouvons pas qualifier ce LTF de lent ou de rapide.

LiliMath est composé de deux parties bien distinctes : une très rapide qui concerne surtout le calcul avec une moyenne d'UT expert de l'ordre de 5 secondes et une autre partie plus comparable aux autres LTF, même si la catégorie 2 est équivalente à la catégorie 3, autant pour les exercices que pour les UT, à la différence des trois autres LTF. C'est un LTF très rapide dans sa première partie et assez lent dans sa deuxième. La séparation de ce LTF en deux parties se visualise assez simplement dans la figure n° 75.

Les Unités de Travail ont aussi été mesurées pendant l'expérimentation avec les élèves et nous allons présenter les résultats de ceux pour qui les captures nous ont apporté une vision plus précise des LTF.

IV.2.3 - Les Unités de Travail des élèves

Pour comparer les Unités de Travail de l'expert avec celles des élèves, nous avons défini le Facteur de l'Unité de Travail qui correspond au rapport de la durée de l'UT de l'élève sur la durée de l'UT de l'expert pour un exercice.

$$\text{Facteur Unité de Travail} = \text{FUT} = \frac{\text{Durée UT}_{\text{élève}}}{\text{Durée UT}_{\text{expert}}}$$

Avant d'analyser ce que nous apporte ce facteur, voici les données obtenues pendant l'expérimentation avec les élèves.

a - Les Maths, c'est facile

Un tiers des exercices a pu être utilisé pour analyser les captures des élèves pour ce LTF.

N° ex.	UT expert	UT Amel	UT Amel	UT Charlotte	UT Charlotte	FUT Amel	FUT Amel	FUT Charlotte	FUT Charlotte	N° ex.
8	29,9			48,8				1,63		8
9	115,6			192,1	48,4			1,66	0,42	9
10	12,4				17,5				1,41	10
11	29,6				59,5				2,01	11
15	8,4	19,4				2,32				15
17	15,9	64,4	13,9			4,05	0,87			17
18	19,6	99,1	68,7			5,05	3,50			18
21	20,8			40,3				1,94		21
24	8,9			21,8				2,46		24
Moyenne FUT Amel		3,16								
Moyenne FUT Charlotte		1,65								
Moyenne de tous les FUT		2,28								

Tableau 50 : UT et FUT des élèves dans *Les Maths, c'est facile*

b - Smao

Seul un cinquième des exercices a pu être capturé mais nous avons quelques séries d'activités assez caractéristiques de l'usage de *Smao* par les élèves qui sont analysées dans le prochain chapitre.

N° ex.	UT expert		UT Camille	UT Jules	UT François	UT William	UT William		FUT Camille	FUT Jules	FUT François	FUT William	FUT William	N° ex.
15	28,5			29,2						1,02				15
16	65,4			7,3						0,11				16
19	59,2			123,8						2,09				19
21	25,2			69,1						2,74				21
22	18,7			27,6						1,47				22
23	18,6			22,4						1,21				23
24	6,6			9,3						1,41				24
25	13,6			17,9						1,32				25
26	27,9			51,8						1,86				26
33	36,2		67						1,85					33
34	14,4		22,9						1,59					34
35	13,5			19,6		5,9	14			1,45		0,44	1,04	35
39	25,2				13,5						0,54			39
42	22,2				21,4						0,96			42
45	10,4		47,2						4,54					45
46	3,6		121,2						(33,67)					46
47	35,2		47,2						1,34					47
48	27,0		31,3						1,16					48
Moyenne du FUT des élèves														
Camille			Jules	François	William									
2,10			1,47	0,75	0,74									
Moyenne des FUT dans <i>Smao</i>														1,51

Tableau 51 : UT et FUT des élèves dans *Smao*

L'exercice n°46, qui possède un FUT de 33,67, est la leçon qui introduit la résolution de problèmes de l'exercice Problème, niveau supérieur. Ce nombre n'est pas comparable aux autres car l'expert a lu très rapidement les deux petits textes qui sont proposés pour apprendre à résoudre un problème, tandis que l'élève a passé une minute pour lire correctement chacun de ces deux textes. Cette partie du chapitre Problème va être étudiée en détail dans le chapitre suivant.

c - Tdmaths

Les captures de plus du tiers des exercices ont pu être conservées avec *Tdmaths* car c'est le LTF qui fut le plus facile à intégrer dans un environnement de capture vidéo.

N° exercice	UT expert	UT Léa	UT Léa	UT François	UT François	UT Camille	UT Camille	UT Arthur	UT Arthur	N° exercice	FUT Léa	FUT Léa	FUT François	FUT François	FUT Camille	FUT Camille	FUT Arthur	FUT Arthur	FUT exo	N° exo
1	8,8	57,4	16,1							1	6,5	1,8							4,18	1
2	8,2	28,1								2	3,4								3,43	2
3	61,0	338								3	5,5								5,54	3
4	30,2	12,5						11,9		4	0,4						0,4		0,40	4
5	22,9					140,1	70,7	19,2	152,4	5					6,1	3,1	0,8	6,7	4,17	5
7	8,5							14,4		7							1,7		1,70	7
8	11,1							8,8		8							0,8		0,80	8
9	15,2			20,4	15			12,7		9			1,3	1,0			0,8		1,05	9
10	9,2							10		10							1,1		1,09	10
11	24,1			11,7				3,9		11			0,5				0,2		0,48	11
24	12,1							35	33	24							2,9	2,7	2,81	24
31	16,1					19,4	38,4			31					1,2	2,4			1,80	31
32	13,7					12,7	8,8			32					0,9	0,6			0,78	32
33	7,5					20,9				33					2,8				2,80	33
34	29,3					54	28,1			34					1,8	1,0			1,40	34
35	11,4					44,5				35					3,9				3,90	35
36	10,4					24,6				36					2,4				2,37	36
43	20,0							22,4		43							1,1		1,12	43
44	36,6							35,8		44							1,0		0,98	44
45	14,2							28,7		45							2,0		2,02	45
46	45,8							50,4		46							1,1		1,10	46
47	23,6							34,7		47							1,5		1,47	47
49	22,8					34,9				49					1,5				1,53	49
50	14,2			25,3	11	26,7				50			1,8	0,8	1,9				1,48	50
51	9,7			8,4		36,2				51			0,9		3,7				2,30	51
52	40,4					232				52					5,7				5,74	52
54	22,8			178,1	61,9					54			7,8	2,7					5,26	54
55	14,6			15,3						55			1,0						1,05	55
56	4,5			4,7						56			1,0						1,04	56
57	7,7			20,5	14,1					57			2,7	1,8					2,25	57
60	17,6			50,9						60			2,9						2,89	60
63	17,5	29,3								63	1,7								1,67	63
64	15,1	89								64	5,9								5,89	64
65	17,8	41,8								65	2,3								2,35	65
66	13,0	43								66	3,3								3,31	66
71	5,4			6,3						71			1,2						1,17	71
74	15,8	108,8								74	6,9								6,89	74
75	16,1	131,8	43,2							75	8,2	2,7							5,43	75
76	26,6	77,7		49	65,3	64,5				76	2,9		1,8	2,5	2,4				2,41	76
103	11,3							16		103							1,4		1,42	103
106	11,3							16,9		106							1,5		1,50	106
	Léa	François	Camille	Arthur																
FUT	3,97	1,98	2,60	1,72																
Moyenne des FUT dans Tdmaths					2,50															

Tableau 52 : UT et FUT des élèves dans Tdmaths

Le nombre de captures est très important car elles sont souvent d'assez courte durée à la différence des deux autres LTF.

d - Le Facteur des Unités de Travail dans les LTF

La gestion du temps est au cœur de la réussite de la scolarité de tous les élèves : un bon élève est souvent celui qui sait gérer son temps pendant les devoirs, interrogations et autres examens ou concours en temps limité, comme nous rappelle Christine Pierrisnard-Robert :

On remarque que les élèves les plus performants scolairement, qui disposent de méta connaissances précises et maîtrisent bien leur « métier d'élève », ont tendance à accomplir les tâches prescrites rapidement, ce qui rejoint les présupposés des enseignants qui pensent généralement qu'un « bon élève » travaille vite et bien. (Pierrisnard-Robert, 1999, p. 9)

Rien n'échappe au chronomètre et la première phrase qu'un professeur entend de ces élèves en échec à un contrôle est trop souvent : « je n'ai pas eu le temps de finir » ! En dehors de ces moments, souvent fatidiques pour beaucoup d'élèves, peu de situations sont prévus dans l'institution principale pour apprendre à accélérer son rythme de travail, un des garants de la réussite, particulièrement en mathématiques. La recherche qu'a effectuée Christine Pierrisnard-Robert le confirme.

Il est particulièrement difficile et rare d'explicitier ce que l'on sait et ce que l'on fait du « temps » de l'activité scolaire. (Ibid., p. 8)

Le concept d'Unité de Travail, ou UT, dans un LTF nous apporte un outil qui permet de mesurer et d'aborder différemment ce « temps » de l'activité scolaire. Le temps où, pour être plus exact, les différents types de temps ne sont plus les mêmes que dans l'institution classique : le temps didactique, décidé et géré par l'enseignant et, le temps d'apprentissage, vécu par l'élève, ne sont pas exactement transposables dans le nouvel environnement institutionnel où l'élève travaille, seul, avec un LTF. Le temps didactique est intégré et programmé dans le LTF par les créateurs du logiciel mais l'élève est aussi acteur de la gestion de ce temps didactique. Il peut décider d'en récupérer la maîtrise, par exemple, en recommençant autant de fois qu'il le désire un exercice. Ceci conduit à penser que le temps de l'apprentissage, le temps didactique, le temps de l'activité, tous ces temps et leur appropriation par les élèves et le professeur ont besoin de multiples institutions pour s'exprimer plus efficacement.

Le temps scolaire fait fréquemment l'objet d'une utilisation « détournée ». Certains élèves n'entrent jamais dans l'activité proposée. Leur conduite se caractérise par une lenteur extrême ou par un empressement feint. L'élève déploie une activité confuse et inefficace pour faire mine de remplir « le contrat » dans le temps imparti, sans risquer de produire une réponse. (Ibid., p. 10)

La série d'exercices d'Arthur qui travaille avec *Tdmaths*, par exemple, peut très rapidement être un indicateur du type de travail que cet élève fournit ; le professeur peut réagir pour lui permettre d'entrer dans une attitude plus conforme à un apprentissage constructif.

<i>N° des exercices</i>	4	5	7	8	9	10	11
<i>FUT d'Arthur</i>	0,4	0,8	1,7	0,8	0,8	1,1	0,2

Tableau 53 : Cas des Facteurs d'UT pour un élève dans *Tdmaths*

En effet la plupart des facteurs de ses unités de travail sont inférieur ou très proche de 1, la référence de l'UT de l'expert. Cela peut signifier que la réalisation des exercices a été beaucoup trop rapide pour être efficace. Nous en avons d'ailleurs la confirmation en allant vérifier le déroulement des exercices avec, par exemple, les n°4 et n°5.

Start Time	Behavior	Modifieur 1	Modifieur 2	End Time	Duration	Comment
0	M5			11,9	11,9	4
4,8	M6	vrai/faux	QCM	4,8	0	erreur
11,9	Manip			14,1	2,2	
14,1	M5			33,3	19,2	5
30,1	M6	vrai/faux	Case	30,1	0	2 cases et erreur
33,3	Manip			78	44,7	

Tableau 54 : Déroulement des exercices 4 et 5 dans *Tdmaths* par un élève

Nous constatons que l'élève a essayé une activité dans chaque exercice, a commis une erreur et a changé d'exercice sans essayer à nouveau. L'exercice 11 n'a donné lieu à aucune réponse de la part de l'élève.

La forme des exercices 8 et 9 explique la rapidité avec laquelle ils ont été réalisés par cet élève, même si la réussite est très bonne.

Trouve la bonne écriture fractionnaire du résultat de cette division :

$69 \div 29$

$\frac{69}{29}$

$\frac{29}{69}$

$\frac{69}{69}$

Choisis des nombres et place-les correctement :

1

=

1

÷

1

Figure 75 : Exercices 8 et 9 de *Tdmaths* réalisés par Arthur

★★★★	Quelle est la bonne écriture ?	
★★★★	Ecrire un décimal en fraction	
Exercices évalués :		
★	Nunérateur ou dénominateur	Score : 10/10 3 essais réalisés
★	Ecrire une division en fraction	Score : 10/10 3 essais réalisés
★★	Ecrire une fraction en division	Score : 10/10 2 essais réalisés
★★	Ecrire un entier en fraction	Score : 10/10 3 essais réalisés

Figure 76 : Taux de réussite d'Arthur des exercices 7, 8, 9 et 10 dans *Tdmaths*

Le facteur d'UT est donc un indicateur qui nous permet de reconnaître les activités auxquelles il faut s'intéresser pour comprendre la façon dont l'élève gère son temps. Par exemple, les valeurs moyennes de ces facteurs d'UT nous montrent qu'Arthur est un élève qui travaille plutôt rapidement tandis que Léa prend beaucoup plus son temps pour répondre. Nous reviendrons sur le travail de ces élèves dans l'analyse didactique ce qui nous donnera l'occasion de revenir sur ce facteur d'UT des élèves.

	Moyenne des FUT pour les 3 LTF	Arthur	Léa
M-σ	0,51	1,7	4
M	2,26		
M+σ	4,01		
Moyenne des FUT supérieurs à 1	2,64		

Tableau 55 : Valeur moyenne des facteurs d'UT dans les LTF

Le facteur des Unités de Travail des élèves est finalement pour nous un outil qui nous permet de nous concentrer sur certaines parties du travail des élèves grâce à cet indicateur sur le temps de travail. A partir d'un référentiel obtenu par l'expertise des LTF, nous pouvons définir une durée optimale de l'Unité de Travail par exercice et par LTF. Dès que le Facteur de l'UT d'un élève s'écarte trop de la valeur moyenne, une analyse est nécessaire. Ce qui ne signifie pas bien entendu qu'une valeur moyenne proche de la valeur standard soit un indice suffisant. A partir de ces valeurs moyennes, nous pourrions imaginer un système qui attribue à

chaque élève une suite de FUT par type exercice au fur et à mesure que cet élève avance dans le LTF. Cela fait partie des perspectives que nous envisageons et que nous détaillerons en fin de travail. Poursuivons notre découverte des LTF avec la description de l'évaluation des élèves par les quatre logiciels.

IV.3 - L'évaluation

Comme nous venons de le constater, l'évaluation rythme l'usage des LTF et, pratiquement, pas une minute ne passe sans qu'un logiciel ne donne une indication sur le travail de l'élève. Avant de comparer les quatre LTF par rapport à ce que chacun d'eux conserve de l'évaluation du travail de l'élève, décelons les formes de réponses auxquelles les élèves ont accès pour indiquer au logiciel leurs résultats.

IV.3.1 - La forme des réponses

Quatre formes sont proposées aux élèves pour répondre aux questions du tutoriel : les QCM, les RCM, les Cases et les Manipulations.

Le questionnaire à choix multiple, ou QCM, propose deux, trois ou quatre réponses possibles que l'élève doit cocher avec sa souris. La représentation à choix multiple, ou RCM, est du même type que le QCM puisque seul un nombre restreint de réponses est possible, mais un nombre souvent plus important que dans le cas d'un QCM. Dans un RCM, l'utilisateur manipule à l'écran les données nécessaires pour indiquer sa réponse. Il ne se contente pas de cocher une case avec sa souris. Son activité est ainsi légèrement plus conséquente que dans le cas d'un QCM. Les réponses du type Manipulations proposent des réponses plus ou moins ouvertes. L'ensemble des résultats possibles est en général assez explicite. C'est le cas par exemple lorsque l'élève doit choisir un nombre en cliquant sur un point d'un axe dont l'abscisse correspond à ce nombre recherché. L'ensemble des solutions est dans ce cas un intervalle de nombres, décimaux en sixième. Le nombre de solutions possibles est bien plus important que dans le cas d'un QCM ou d'une RCM. La dernière forme proposée pour indiquer les résultats et, de loin, la plus nombreuse, est la Case. L'apprenant doit fournir dans des cases vides les réponses au problème posé. Ce sont des formes de réponses ouvertes où l'élève doit écrire son résultat en lettres ou en chiffres.

Pour l'ensemble des quatre LTF, la répartition des formes des réponses n'est pas composée, exclusivement de QCM qui pourraient se faire exactement de la même façon avec du papier

et un crayon. La très grande majorité des réponses que les élèves doivent donner sont ouvertes ou semi-ouvertes.

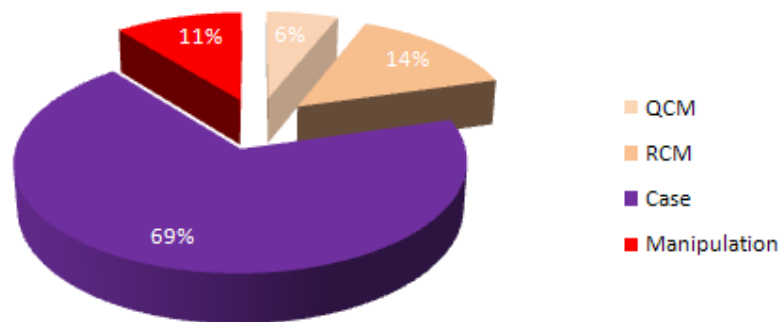


Figure 77 : Pourcentage des formes de réponses dans l'ensemble des LTF

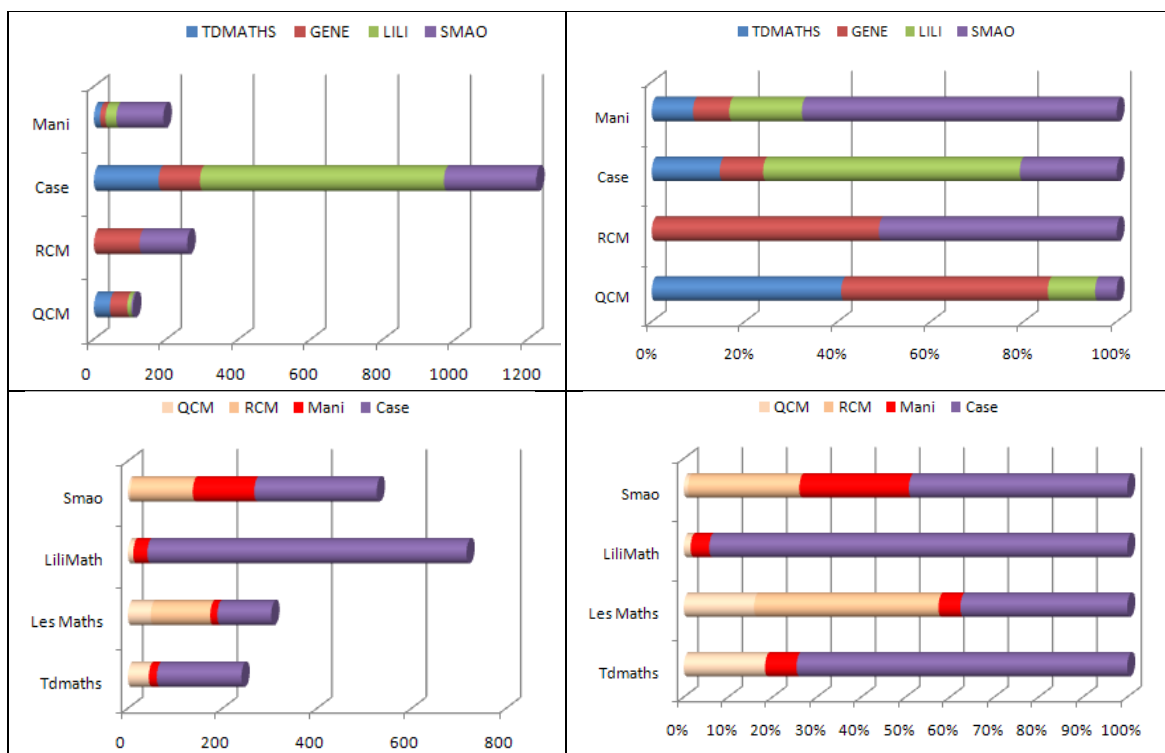


Figure 78 : Les formes des réponses par LTF en nombre de réponses et en pourcentage

La répartition des types de réponses possibles pour l'ensemble des quatre LTF nous permet de constater que les questions ayant un ensemble de réponses assez vaste, représentent les trois quart des possibilités. Lorsque nous regardons les résultats par LTF, nous constatons qu'un seul d'entre eux, *Les Maths, c'est facile*, dépasse la barre des 50% de réponses du type QCM et RCM. Les réponses ouvertes ou semi-ouvertes sont donc largement majoritaires pour les LTF de notre étude.

IV.3.2 - Les résultats de l'évaluation du travail des élèves par LTF

Chaque LTF propose un module pour conserver les résultats du travail effectué par l'élève et nous allons constater que les différences entre ces outils sont très importantes.

a - Les Maths, c'est facile

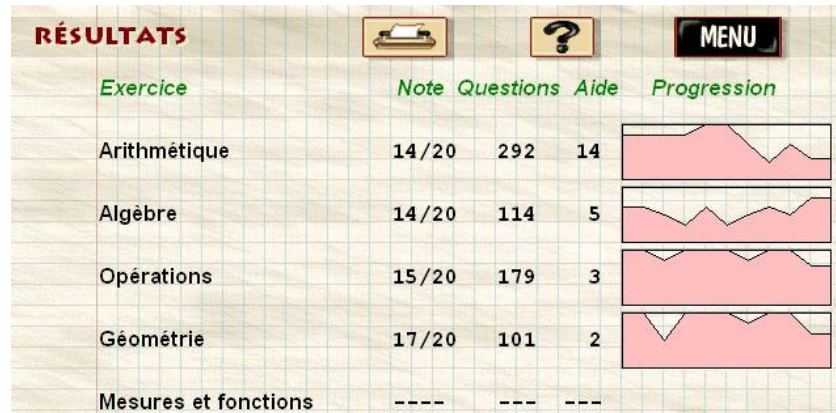


Figure 79 : Évaluation d'un groupe de deux élèves travaillant avec *Les Maths, c'est facile*

Amel et Indiana ont travaillé pendant toute l'expérimentation à deux avec un unique code d'accès et elles ne possèdent donc qu'un unique fichier où apparaissent les résultats de leur travail. La colonne Exercice dans le bilan correspond en fait à l'intitulé du chapitre dont fait partie l'exercice qui a été évalué. Celui-ci n'apparaît d'ailleurs pas dans ce bilan. La colonne Questions correspond aux nombres d'activités dans les exercices. Il n'est donc pas possible de savoir quels sont les exercices qui ont été réellement exécutés par ces élèves. L'ensemble de l'expertise correspond à 303 questions pour l'ensemble des trois parties Arithmétique, Algèbre et Opérations. Il est impossible de savoir à quoi correspondent les 585 questions auxquelles ont répondu ces deux élèves : les répétitions ne sont pas visibles. Le nombre d'aides correspond au nombre de fois où les élèves ont cliqué sur l'aide en bas leur écran et ont ainsi perdu quelques points dans leur évaluation. Le graphique de progression pourrait être intéressant à utiliser si des explications étaient présentes, mais ce n'est pas le cas et, nous pouvons conclure que le bilan évaluatif des élèves n'est pas utilisable dans ce LTF. Cette simplification extrême du bilan de travail des élèves est, en regard des conditions d'existence d'une institution, et, notamment au niveau de la légitimité, un handicap certain pour ce LTF. Nous reviendrons sur cette remarque dans le dernier chapitre de notre travail.

b - LiliMath

Voici l'ensemble des résultats qu'a obtenu Hassine qui a travaillé avec *LiliMath* pendant la dizaine de séances de l'expérimentation.

Thème	Programme	Nb Essais	Résultat
1 addsous1	PROBLEME	1	100
2 addsous2	PROBLEME	1	96
3 muldiv1	PROBLEME	2	94
4 muldiv2	PROBLEME	1	100
5 quetrop1	PROBLEME	1	60
6 ADDI1	MENTA	1	100
7 SOUS1	MENTA	1	97
8 MULT1	MENTA	1	100
9 DIV1	MENTA	1	100
10 MEL1	MENTA	1	97
11 OPER	DEDALE	1	73
12 ADDI2	MENTA	1	100

13 SOUS2	MENTA	2	83
14 CHEQUE	MENTA	2	94
15 DECIME	MENTA	1	86
16 DECIP1	MENTA	1	69
17 MULT2	MENTA	1	87
18 Horizont	Symétrie	1	37
19 sauciss	LITERAL	1	21
20 Facile	PTHESE	1	88
21 Moyen	PTHESE	4	28
22	METRE	1	100
23 Fig0	AIRE	1	98
24 Fig1	AIRE	1	90
25	CARREAUX	1	29

Figure 80 : Évaluation du travail d'une élève dans *LiliMath*

Cinq données décrivent le travail de l'élève dans le module de gestion des résultats des élèves dans *LiliMath* : l'ordre des exercices effectués, le thème, le programme, le nombre d'essais et un résultat. La correspondance entre les chapitres et les colonnes Thème et Programme doit être retrouvée avec le nom des fichiers de chaque exercice dans le programme du logiciel car les abréviations ne correspondent pas toujours aux titres des exercices ; ce qui ne facilite pas la lecture des résultats. La dernière donnée est la valeur en pourcentage du meilleur résultat de l'élève aux exercices qui ont été tentés. Pour vérifier ce que représente le travail de cette élève, le tableau n° 56 décrit le temps de l'expertise des exercices qu'a réalisés Hassine.

Ordre de réalisation des exercices	N° des exercices	Temps de réalisation de l'expert	Nombre d'exercices réalisés par l'expert	Temps expert total
1	1	174,33	1	174,33
2	2	120,86	1	120,86
3	3	191	2	382
4	4	157,37	1	157,37
5	5	472,54	1	472,54
6	16	46,4	1	46,4
7	17	42,64	1	42,64
8	18	47,53	1	47,53
9	19	44	1	44
10	20	48,63	1	48,63
11	21	14,7	1	14,7
12	22	84,53	1	84,53
13	23	148,04	2	296,08
17	24	157,64	1	157,64
20	27	212,13	1	212,13
14	28	459,6	2	919,2
15	30	285,6	1	285,6
			Total expert (s)	3506,18

Tableau 56 : Temps de réalisation de l'expert des exercices de Hassine

Cette élève a réalisé 31 exercices dont 25 différents durant la dizaine de séances où elle a travaillé avec *LiliMath*. Seuls 17 exercices font partie de notre protocole d'analyse et

concernent la partie numérique de la classe de sixième. Ces exercices représentent, les deux tiers du nombre total d'exercices qu'a réalisé l'élève. En comptant une cinquantaine de minutes par séance, cela représente 6 séances à peu près, et un ordre de grandeur de 18 000 secondes qui sont à la disposition de l'élève pour réaliser ces 20 exercices.

Le temps réel de réalisation de ces 20 exercices par l'expert est de 3506 secondes. Nous avons constaté que les Facteurs des Unités de Travail, FUT, sont en général compris entre 2 et 5. Nous pouvons envisager que le temps strict de réalisation de ces 20 exercices par l'élève est situé entre 7000 et 17 000 secondes. Cela correspond bien à l'ordre de grandeur de 18 000 secondes en sachant que ce dernier doit prendre en compte le temps de manipulation et tout le temps que l'élève ne passe pas à travailler sur le LTF.

Sa note moyenne sur ces 25 exercices est de 81% de réussite. Les exercices qui lui ont posé le plus de difficultés font partie du niveau cinquième du logiciel : le calcul littéral et les parenthèses 2. Les exercices faisant partie du Calcul mental ont été particulièrement bien réussis avec un taux de réussite de 90% pour les 9 exercices de la série qui ont été tentés sur les 9 possibles. Cette élève a réalisé 17 exercices de la partie numérique sixième, 5 de la partie géométrie sixième et 3 de la partie cinquième.

La méthode de calcul de la note à un exercice est assez difficile à prévoir en fonction des erreurs commises. Par exemple, les exercices n°2 et n°3 ont valu à l'expert une note de 90% après avoir fait une erreur parmi les dix questions : 10% en moins dans la note par erreur. Mais l'exercice n°5, avec encore 10 questions et deux erreurs a finalement donné une note de 96% de réussite et l'exercice 24 avec 20 questions et une erreur a donné 97%⁶⁰.

Même si l'aspect temporel du travail de l'élève au cours des séances n'apparaît pas dans ce bilan, il est possible d'en extraire une vision générale des activités de l'élève avec le LTF *LiliMath* sur l'ensemble de l'expérimentation. Un bulletin de note mensuel de collège ne donne, par exemple, pas autant de détail sur l'intitulé des thèmes travaillés par l'élève.

c - Smao

Une partie de ce LTF est consacrée à la gestion des élèves et n'est accessible qu'au professeur. Le menu Élève donne accès au bilan du travail de l'élève.

⁶⁰ Nous rappelons que l'ensemble de l'expertise est présent en annexe.

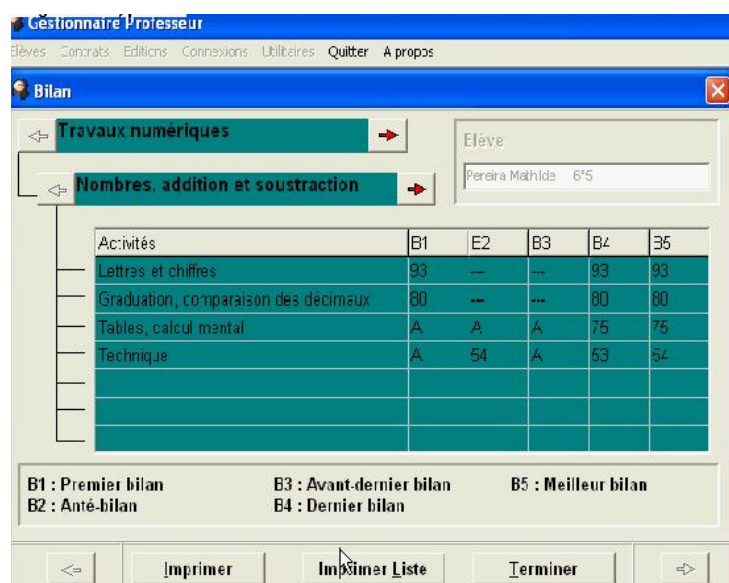


Figure 81 : Évaluation du travail de Mathilde dans *Smao*

Les résultats sont proposés par chapitre et les élèves ont accès en imprimant au bilan de l'ensemble de leur travail où la date d'impression est indiquée. Par exemple, en fin d'expérimentation, la liste complète des résultats de Mathilde est du type de celle qui est proposée dans le tableau n° 57.

<i>Chapitres</i>	<i>Exercices</i>	<i>B1</i>	<i>B2</i>	<i>B3</i>	<i>B4</i>	<i>B5</i>
		<i>1</i>	<i>n-2</i>	<i>n-1</i>	<i>n</i>	<i>M</i>
Addition et soustraction	Lettres et chiffres	93			100	100
	Graduation, comparaison des décimaux	80		80	55	80
	Tables, calcul mental	A	A	75	84	84
	Technique	A	54	A	53	54
Multiplication et division	Tables de multiplication, calcul mental	85			85	85
	Technique de la multiplication	83			83	83
	Tables de division, caractères de divisibilité	A		A	89	89
	Technique de la division	15	48	88	68	88
	Expressions numériques	0	68	58	87	87
Problèmes	1 opération	A		A	47	47
	2 opérations					
	Niveau supérieur	A			A	
Fractions	Fraction d'une figure					
	Fraction d'un nombre	32			32	32
	Fractions égales					
	Pourcentages	A			A	
Périmètres, aires	Calcul de périmètres	A		A	81	81

Tableau 57 : Ensemble des résultats de Mathilde pendant l'expérimentation avec *Smao*

Nous devons préciser que seule la partie Exercice est évaluée par un nombre sous forme d'un pourcentage qui est enregistré par le tutoriel. De nombreuses activités des Jeux sont aussi évaluées dans *Smao* mais le résultat n'apparaît qu'à la fin du jeu et n'est pas enregistré. Il faut avoir réalisé au moins une fois la Découverte et la Leçon pour obtenir une note à l'Exercice qui fait suite. Les « A » qui apparaissent dans le tableau correspondent aux abandons en cours de réalisation de l'Exercice. L'aspect opaque du mode de calcul des résultats chiffrés est, là encore, très important. Il faut noter que la dernière version de *Smao* 6, version 3, propose, à l'écran, une fraction qui permet de suivre le nombre de questions auxquelles l'élève a répondu et le nombre de réponses correctes. Nous détaillons ce mode de calcul des notes des élèves dans l'analyse détaillée de l'exercice n°47 dans le chapitre suivant.

Un peu comme dans *LiliMath*, le bilan de l'élève donne accès aux chapitres et aux exercices qui ont été réalisés par les élèves sans référence au temps : date ou durée de réalisation. Le nombre de fois où a été tenté l'exercice apparaît aussi ainsi qu'une hiérarchisation des bilans par exercice. Les colonnes n, n-1 et n-2 indiquent les trois derniers résultats, la colonne 1, le premier résultat et la colonne M, le meilleur résultat.

Le bilan de l'ensemble du travail de cette élève pendant l'expérimentation nous permet d'avancer les remarques suivantes :

- ✓ Mathilde a travaillé dans cinq chapitres, un de géométrie et quatre dans le numérique ;
- ✓ elle a réalisé entièrement les deux premiers chapitres, Addition et soustraction, Multiplication et division ;
- ✓ elle n'a réalisé que trois activités en dehors des deux premiers chapitres ;
- ✓ elle a réalisé 12 activités sur les 23 possibles ;
- ✓ elle a recommencé certaines de ces activités pour, au final, obtenir 21 notes distinctes.

La représentation graphique suivante, créée avec les résultats du tableau précédent, nous montre les progrès de Mathilde dans la réalisation de deux activités. Nous pouvons par exemple constater que la technique de la division ne semble pas encore parfaitement assimilée car le dernier résultat est en baisse par rapport à l'avant dernier. Mais la volonté de réussir semble bien présente vu le nombre de fois où les activités ont été tentées. Nous avons ici accès à une nouveauté qui fait partie des spécificités de ce LTF à la différence d'institutions plus classique où l'automatisation du suivi des progrès des élèves n'a jamais été envisagée.

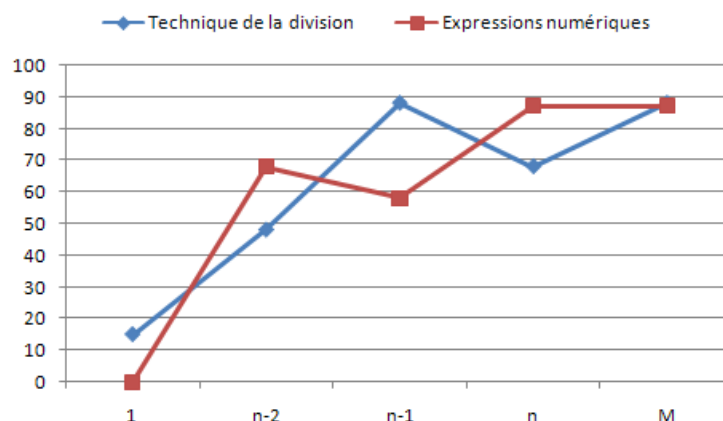


Figure 82 : Visualisation des progrès de Mathilde à partir des résultats dans *Smao*

Travaux numériques		Classe					
Multiplication et division		6					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
Moyenne	80	100	79.5				
Maximum	80	100	89				
Minimum	80	100	70				
lolo	----	100	89	----	----	----	----
yacin	80	----	70	----	----	----	----
A1 : Tables de multiplication, calcul mental A2 : Technique de la multiplication A3 : Tables de division, caractères de divisibilité							
Imprimer		Meilleur bilan			Terminer		

Figure 83 : Bilan par classe

Une autre différence avec *LiliMath*, provient de la possibilité de comparer le travail de l'élève avec celui de ceux qui travaillent sur la même machine, ou avec tous les élèves d'une classe si le système fonctionne en réseau, ce qui ne fut pas notre cas dans l'expérimentation. C'est un aspect qui doit être pris en considération dès que la réalité sociale est visée car la comparaison des notes d'un élève avec un groupe le place, de fait, dans une relation sociale avec les autres membres de ce groupe.

d - Tdmaths

Comme dans *Smao*, une partie du LTF *Tdmaths* est consacrée à la gestion des élèves et de leurs résultats. Nous avons reproduit dans les tableaux et graphiques qui suivent les résultats auxquels *Tdmaths* donne accès. Le premier type de résultats concerne l'historique complet du

travail de l'élève. Nous présentons l'ensemble du travail de Léa qui a utilisé *Tdmaths* pendant toutes les séances de l'expérimentation.

<i>Dates des Séances</i>	<i>Tps en min</i>	<i>Chapitre</i>	<i>Nombre d'exercices tentés</i>	<i>Nombre d'exercices réussis</i>	<i>Pourcentage d'acquisition à la fin de la consultation</i>	<i>Etat du chapitre à la fin de la consultation</i>
jeudi 10 juin à 11:21	38	Priorités	24	17	70%	Validé
jeudi 3 juin à 11:08	51		32	21	65%	Validé
jeudi 27 mai à 11 :56	2		3	0	49%	Validé
jeudi 27 mai à 11h24	31		67	47	51%	Validé
jeudi 27 mai à 11:06	17	Calcul mental 1	16	14	100%	Validé
jeudi 13 mai à 11:29	30		8	7	38%	Validé
jeudi 13 mai à 11:09	19		6	3	10%	Non significatif
jeudi 8 avril à 11:09	50	Division euclidienne	80	55	66%	Validé
jeudi 1 avril à 11:05	54	Tables	13	4	86%	Validé
jeudi 18 mars à 11:09	47		31	20	69%	Validé
jeudi 12 février à 11:14	43	Les 4 Opérations	62	26	58%	Validé
jeudi 5 février à 11:12	45	Entiers et décimaux	15	8	56%	Validé
jeudi 29 janvier à 11:21	35		30	26	37%	Validé

Tableau 58 : Historique du travail de Léa dans *Tdmaths*

Le temps prend, comme on peut le constater, une importance non négligeable à travers les dates des activités, de l'heure de début du travail de l'élève et de la durée de travail sur un chapitre. Les chapitres sont juste énoncés sans aucune précision sur le thème auxquels ils appartiennent ou sur le niveau d'étude dans lequel ces chapitres se trouvent. Dans le tableau, les cinq chapitres Calcul mental 1, Division euclidienne, Tables, Les 4 Opérations et Entiers et décimaux font tous partie du thème Calcul Numérique, et ce n'est indiqué que dans le bilan suivant sur l'ensemble du travail de l'élève. Il n'est indiqué nulle part que le chapitre Priorité fait partie du niveau cinquième.

Thème	Chapitre	Notes
Calcul numérique Pourcentage d'acquisition: 73% 55% exploré	Entiers et décimaux	56 %
	Les 4 Opérations	58 %
	Tables	86 %
	Division euclidienne	66 %
	Calcul mental 1	100 %
Temps total d'utilisation de <i>Tdmaths</i>	7 heures 53 minutes	

Tableau 59 : Bilan du travail de Léa dans *Tdmaths* pendant l'expérimentation

Comme dans les autres LTF, il n'est pas possible de savoir comment, à partir des erreurs de l'élève, la note finale est attribuée. D'autant plus que dans ce logiciel, la note finale est indiquée par chapitre et non par exercice comme l'élève peut le lire à chacune des étapes de son travail. Il est juste indiqué qu'un exercice avec plus d'étoiles donne plus de points pour la salle ou le chapitre.

Tdmaths permet de conserver le nombre d'essais qui ont été réalisées par exercice. Voici l'exemple des résultats de Léa en début et en fin de séance, le 27 mai 2004 dans le chapitre Calcul mental 1.

Exercices jamais tentés :	Exercices jamais tentés :
<p>*** <u>Produit de 4 facteurs</u></p> <p>*** <u>Addition chronométrée</u></p> <p>*** <u>Produit chronométré</u></p>	<p>*** <u>Produit chronométré</u></p>
Exercices évalués :	Exercices évalués :
<p>*** <u>Addition de 4 termes</u> Score : 9/10 2 essais réalisés</p> <p>* <u>Addition de 3 termes</u> Score : 10/10 7 essais réalisés</p> <p>* <u>Produit de 3 facteurs</u> Score : 10/10 5 essais réalisés</p>	<p>* <u>Addition de 3 termes</u> Score : 10/10 7 essais réalisés</p> <p>* <u>Produit de 3 facteurs</u> Score : 10/10 5 essais réalisés</p> <p>*** <u>Addition de 4 termes</u> Score : 10/10 6 essais réalisés</p> <p>*** <u>Produit de 4 facteurs</u> Score : 10/10 5 essais réalisés</p> <p>*** <u>Addition chronométrée</u> Score : 10/10 5 essais réalisés</p>

Figure 84 : Note et bilan de Léa dans le module élève, exercices 61 à 66

Léa a déjà travaillé dans le chapitre Calcul mental 1 le 13 mai et veut poursuivre ce même chapitre le 27 mai. Elle a déjà essayé 14 activités dans trois des exercices : 7 dans le numéro 61, 5 dans le 62 et 2 dans le 63. Elle va poursuivre sa séance du 27 mai en réalisant 4 activités de plus dans le numéro 63, 5 essais dans le numéro 64, 5 essais dans le 65 et 2 activités dans l'exercice n°66.

Le score final du chapitre Calcul mental 1 est de 100% même si des erreurs ont été commises. Les 100% signifient que l'élève a réussi à obtenir 10/10 dans chaque activité. S'il fait une erreur, il doit recommencer un certain nombre de fois la même activité sans nouvelle erreur

pour atteindre la note maximale. Nous avons d'ailleurs vu une élève de notre expérimentation dans une attitude assez excessive recommencer 70 fois la même tâche d'un exercice pour obtenir la note maximale. Maîtriser une salle à 100% signifie dans ce LTF que l'élève a été capable d'obtenir une note de 10/10 dans chaque exercice de la salle à force d'essai et de réussite. Une erreur à un exercice ne signifie pas que la note maximale ne sera jamais atteinte, comme c'est souvent le cas dans les évaluations de l'institution principale qu'est la classe.

Nous avons voulu comparer les calculs des Unités de Temps que nous avons présenté au début de ce chapitre et la gestion du temps dans *Tdmaths*. Nous avons choisi comme exemple un chapitre réalisé par Léa en partie le 27 mai 2004 dont voici le calcul des UT, du nombre de V/F et du temps d'activité dans le tableau n° 60 et le déroulement dans le tableau n° 61.

Date	UT Léa		N° exercice	Chapitres	Exercices	Nbre de V/F		somme des V/F	Durée en s		Durée en min
12-févr-04	57	16	1	Les 4 opérations arithmétiques	Vocabulaire 1	2	20	62 (36F)	115	322	40
	28		2		Vocabulaire 2	10			281		
	338		3		Calculs 1	4			1352		
	13		4		Propriétés et calcul	26			325		
27-mai-04	29		63	Calcul mental 1	Addition de 4 termes	4		16 (2F)	117		14
	89		64		Produits de 4 facteurs	5			445		
	42		65		Addition chronométrée	5			209		
	43		66		Produit chronométré	2			86		

Tableau 60 : Unités de Travail des captures vidéos d'écran de Léa

Start Time	Behavior	Modifier1	Modifier2	End Time	Duration	Comment
00:00,0	Manip			00:26,0	00:26,0	
00:26,0	M5			07:51,1	07:25,1	n°64
04:13,5	M6	vrai/faux	Case	04:13,5	00:00,0	faux
05:01,5	M6	vrai/faux	Case	05:01,5	00:00,0	
05:05,5	M6	compagnon		05:05,5	00:00,0	validation du module
05:55,5	M6	vrai/faux	Case	05:55,5	00:00,0	
06:53,5	M6	vrai/faux	Case	06:53,5	00:00,0	
07:44,0	M6	vrai/faux	Case	07:44,0	00:00,0	
07:51,1	Manip			08:06,2	00:15,1	
08:06,2	M5			10:03,3	01:57,1	n°63
08:24,2	M6	vrai/faux	Case	08:24,2	00:00,0	

08:56,2	M6	vrai/faux	Case	08:56,2	00:00,0	faux
09:28,2	M6	vrai/faux	Case	09:28,2	00:00,0	
09:56,2	M6	vrai/faux	Case	09:56,2	00:00,0	
10:03,3	Manip			10:12,0	00:08,7	
10:12,0	M5			13:40,8	03:28,8	n°65
11:14,0	M6	vrai/faux	Case	11:14,0	00:00,0	55s
11:50,0	M6	vrai/faux	Case	11:50,0	00:00,0	19s
12:06,0	M6	vrai/faux	Case	12:06,0	00:00,0	9s
12:26,0	M6	vrai/faux	Case	12:26,0	00:00,0	13s
13:32,0	M6	vrai/faux	Case	13:32,0	00:00,0	259s
13:40,8	Manip			13:50,6	00:09,8	
13:50,6	M5			15:16,6	01:26,0	n°66
14:24,6	M6	vrai/faux	Case	14:24,6	00:00,0	28s
14:24,6	M6	compagnon		14:24,6	00:00,0	« excellent niveau »
15:06,6	M6	vrai/faux	Case	15:06,6	00:00,0	20s
15:16,6	Manip			15:33,7	00:17,1	

Tableau 61 : Déroulement des exercices 63 à 66 dans *Tdmaths* par Léa

Nous retrouvons les résultats de *Tdmaths* du module professeur et du module élève :

- ✓ Léa a réalisé 16 activités dans quatre exercices différents ;
- ✓ elle a fait deux erreurs ;
- ✓ elle a travaillé 14 minutes (il faut décompter le temps de manipulation pour arriver à 17 minutes).

Nous retrouvons les mêmes similitudes avec les exercices n°1 à 4 réalisés le 12 février 2004.

La concordance de ces deux types de résultats, l'un provenant du LTF *Tdmaths* et l'autre de notre analyse comportementale réalisée avec *The Observer*, nous montre que le « côté atomique » du LTF *Tdmaths*. Tout dans ce logiciel est comptabilisé à partir des Unités de Travail de l'élève : une question du logiciel entraîne une réponse de l'élève qui est automatiquement évaluée. En terme de tâche à réaliser par l'élève, et nous aurons l'occasion de le constater dans le chapitre suivant, les organisations mathématiques proposées dans la plupart des exercices et chapitres sont des OM ponctuelles : une unique tâche est proposée à l'élève qui va y répondre en activant une unique technique.

Un autre démarche d'évaluation est proposée dans *Tdmaths* mais nous ne savons pas comment chaque valeur est calculée : l'évaluation par compétence. Nous avons reproduit le type de schéma qui est présenté dans le module professeur de *Tdmaths*.

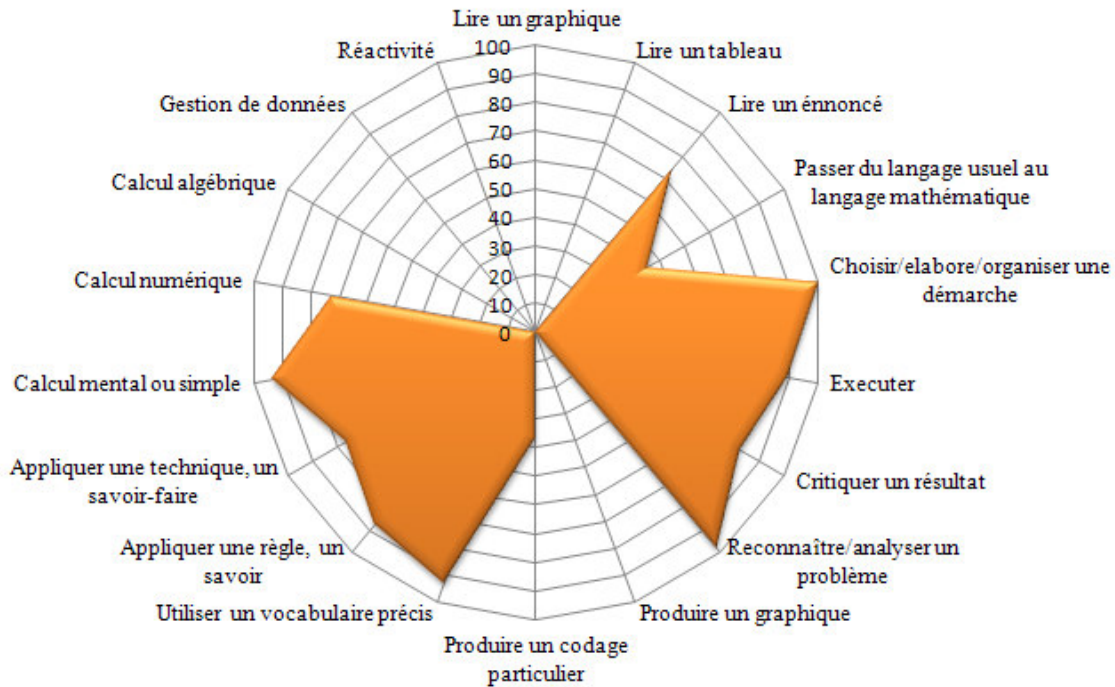


Figure 85 : Représentation des compétences transversales de Léa dans *Tdmaths*

Il manque à ce graphique la courbe de l'ensemble de la classe qui lui donnerait un sens et une réalité sociale en comparant automatiquement l'élève au groupe classe. Ne sachant pas comment chaque thème a été calculé, il est impossible de l'utiliser seul pour conseiller un élève. Par contre, nous pouvons imaginer la construction d'un référentiel provenant d'une habitude d'usage avec des groupes très réguliers d'élèves qui permettrait de faire apparaître une courbe de compétence pour une classe, un niveau ou une école.

IV.4 - Conclusion

Pendant les dix séances de 55 minutes où Léa a utilisé le Logiciel Tuteur Fermé *Tdmaths*, elle a réussi à travailler effectivement pendant 7 h 53 minutes dans le logiciel⁶¹. A partir du moment où le nombre d'exercice correspond aux Unités de Travail dans ce LTF, nous savons que le nombre total d'UT de Léa est de 387. Autrement dit, Léa a reçu une réponse de la part du LTF, à propos de la justesse de son travail, toutes les 73 secondes en moyenne pendant toute l'expérimentation, temps de manipulation du logiciel compris. En sachant que *Tdmaths* est le LTF dont le nombre d'UT de l'expert est le moins important, nous pouvons extrapoler sans risque en disant que tous les élèves de l'expérimentation ont reçu, individuellement, au moins une cinquantaine de réactions de leur LTF pendant chaque séance. Cinquante fois par

⁶¹ Nous retrouvons l'ordre de grandeur du temps de travail d'Hassine calculé précédemment : Léa a travaillé avec *Tdmaths* pendant 24 000 secondes sur les 27 000 dont elle disposait pendant l'expérimentation.

séance, le LTF a indiqué à l'élève si le résultat qu'il propose, dans une case pour la très grande majorité des fois, est, ou non, conforme à ce qui est attendu par le Logiciel Tuteur Fermé. Avec un petit groupe de 12 élèves, un professeur devrait donner une réponse individuelle chaque demi-seconde pour en faire autant. Cette valeur extrême nous rappelle que la comparaison de deux modes d'apprentissage et d'enseignement à partir de deux institutions si différentes que la classe et un LTF n'entre pas dans notre démarche.

La durée moyenne des Unités de Travail est une spécificité qui permet de construire la vérité d'un Logiciel Tuteur Fermé en nature. Cette durée est de l'ordre d'une vingtaine de seconde pour un expert et de l'ordre de la minute pour un élève, avec beaucoup de variations possibles bien entendu car le rapport entre la durée de l'UT de l'expert et la durée de l'UT de l'élève varie de 0,4 à 4 ou 5. Mais nos analyses ont montré que cet ordre de grandeur est assez proche de la réalité pour les quatre LTF de notre étude.

La deuxième partie de ce chapitre a été l'occasion d'aborder un des aspects les plus fondamentaux de l'école d'aujourd'hui avec tout ce qui concerne l'évaluation, chiffrée en générale, du travail des élèves. La réussite d'un élève dans l'institution classique de l'école est presque entièrement basée sur la valeur des notes aux contrôles ou aux interrogations surveillées en classe. Ces notes, exclusivement, permettent de calculer la moyenne de chaque trimestre qui vont permettre d'envisager, ou non, le passage de l'élève dans la classe supérieure. La fin de la scolarité secondaire est envisagée si la moyenne des notes aux examens du baccalauréat est supérieure à 10 sur 20. Louper deux ou trois contrôles de mathématiques d'une heure parmi les sept ou huit que va faire un élève du secondaire pendant toute une année peut remettre en cause son passage et lui faire recommencer son année. En général, un élève n'a jamais la possibilité de refaire un contrôle raté ; il devra se rattraper la prochaine fois ! Dans le système scolaire classique français, tout contrôle est unique et doit être vu comme un examen qu'il n'est possible de tenter qu'une seule fois par année. Les Logiciels Tuteurs Fermés proposent, depuis plus de vingt ans, une autre relation à l'évaluation⁶² même si il est difficile de ne pas envisager que le but final de l'élève soit la réussite dans l'institution principale. Un élève qui rate un exercice peut le recommencer autant de fois qu'il le souhaite, jusqu'à ce qu'il l'ait réussi de façon satisfaisante. L'exemple de Mathilde est assez significatif. Elle a essayé quatre fois deux exercices du chapitre Multiplication et division de *Smao* et elle est passée de 0 et 15% de réussite à 87 et 88% de

⁶² Nous pourrions même être tenté de parler de changement de paradigme ; mais nous n'avons pas défini avec assez de précision le paradigme de l'évaluation dans l'institution classique pour décrire ce changement.

réussite. Les groupes d'élèves des machines n° 9 et 10 ont obtenu directement 100% de réussite à ces deux exercices. Mathilde fait partie de la même catégorie d'élève si ce sont ses derniers résultats qui sont pris en compte : comme les autres, elle a réussi ces deux exercices.

Comme nous l'avons déjà souligné, les élèves n'hésitent jamais à recommencer un exercice : l'important n'est plus de ne pas rater mais de finir par réussir. La relation à l'échec et à l'erreur change aussi radicalement dans l'environnement d'un LTF, ce qui, en terme de légitimité, peut se traduire par un principe fondateur faisant office d'autorité légitimante. Par analogie avec ce qui se fait dans l'institution principale, le LTF propose une façon différente de gérer l'échec. C'est dans cette analogie que le principe fondateur est envisageable. Les quatre LTF proposent aux élèves de recommencer les exercices autant de fois qu'ils le souhaitent mais *Tdmaths* va encore plus loin dans la relation aux évaluations chiffrées. Dans *Smao* et *LiliMath*, une erreur est prise en compte dans la note globale à un exercice, c'est-à-dire qu'une seule erreur dans un exercice entraîne une note inférieure strictement à 100% à l'exercice. Il faut recommencer l'exercice pour espérer obtenir un 100%. Par contre, dans *Tdmaths*, il suffit de recommencer un nombre suffisant de fois les activités d'un même exercice pour retrouver 10/10, et ensuite 100% à l'ensemble du chapitre.

A l'opposé, un élève peut se retrouver avec un 0/10 à la fin de sa série si les échecs ont été trop nombreux, même si certaines activités ont été réussies. C'est le cas, par exemple, de Léa avec l'exercice n°4, *Propriétés et calcul*, du chapitre *Les 4 opérations arithmétiques*. Sa note finale est de 0/10 malgré les bonnes réponses qu'elle a obtenues aux activités n° 5, n°11 et n°23.

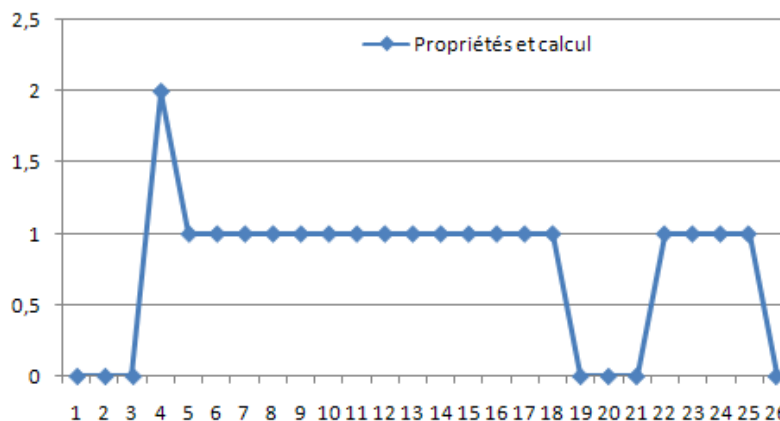


Figure 86 : Évolution de la note sur 10 de Léa dans l'exercice n°4⁶³ de *Tdmaths*

⁶³ Le chapitre VI est l'occasion d'une analyse didactique de cet exercice réalisé par Léa.

Les Logiciels Tuteurs Fermés permettent aux élèves de construire une autre relation à l'évaluation que celle de l'institution classique. Cette spécificité des LTF fait partie de l'échafaudage qui peut aboutir à considérer un tel outil comme une véritable institution. Même si cet aspect est particulièrement important, il ne suffit bien entendu pas à faire en sorte qu'un LTF devienne une institution d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques. Encore faut-il que la raison d'être d'un tel logiciel, apprendre et faire apprendre des mathématiques, soit suffisamment visible. Nous allons poursuivre la présentation de notre travail par la description des positions des objets de savoir et des rapports aux savoirs qu'elles permettent de construire dans chacun des quatre LTF.

Chapitre V - Les Espaces du Travail Calculatoire des LTF

V.1 - Introduction

Les quatre caractéristiques d'une institution que sont la Réalité sociale, la Légitimité, la Régularité et la Spécificité ne peuvent pas être observées et analysées hors de ce qui doit être au cœur d'une institution dédiée à l'apprentissage des mathématiques, nous voulons parler des organisations mathématiques ou praxéologies mathématiques dont les tâches sont de type, exclusivement, mathématiques. Dans ce chapitre, nous allons aborder en détail une des deux caractéristiques de la spécificité des LTF : la vérité en raison, centrée sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Le calcul élémentaire est le thème que nous avons choisi et que nous avons déjà présenté dans le chapitre III. La structure du LTF, les exercices qui sont proposés, la façon dont ils sont proposés et dont ils sont évalués, la qualité des interactions, tous ces aspects concourent à la construction de l'Espace du Travail Calculatoire idoine de chaque LTF. La description des ETC des LTF va nous permettre d'ajouter un des aspects les plus fondamentaux pour la description des LTF en tant qu'institution, potentiellement autonome.

Les programmes officiels de la classe de sixième à travers les compétences liées au numérique qui doivent être développées par les élèves sont les outils qui vont permettre une première description des ETC des LTF de notre étude. Ces compétences sont décrites par des types de tâches, ou des catégories de types de tâches que nous avons répertoriées dans la partie théorique, auxquelles s'ajoutent un certain nombre d'autres types de tâches que nous avons rencontrés dans les LTF. La première partie de ce chapitre est consacrée à la répartition de ces types de tâches dans les LTF selon les grandes parties du programme, Organisation et gestion de données, fonctions, Nombres entiers et décimaux, Division et quotient, et les chapitres de ces trois grandes parties dont nous rappelons la liste dans le tableau suivant⁶⁴.

⁶⁴ Les types de tâches T_1 à T_{30} sont celles des programmes officiels de la classe de sixième ; les autres ont été ajoutés car ils ont été rencontrés dans un au moins des LTF. Ces derniers sont des types de tâches qui sont tous présents dans les programmes de l'école élémentaire ou du collège.

	N°	Catégorie de types de tâches
Organisation et Gestion de données	T ₁	Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés.
	T ₂	Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas.
	T ₃	Appliquer un taux de pourcentage.
	T ₃₁	Appliquer une échelle
	T ₄	Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté.
	T ₄₁	Lire et interpréter à partir d'un tableau
	T ₅	Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients (placement exact ou approché).
	T ₆	Lire et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi circulaires, graphiques cartésiens).
Nombres entiers et décimaux.	T ₇	Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.
	T ₇₁	Écriture d'un nombre.
	T ₈	Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.
	T ₈₁	Nombres relatifs
	T ₉	Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres.
	T ₉₁	Comparer des fractions.
	T ₉₂	Comparer des relatifs.
	T ₁₀	Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres.
	T ₁₁	Placer un nombre sur une demi-droite (<i>ou une droite</i>) graduée.
	T ₁₁₁	Placer un couple de nombres dans un repère
	T ₁₂	Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.
	T ₁₂₁	Lire les coordonnées d'un point dans un repère du plan
	T ₁₃	Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.
	T ₁₄	Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent.
	T ₁₅	Multiplier un nombre par 10, 100, 1000 et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.
	T ₁₆	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.
	T ₁₆₁	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée, y compris la division.
	T ₁₇	Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.
	T ₁₇₁	Calculer avec ou dans une équation
	T ₁₇₂	Calculer une expression numérique complexe
	T ₁₇₃	Calculer avec des nombres relatifs
	T ₁₈	Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, terme, facteur.
	T ₁₉	Établir un ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit.
Division et quotient	T ₁₉₁	Établir un ordre de grandeur d'une division.
	T ₂₀	Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus.
	T ₂₁	Calculer le quotient et le reste d'une division d'un entier par un entier dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).
	T ₂₂	Connaître et utiliser le vocabulaire associé (dividende, diviseur, quotient, reste).
	T ₂₃	Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 3 et 9.
	T ₂₄	Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a.
	T ₂₄₁	Lire et écrire une fraction

	T₂₅	Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples.
	T₂₅₁	Fraction d'une figure
	T₂₆	Multiplier un nombre entier ou décimal par un quotient de deux entiers sans effectuer la division.
	T₂₇	Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.
	T₂₈	Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).
	T₂₈₁	Calculer des sommes, des soustractions et des produits de fractions
	T₂₉	Diviser par 10, 100, 1000
	T₂₉₁	Diviser par 0.1, 0.01, 0.001
	T₃₀	Connaître et utiliser un premier répertoire de formule (mettant implicitement des fonctions) ; initiation aux écritures littérales avec les formules de périmètres et d'aires.
	T_{pb}	Types de tâches propres à la résolution de problèmes

Tableau 62 : Liste des catégories de types de tâches répertoriées dans les LTF

Les types de tâches sont classés selon qu'ils permettent soit de consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire (visée V_1), soit de préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) (visée V_2).

Les types de tâches qui vont être répertoriés avec cette visée V_2 sont caractéristiques du changement de paradigme que l'élève doit opérer pour enrichir son Espace du Travail Calculatoire des méthodes, artefacts et théories propres au Calcul Numérique élémentaire et au Calcul Algébrique élémentaire. Selon les différentes entrées possibles dans l'apprentissage du Calcul II et du Calcul III, l'entrée par la résolution de problèmes et celle par le langage sont celles qui sont le plus représentées dans les LTF de notre étude. Nous les avons donc plus particulièrement prises en compte. La deuxième partie du chapitre est consacrée à la description des Unités de Travail des LTF qui permettent aux élèves de travailler les compétences ayant une visée V_2 . Ces UT, en lien avec la résolution de problèmes et l'apprentissage du langage numérique et algébrique, sont des composantes spécifiques des ETC des LTF de notre étude qui se placent dans le cadre du paradigme du Calcul II.

V.2 - Description des LTF par compétence

À partir de l'expertise des quatre LTF, nous avons associé chaque Unité de Travail à un des types de tâches du tableau précédent. Avant d'analyser dans le détail cette répartition, voici quelques résultats généraux par grands thèmes et chapitres du programme officiel⁶⁵.

⁶⁵ Le détail des codages est disponible en annexe dans le Time Event complet.

V.2.1 - Première série de caractéristiques des ETC des LTF.

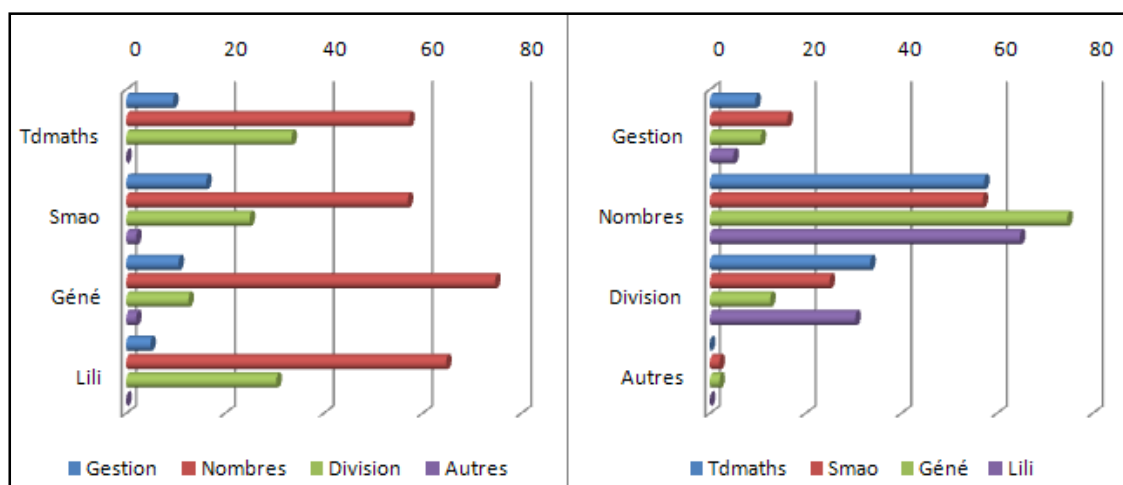


Figure 87 : Répartition des UT selon les grandes parties du programme en %.

La partie *Nombres entiers et décimaux* est celle qui est la plus présente dans les quatre LTF ; puis, vient la partie *Division et quotient* et enfin la partie *Organisation et Gestion de données*. *Smao* est le logiciel qui met le plus en valeur la partie *Organisation et Gestion de données* et dont la répartition des UT est la plus équitable entre les trois parties comme le montre le graphique suivant.

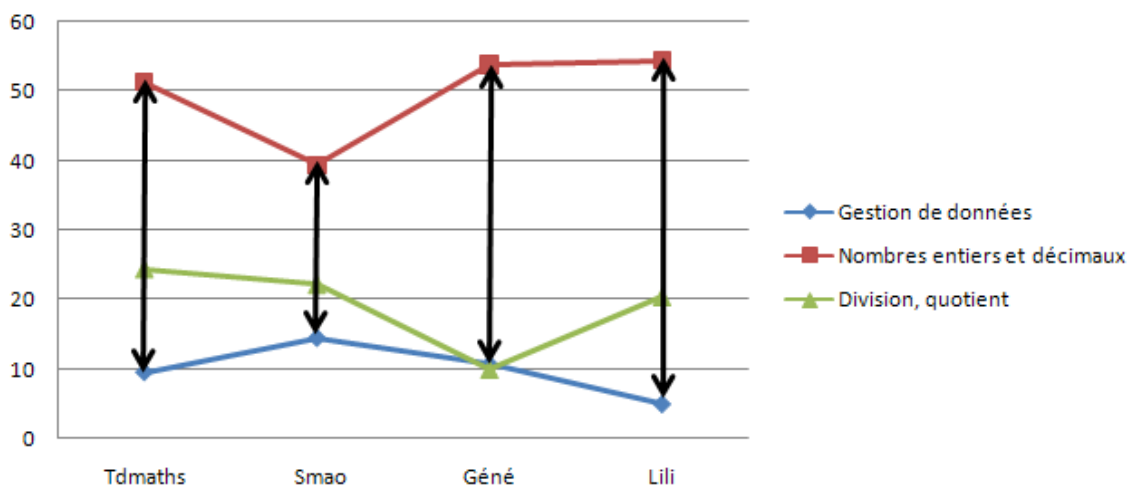


Figure 88 : Écarts entre les % de répartition des UT par LTF et par grand thème⁶⁶

Ces constats sur la place des grands thèmes, *Nombres entiers et décimaux*, *Division, quotient* et *Gestion de données*, nous permettent de donner les premières caractéristiques générales des ETC des quatre LTF.

⁶⁶ La figure n°90 ne prend en compte que les types de tâches conformes au programme de sixième, à la différence de ceux de la figure n° 89.

- ❖ *Tdmaths* : Les trois parties sont présentes de façon non négligeable dans ce LTF ; il propose un nombre relativement important d'UT liées à la partie *Division et quotient*.
- ❖ *Smao* : C'est le LTF qui propose la meilleure prise en compte des trois parties du programme.
- ❖ *LiliMath* : La partie *Gestion de données* est pratiquement absente.
- ❖ *Les Maths, C'est facile* : Ce LTF consacre les trois quarts de ses activités à la partie *Nombres entiers et décimaux* et laisse le reste, de façon équilibrée, aux deux autres parties.

V.2.2 - La place des différents chapitres du programme dans les LTF

Chaque partie du programme est divisée en chapitres. Le premier tableau nous indique, en pourcentage, la répartition des types de tâches dans chaque LTF par grand thème du programme de sixième. La première colonne, pour chaque LTF, représente le pourcentage de types de tâches qui sont explicitement dans les programmes de sixième, dans les parties liées aux apprentissages numériques, c'est-à-dire, les types T_1 à T_{29} ; la deuxième colonne, pour chaque LTF, représente le pourcentage de types de tâches qui ne sont pas explicitement dans les programmes de sixième.

	<i>Tdmaths</i>		<i>Smao</i>		<i>LiliMath</i>		<i>Les Maths, C'est facile</i>	
	T_1 à T_{29}	Autres types de tâches	T_1 à T_{29}	Autres types de tâches	T_1 à T_{29}	Autres types de tâches	T_1 à T_{29}	Autres types de tâches
Proportionnalité	9,5		10	1,5	4,9		3,7	
Organisation et représentation de données	0		4,7		0		6,9	
Désignations	9,1	4,4	6	8,8	0,7	3,4	5,6	6,5
Ordre	10,8	1,6	4,4	4,5	0,3		11,6	0,6
Valeur approchée d'un décimal	6,7		0		0		0	
Opérations +, −, ×	20,2		28,3	3,9	53,3	7	35,2	13,8
Ordre de grandeur	4,4		1		0		1,3	
Division euclidienne	8		5,7		0		5,4	
Écriture fractionnaire	16,2	9,1	11,3	2,5	7	4,8	2,6	1,7
Division décimale	0		5,5		13,3	5,3	2	0,9
Autres			1,9				2,2	
Total	84,9	15,1	78,8	21,2	79,5	20,5	76,5	23,5
Total	100		100		100		100	

Tableau 63 : Répartition en % d'UT des types de tâches dans les LTF

Le premier niveau d'analyse des chapitres concerne le respect des programmes officiels par les quatre LTF : plus des trois quarts des Unités de Travail proposées entrent dans les contenus officiels. *Tdmaths* est le tutoriel qui est le plus en accord avec les contenus des programmes de sixième avec près de 85 % de concordance.

Deuxièmement, nous pouvons constater, sans ambiguïté, la prédominance dans les quatre LTF du chapitre *Opérations* $+$, $-$, \times dans la partie *Nombres entiers et décimaux*. Dans le graphique suivant, le pourcentage des UT qui correspondent à la réalisation de tâches faisant partie du programme de sixième pour ce chapitre est en première colonne et le pourcentage des UT qui correspondent à la réalisation de l'ensemble des tâches, toujours pour ce chapitre, en deuxième colonne.

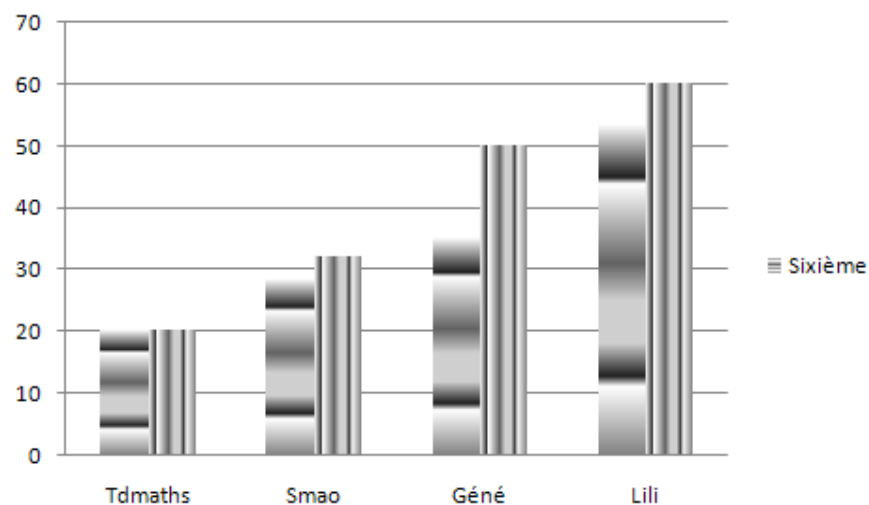


Figure 89 : Le % d'UT dans le chapitre *Opérations* $+$, $-$, \times dans les quatre LF

Nous aurons l'occasion dans la deuxième partie de ce chapitre d'analyser plus en détail la réalisation de certaines de ces activités, mais nous pouvons déjà remarquer que les deux LTF que sont *LiliMath* et *Les Maths, c'est facile* consacrent au moins la moitié de leurs activités à des exercices qui sont avant tout centrés sur les apprentissages liés aux trois opérations $+$, $-$, \times . Les deux autres LTF laissent une part beaucoup plus importante aux autres chapitres du programme. Ce chapitre perd même la première place dans le cas du logiciel *Tdmaths* quand on considère l'ensemble des activités, sixième et hors sixième, au profit du chapitre *Écriture fractionnaire*.

La répartition des UT par chapitre que nous constatons dans les graphiques suivants, nous montre que les quatre LTF ne proposent pas la même diversité de travail aux élèves. Celui qui est le moins diversifié est *LiliMath* qui ne permet aux élèves de ne travailler que dans cinq

chapitres sur dix du programme de sixième, tout en sachant que 60 % des UT concernent les opérations $+$, $-$, \times dans les nombres entiers et décimaux.

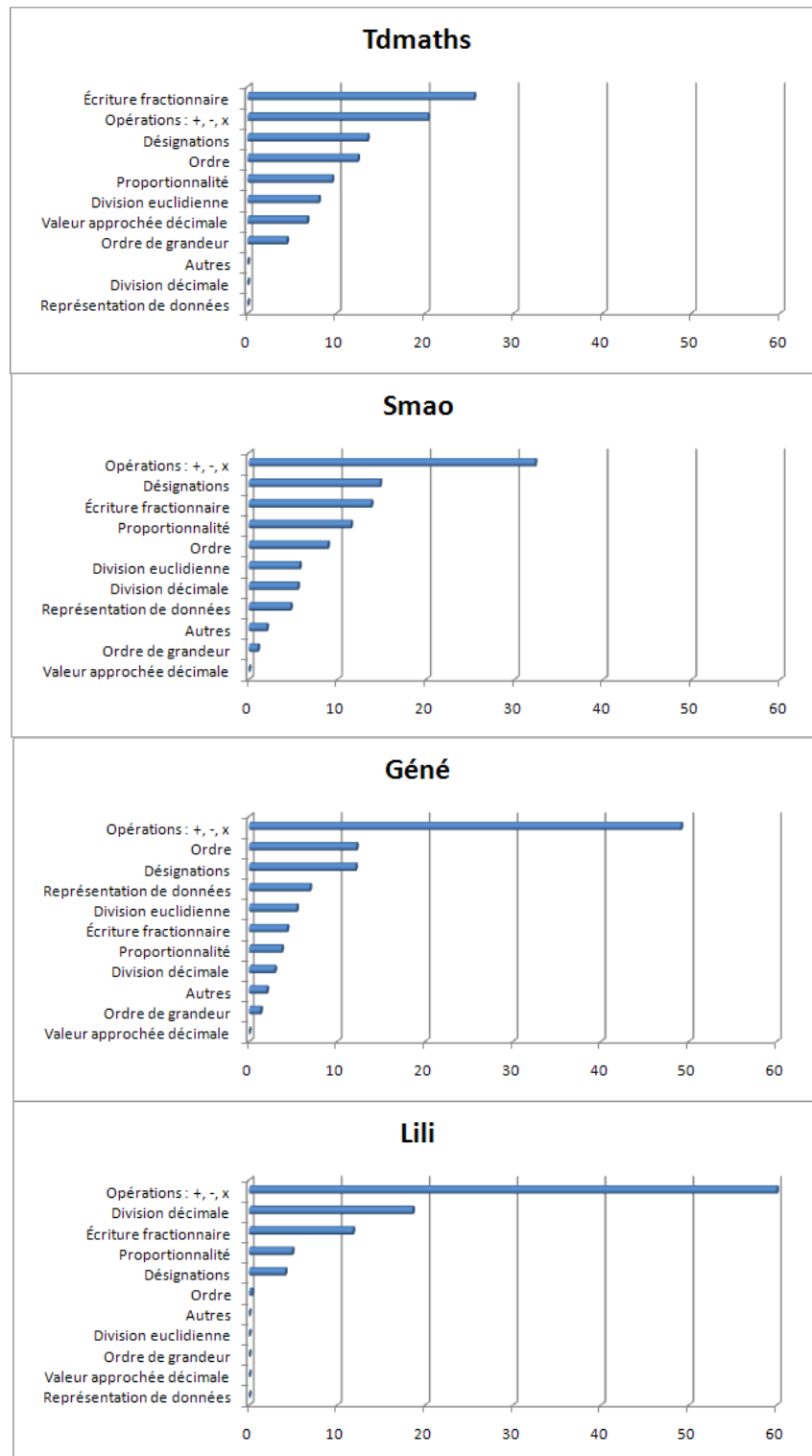


Figure 90 : Répartition des contenus par LTF par chapitre

Les autres chapitres sont *Écritures fractionnaires* et *Division décimale* et, de façon plus négligeable *Proportionnalité* et *Désignation*. Nous pouvons faire une observation en lien avec l'aspect institutionnel de ce LTF qui concerne la Stabilité. Le nombre important de chapitres qui ne sont pas, ou très peu, traités ne peut pas permettre d'utiliser ce LTF avec une régularité suffisante sur l'ensemble du programme de sixième. Certaines activités, non centrées sur les quatre opérations, ont des qualités certaines comme nous aurons l'occasion de le constater, mais elles sont tellement peu nombreuses au regard de l'ensemble du logiciel que nous devons déjà émettre une restriction au niveau de l'usage de *LiliMath* comme institution d'apprentissage des mathématiques en classe de sixième. Il serait donc nécessaire de restreindre le domaine d'apprentissage aux quatre opérations pour continuer analyser les potentialités de *LiliMath* comme institution d'apprentissage autonome.

La diversité est plus importante dans le logiciel de chez *Génération 5* mais il propose malgré tout près de 50 % des Unités de Travail dans le domaine des trois Opérations $+$, $-$, \times . Nous aurons l'occasion de voir dans la prochaine partie de ce chapitre que ces 50 % sont divisés en deux parties assez distinctes : le calcul avec ces trois opérations et la résolution d'équations simples.

Tdmaths et *Smao* sont assez semblables en ce qui concerne la répartition des activités par chapitre puisque les cinq premiers chapitres sont les mêmes dans les deux LTF, même s'ils ne sont pas dans le même ordre. Ayant déjà eu l'occasion de constater les grandes différences de ces deux LTF, il va nous falloir aller voir dans le détail de ce que chacun propose pour analyser ces différences en ce qui concerne l'apprentissage des mathématiques. C'est ce que nous allons commencer à faire en regardant toujours plus en détail les catégories de types de tâches que chaque LTF propose.

V.2.3 - Les compétences numériques dans les LTF

Les compétences explicitement du programme de sixième sont numérotées de T_1 à T_{29} et les autres de T_{30} à T_{251} . T_{pb} correspond aux compétences caractéristiques de la résolution de problèmes qui ne sont pas présentes explicitement dans les programmes. Les compétences T_{16} et T_{161} sont des compétences souvent utilisées pour résoudre des problèmes ; elles sont présentes dans la liste des compétences du programme officiel et n'entrent donc pas dans T_{pb} . L'alternance de couleurs dans le tableau correspond aux dix chapitres du programme de la classe de sixième.

N°	Catégorie de types de tâches	% d'UT			
		<i>Tdmaths</i>	<i>Smao</i>	<i>Les Maths</i>	<i>Lili</i>
T₁	Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés.	0	0,3	2,8	2,2
T₂	Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas.	0	1,5	0,0	1,2
T₃	Appliquer un taux de pourcentage.	9,5	8,2	0,9	1,5
T₃₁	Appliquer une échelle	0	1,5	0,0	0
T₄	Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté	0	0,9	0,0	0
T₄₁	Lire et interpréter à partir d'un tableau	0	0,3	0,0	0
T₅	Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients (placement exact ou approché).	0	0	0,0	0
T₆	Lire et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi circulaires, graphiques cartésiens).	0	3,5	6,9	0
T₇	Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.	8,3	6	4,5	0,7
T₇₁	Écriture d'un nombre.	0,8	1,6	2,8	3
T₈	Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.	0,8	0	1,1	0
T₈₁	Nombres relatifs	3,6	7,2	3,7	0,4
T₉	Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres.	4	1,2	8,6	0,3
T₉₁	Comparer des fractions.	0	0	0,6	0
T₉₂	Comparer des relatifs.	0	0,6	1,3	0
T₁₀	Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres.	2,8	0,6	1,7	0
T₁₁	Placer un nombre sur une demi-droite (<i>ou une droite</i>) graduée.	4	2,6	0,0	0
T₁₁₁	Placer un couple de nombres dans un repère	1,6	0	0,0	0
T₁₂	Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.	0	0	0,0	0
T₁₂₁	Lire les coordonnées d'un point dans un repère du plan	0	3,9	0,0	0
T₁₃	Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.	6,7	0	0,0	0
T₁₄	Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent.	2	2,2	0,0	0
T₁₅	Multiplier un nombre par 10, 100, 1000 et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.	1,2	1,9	3,2	0
T₁₆	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.	0	7,2	1,7	11,5
T₁₆₁	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée, y compris la division.	0	0,9	0,0	0,7
T₁₇	Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.	15,5	16,8	27,4	41,9
T₁₇₁	Calculer avec ou dans une équation	0	0	13,8	0
T₁₇₂	Calculer une expression numérique complexe	0	2,9	0,0	6,3
T₁₇₃	Calculer avec des nombres relatifs	0	0,1	0,0	0
T₁₈	Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, terme, facteur.	1,6	0,3	3,0	0
T₁₉	Établir un ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit.	4,4	0,7	1,3	0

T₁₉₁	Établir un ordre de grandeur d'une division.	0	0,3	0,0	0
T₂₀	Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus.	1,6	0,9	0,0	0
T₂₁	Calculer le quotient et le reste d'une division d'un entier par un entier dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).	0,8	3,4	3,7	0
T₂₂	Connaître et utiliser le vocabulaire associé (dividende, diviseur, quotient, reste).	2	0,1	0,2	0
T₂₃	Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 3 et 9.	3,6	1,3	1,5	0
T₂₄	Interpréter a/b comme quotient de l'entier a par l'entier b , c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a .	3,2	0	1,1	0
T₂₄₁	Lire et écrire une fraction	4,4	0,3	0,0	0
T₂₅	Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples.	1,6	1,2	0,0	0
T₂₅₁	Fraction d'une figure	4,8	2,2	1,7	4,8
T₂₆	Multiplier un nombre entier ou décimal par un quotient de deux entiers sans effectuer la division.	4,4	4,7	1,5	4
T₂₇	Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.	7,1	5,4	0,0	3
T₂₈	Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).	0	1,3	1,1	13,3
T₂₈₁	Calculer des sommes, des soustractions et des produits de fractions	0	0	0,0	5,3
T₂₉	Diviser par 10, 100, 1000.	0	3,8	0,9	0
T₂₉₁	Diviser par 0,1, 0,01, 0,001.	0	0,4	0,9	0
T_{pb}	Types de tâches propres à la résolution de problèmes	0	1,9	0,0	0
T₃₀	Connaître et utiliser un premier répertoire de formule (mettant implicitement des fonctions) ; initiation aux écritures littérales avec les formules de périmètres et d'aires.	0	0	2,2	0
	<i>Écart-type des séries de pourcentage d'UT</i>	<i>3,4</i>	<i>3,4</i>	<i>5,7</i>	<i>10,2</i>

Tableau 64 : Répartition de l'ensemble des compétences par UT dans les quatre LTF

a - LiliMath

Le détail de la répartition des Unités de Travail selon la liste des compétences nous confirme que le logiciel *LiliMath* est avant tout un logiciel de calcul. Deux tiers du nombre d'UT concernent ce domaine.

N°	Catégorie de types de tâches	% d'UT
T₁₇	Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.	42 %
T₂₈	Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).	13 %
T₂₈₁	Calculer des sommes, des soustractions et des produits de fractions	5 %
T₂₆	Multiplier un nombre entier ou décimal par un quotient de deux entiers sans effectuer la division.	4 %

Tableau 65 : Compétences liées au calcul dans *LiliMath*

La plupart des activités liées aux compétences de la catégorie T_{17} sont présentées sous la forme suivante que nous décrivons dans ce LTF comme la forme 1 :

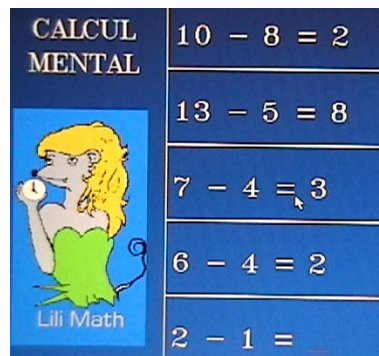


Figure 91 : Exemples d'activités de calcul dans *LiliMath* de forme 1

Les 18 chapitres sur les 48 que comporte le logiciel qui sont de ce type proposent aux élèves quatre séries de cinq calculs à effectuer. Dans ces chapitres, une Unité de Travail correspond à un calcul car une vérification de chaque calcul est proposée avant de passer au suivant. Nous constatons donc que, dans la moitié des UT de ce LTF, le symbole « = » est utilisé exclusivement dans un sens d'indicateur de calcul à effectuer. Toutes ces activités sont à classer dans la catégorie V_1 dont le but est de consolider les acquis de l'école primaire.

La moitié des UT que propose *LiliMath* concerne exclusivement le Calcul I ce qui nous permet de conclure qu'une grande partie de l'ETC de *LiliMath* est constituée d'objets et d'artefacts liés au paradigme du calcul arithmétique élémentaire.

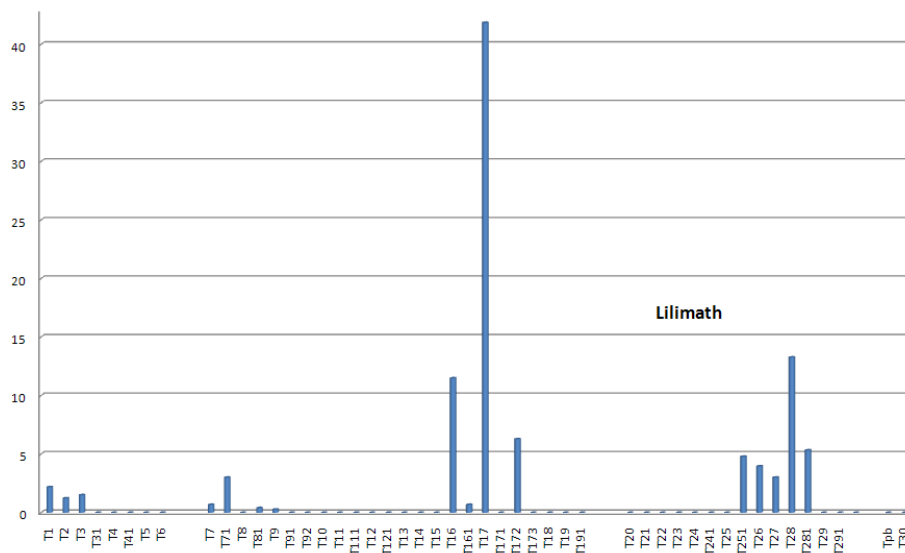


Figure 92 : Répartition des UT par compétence dans *LiliMath*

N°	Catégorie de types de tâches	% d'UT
T ₁	Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés.	2
T ₂	Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas.	1
T ₃	Appliquer un taux de pourcentage.	2
T ₁₆	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.	12
T ₁₆₁	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée, y compris la division.	1

Tableau 66 : Les compétences liées à la résolution de problèmes dans *LiliMath*

Une autre famille de compétences qui sont travaillées dans ce LTF concerne la résolution de problèmes de forme 2 (voir Figure 105). Ces activités représentent plus du quart des 48 chapitres. Chacun de ses chapitres propose dix problèmes du même type à résoudre. Ils sont en général rédigés en langage naturel.

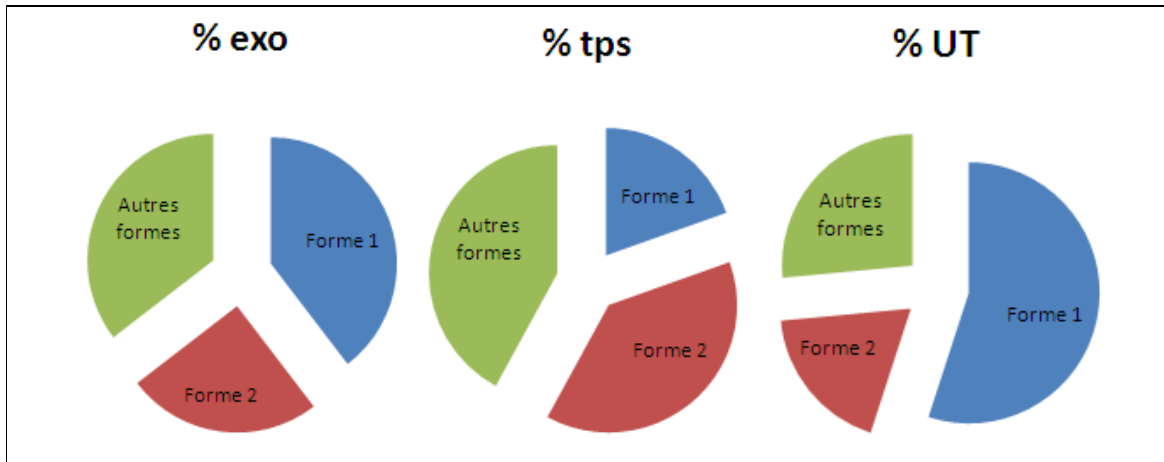


Figure 93 : Répartition des différentes formes d'activité dans *LiliMath*

Ces 13 chapitres représentent un pourcentage beaucoup moins important en termes d'Unité de Travail car une seule UT correspond à un problème. Sa résolution demande souvent de solliciter plusieurs techniques à la différence des calculs dans les exercices de forme 1. Chaque chapitre comporte 10 problèmes. Le temps de réalisation de ces chapitres est deux fois plus important que le temps de réalisation des 19 chapitres de calculs. Nous analysons plus en détail certaines de ces activités dans la partie suivante du chapitre.

Finalement, le logiciel *LiliMath* propose des Unités de Travail dans des thèmes dont nous visualisons la répartition ci-dessous.

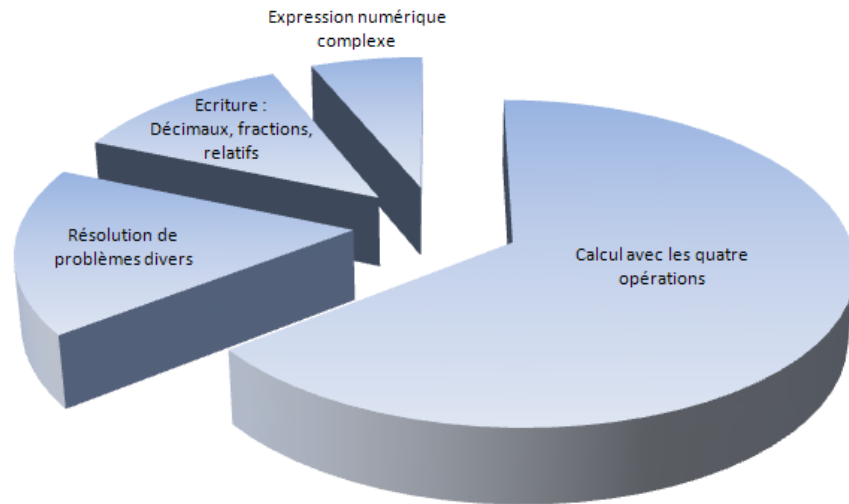


Figure 94 : Répartition des UT dans *LiliMath*

b - Les Maths, c'est facile

Ce LTF propose une diversité plus importante que le précédent, même si c'est encore le type de tâches T₁₇, « Savoir effectuer les opérations +, -, × sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté », qui est le plus présent avec plus du quart des activités.

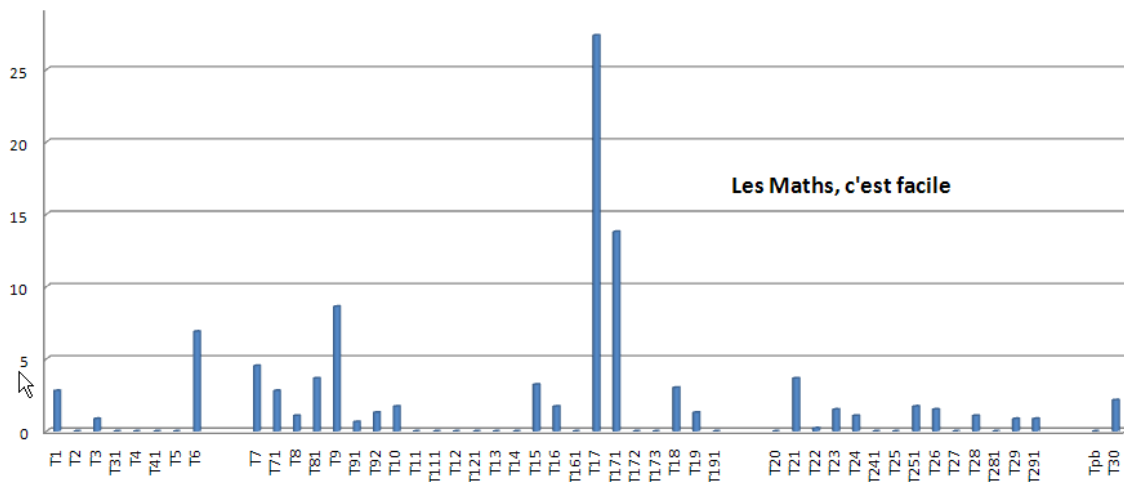


Figure 95 : Répartition des UT par compétence dans *Les Maths, c'est facile*

La deuxième compétence qui est travaillée dans *Les Maths, c'est facile*, toujours en termes de nombre d'Unités de Travail, est le calcul avec ou dans une équation. Nous sommes à la limite des programmes actuels de la classe de sixième car nous ne retrouvons pas explicitement avant la classe de cinquième le travail sur les équations algébriques : « initier les élèves au calcul littéral : priorités opératoires, développement, mise en équation et résolution » (B. O. n°5, p. 8, Annexes). Ce logiciel propose toute une partie, sur les trois existantes en sixième,

sur l'apprentissage de l'algèbre. Il était donc prévisible que la notion d'équation et de son apprentissage y soit présente.

N°	Catégorie de types de tâches	% d'UT
T₁₇	Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.	27,4
T₁₇₁	Calculer avec ou dans une équation	13,8
T₉	Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres.	8,6
T₆	Lire et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi circulaires, graphiques cartésiens).	6,9

Tableau 67 : Compétences les plus présentes dans *Les Maths, c'est facile*

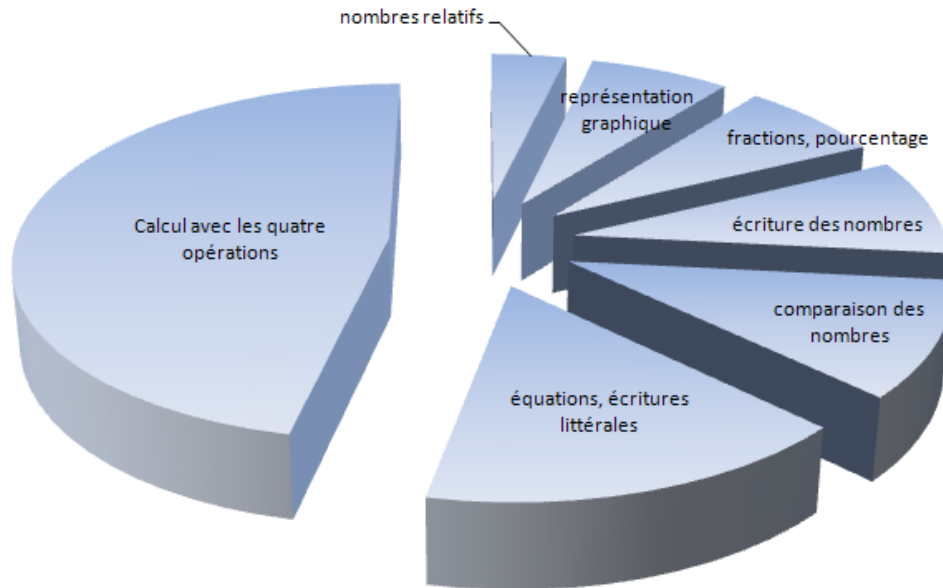
La comparaison des nombres entiers et décimaux est un domaine important qui est beaucoup plus présent dans ce LTF que dans les trois autres : près d'une unité de travail sur dix concerne cette compétence fondamentale de la classe de sixième. La comparaison des nombres relatifs et des fractions est aussi présente, 1,9%, même si ces compétences font partie du cycle central du collège et non de la classe de sixième. Toutes les activités proposées sur la comparaison des nombres se présentent sous la forme de représentations à choix multiple comme dans l'exemple suivant.



Figure 96 : Activité dans *Les Maths, c'est facile* sur la comparaison des nombres

La quatrième catégorie présente dans ce logiciel concerne l'apprentissage des représentations graphiques. Cette compétence T₆ n'est présente que dans deux des quatre LTF : *Smao* et *Les Maths, c'est facile*. Et ce dernier propose un nombre non négligeable d'activités liées à ce thème.

Quatre des compétences représentent près de 60 % des UT de ce LTF. Le reste est assez diversifié puisque les deux tiers des compétences de la classe de sixième sont présents sous une forme d'activité. Nous remarquons cependant que le nombre d'UT sur le thème des fractions et sur celui de la division est particulièrement réduit par rapport aux autres logiciels.

Figure 97 : Répartition des UT dans *Les Maths, c'est facile* par grand thème

Le choix semble avoir été fait de faire plus travailler les élèves sur les écritures littérales et sur les équations que sur le thème de la division et des fractions.

c - Tdmaths

Comme dans *Les Maths, c'est facile*, les deux tiers des compétences sont proposés dans *Tdmaths* avec une répartition encore plus resserrée. Les cinq compétences les plus présentes représentent un peu moins de 50 % des UT.

Nous retrouvons, comme dans les autres LTF, la compétence T_{17} en tête mais avec un pourcentage bien moins important que dans *LiliMath* et *Les Maths, c'est facile* et comparable à ce que nous trouvons dans *Smao*. La particularité de ce LTF est la place du travail sur les pourcentages qui arrive en deuxième position. Vient ensuite le travail sur les décimaux et les fractions.

N°	Catégorie de types de tâches	% d'UT
T₁₇	Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.	15,5
T₃	Appliquer un taux de pourcentage.	9,5
T₇	Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.	8,3
T₂₇	Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.	7,1
T₁₃	Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.	6,7

Tableau 68 : Compétences les plus présentes dans *Tdmaths*

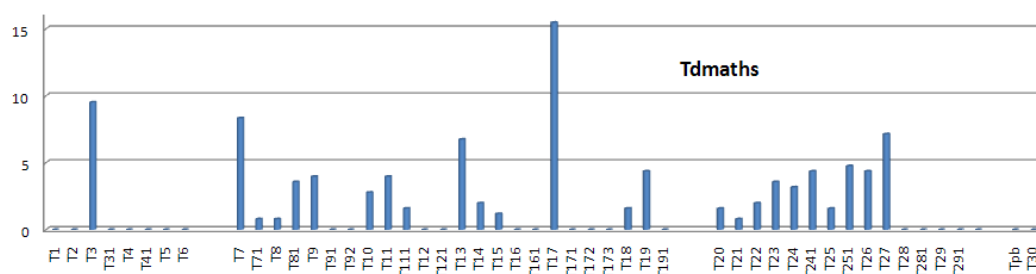


Figure 98 : Répartition des UT par compétence dans *Tdmaths*

Nous remarquons qu'en dehors de la compétence sur les nombres relatifs qui ne fait pas partie des programmes de sixième mais du cycle central du collège, les quelques compétences qui ne sont pas dans la liste de la classe de sixième viennent de l'école élémentaire. *Tdmaths* est le LTF qui dépasse le moins les programmes de sixième. La première partie, *Gestion et représentation des données*, n'est présente qu'à travers une seule compétence : T₃, Appliquer un taux de pourcentage. La représentation des données est quasiment absente. Le tiers des activités fait partie du thème consacré à la division et aux fractions.

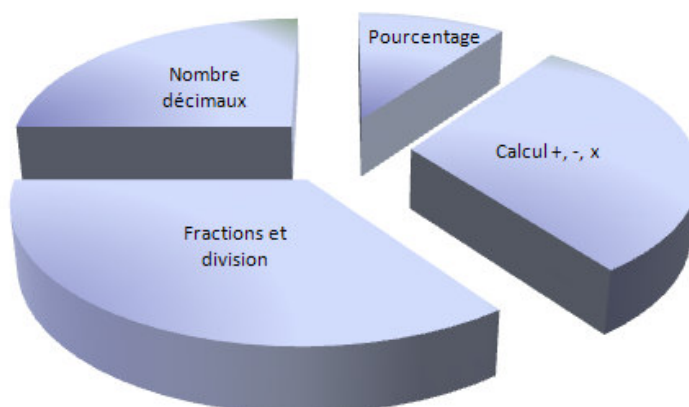


Figure 99 : Répartition des UT dans *Tdmaths* par grand thème

d - Smao

Comme nous avons déjà eu l'occasion de le constater, *Smao* est le logiciel qui est le plus complet des quatre LTF de notre étude. C'est celui qui aborde le plus de compétences du programme de sixième. Alors que *LiliMath* ne traite qu'un tiers des compétences et que *Les Maths, c'est facile* et *Tdmaths* en abordent les deux tiers, *Smao* ne laisse de côté qu'un cinquième des compétences qui doivent être abordées en classe de sixième. La compétence T₅, Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients, et la compétence T₁₂, Lire l'abscisse d'un point où en donner un encadrement, ne sont d'ailleurs abordées par aucun des quatre logiciels. *Smao* n'aborde donc pas trois compétences seulement sur les 30 identifiées dans le programme de sixième.

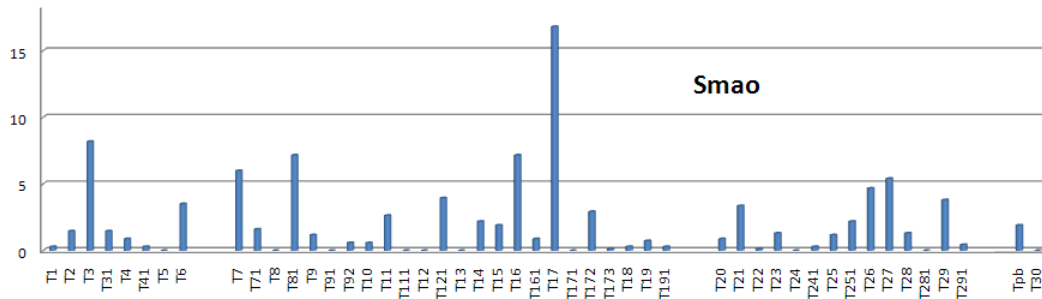


Figure 100 : Répartition des UT par compétence dans *Smao*

Comme les autres LTF, la compétence T_{17} est celle qui est la plus présente, avec un pourcentage semblable à celui de *Tdmaths*. Nous retrouvons une similitude avec la deuxième compétence, T_3 : *Appliquer un taux de pourcentage*. Mais la comparaison s'arrête là car la première partie du programme : *Gestion et représentation de données*, est abordée de façon quantitativement satisfaisante dans *Smao*. C'est le seul LTF dans ce cas, mais nous aurons l'occasion de développer ce point dans la prochaine partie de ce chapitre.

N°	Catégorie de types de tâches	% d'UT
T₁₇	Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.	16,8
T₃	Appliquer un taux de pourcentage.	8,2
T₈₁	Nombres relatifs	7,2
T₁₆	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.	7,2
T₇	Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.	6

Tableau 69 : Compétences les plus présentes dans *Smao*

Les nombres relatifs représentent une part assez importante même si ce chapitre fait partie du début de cycle central du collège.

Une autre spécificité de *Smao* vient de la place qui est accordée à la résolution de problèmes. Il est le seul LTF qui propose aux élèves de travailler quatre compétences plus spécialement consacrées à la résolution de problèmes, notamment dans la phase de traduction d'un problème qui doit permettre à l'élève, par exemple, de choisir la bonne opération ou de reconnaître les données utiles. Une partie de la suite de ce chapitre est consacrée à l'étude en détail de la place de la résolution de problèmes dans le LTF *Smao*.

		<i>Tdmaths</i>	<i>Smao</i>	<i>Les Maths</i>	<i>Lili</i>
T₁₆	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.	0	7,2	1,7	11,5
T₁₆₁	Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée, y compris la division.	0	0,9	0	0,7
T₂₀	Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus.	1,6	0,9	0	0
T_{pb}	Types de tâches propres à la résolution de problèmes	0	1,9	0	0

Tableau 70 : Répartition des types de tâches liées à la résolution de problèmes

En intégrant la résolution de problèmes dans les grands thèmes des chapitres du programme de sixième, voici la visualisation de la répartition des UT dans *Smao*.

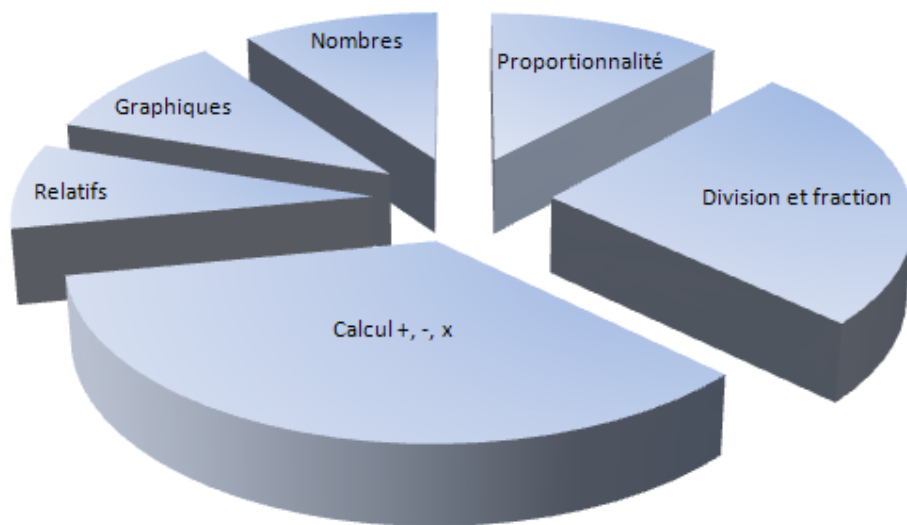


Figure 101 : Répartition des UT dans *Smao* par grand thème

V.2.4 - Deuxième série de caractéristiques des ETC des LTF

La première partie de la description des organisations mathématiques des LTF de notre étude est avant tout quantitative et nous permet d'en avoir une représentation en termes de grands thèmes, de chapitres et de compétences numériques. Mais, il est encore délicat d'envisager une description détaillée car, même si un certain nombre de types de tâches a été répertorié, il n'est pas encore possible de décrire les techniques envisageables pour réaliser ces tâches qui dépendent de la façon dont les activités sont proposées dans les logiciels. Nous pouvons cependant proposer d'avancer dans la description des caractéristiques des ETC de ces LTF.

❖ Conclusions communes :

- Les types de tâches liés à la compétences T_{17} ⁶⁷ sont majoritaires dans les quatre LTF. Nous avons vu dans la partie théorique sur l'Early Algebra que certaines activités liées au calcul mental peuvent être classées dans le paradigme du Calcul II car elle permettent de développer certaines propriétés des opérations dans les ensembles de nombres. Les LTF ne proposent pratiquement aucune activité en relation avec l'apprentissage du calcul mental qui sont vraiment de ce type. Les types de tâches rencontrés sont donc tous liés au calcul posé, au calcul instrumenté sur les nombres entiers et décimaux ou à la dimension mémorisation du calcul mental, caractéristiques du paradigme du Calcul I.
- Plus des trois quarts des types de tâches rencontrés peuvent être classés dans des compétences numériques conformes au programme officiel de la classe de sixième. Les ETC idoines des LTF sont donc compatibles à plus de 75 % aux ETC de référence de l'institution officielle qu'est l'Éducation Nationale, sans que cela signifie que 75 % des attentes du programme officiel sont satisfaites.

❖ *LiliMath* :

- Presque tous les types de tâches rencontrés dans ce LTF concernent le calcul opératoire, posé ou instrumenté, portant sur les quatre opérations. Même si, comme nous allons avoir l'occasion de le vérifier dans la partie suivante, quelques-unes de ses activités peuvent permettre à l'élève de développer la partie liée au Calcul II de son ETC, la grande majorité des types de tâches proposés dans *LiliMath* semble concerner le paradigme du Calcul I.
- *LiliMath* est le LTF qui propose le moins de diversité et près des trois quarts des UT sont classifiées dans seulement deux formes d'activités qui vont être détaillées dans la suite : la forme 2 qui propose de résoudre des problèmes et la forme 1 qui propose d'effectuer des opérations.

❖ *Les Maths, C'est facile* :

- Le travail sur l'équation en tant qu'objet est une caractéristique du paradigme du Calcul III, le calcul algébrique élémentaire. Le nombre important d'activités qui portent sur ce thème dans ce LTF : 13,8 % d'UT, montre que la partie de l'ETC de ce LTF associable au paradigme du Calcul III est relativement importante.
- *Les Maths, C'est facile* est le LTF qui propose le plus d'activités liées à l'ordre des nombres. Même si les objets sont toujours des nombres entiers ou décimaux, les tâches utilisées pour aborder l'ordre des nombres se complexifient et ne peuvent plus être classées uniquement dans le Calcul I. L'apprentissage de l'usage des symboles « < » et « > » en sont des exemples quand ils sont utilisés comme symboles d'un langage écrit. L'ordre des nombres peut faire ainsi partie du Calcul II et ce LTF est constitué de nombreuses activités sur ce thème.

⁶⁷ Savoir effectuer ces opérations +, −, × sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.

❖ *Tdmaths* :

- Dans *Tdmaths*, le travail sur les trois opérations, addition, soustraction et multiplication, est moins présent que dans les trois autres LTF. Et c'est le logiciel qui propose le plus d'activités qui concernent la division euclidienne. Les activités qui utilisent directement les nombres entiers et décimaux et les quatre opérations représentent la moitié des UT. La moitié de l'ETC de *Tdmaths* est donc centrée sur le Calcul I.
- Les écritures fractionnaires sont très présentes dans ce LTF avec plus de 25 % des UT. Le travail sur les écritures fractionnaires peut être classifié dans le Calcul II si celui-ci propose des activités sur de nouveaux objets, de nouveaux nombres, objets du Calcul II, auxquelles les écritures fractionnaires donnent accès. Nous avons besoin d'analyser en détail les activités proposées pour savoir si cette partie de l'ETC de *Tdmaths* fait bien partie du Calcul II.
- Comme dans *Les Maths, C'est facile*, l'ordre est très présent dans *Tdmaths* avec un peu plus de 10 % des UT. La partie liée au Calcul II sur ce thème est donc, a priori, assez développée dans l'ETC de *Tdmaths*.

❖ *Smao* :

- Même si *Smao* n'est pas le LTF dont l'ETC idoine est le plus compatible à l'ETC de référence de l'institution officielle, il est le LTF qui propose de travailler le plus de compétences et a donc l'ETC le plus complet des quatre LTF.
- Le calcul sur les quatre opérations avec des nombres entiers ou décimaux occupe comme dans *Tdmaths* près de la moitié des activités. La moitié, au moins, de son ETC, est donc centrée sur le Calcul I.
- Parmi les différentes approches de l'algèbre, la résolution de problèmes est souvent considérée comme incontournable (voir chapitre III). *Smao* est le seul LTF qui aborde l'apprentissage de méthodes pour résoudre des problèmes. Plus de 10 % des UT sont consacrées, explicitement, à ce thème. Cette partie du LTF va être détaillée dans la suite.

La description des Espaces du Travail Calculatoire des ETC se précise mais, comme nous l'avons constaté à plusieurs reprises, il nous faut décrire plus en détail la façon dont chaque Logiciel Tuteur Fermé propose aux élèves de réaliser les activités liées au calcul élémentaire, qu'il soit arithmétique, numérique ou algébrique. Cette démarche est nécessaire pour cerner avec plus de précision les objets, les artefacts et les référentiels théoriques qui composent les ETC des quatre LTF de notre étude.

V.3 - Des Organisations Mathématiques dans les LTF

V.3.1 - Introduction

Chaque élève, chaque personne, chaque individu fait appel à un ou plusieurs paradigmes de calcul pour résoudre des problèmes et se place pour cela dans l'Espace du Travail Calculatoire qu'il s'est construit à partir des enseignements reçus et apprentissages vécus dans le cadre des différentes institutions auxquelles il a eu accès. Dans le cadre des apprentissages liés aux calculs, chaque institution d'enseignement et d'apprentissage possède des caractéristiques qui vont permettre à l'élève de développer la construction de telle ou telle partie de son ETC. Nous allons, dans cette partie de notre travail, poursuivre la détermination des caractéristiques des Espaces du Travail Calculatoire des logiciels en nous concentrant cette fois sur la description des Organisations Mathématiques qui nous ont semblé spécifiques de chaque LTF. Comme dans la première partie de ce chapitre, l'expertise va nous permettre de découvrir des caractéristiques des ETC des LTF. Mais, cette fois, c'est à travers les objets qui sont en jeu dans les types de tâches présents dans les exercices, les artefacts qui sont potentiellement disponibles et qui peuvent permettre de mobiliser telle ou telle technique, et, enfin, dans le cas où ils sont visibles, les référentiels théoriques qui englobent le bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$ des praxéologies. La description des praxéologies et, ainsi, des objets, des artefacts et des référentiels théoriques, proposées par les LTF, va nous permettre de découvrir la place de chacun des paradigmes du calcul élémentaire dans les quatre LTF. L'expérimentation nous permet, entre autres choses, de découvrir lesquelles de ces caractéristiques sont effectivement exploitées par les élèves eux-mêmes.

L'analyse qui va suivre utilise l'ensemble du travail d'inspection des LTF que nous avons réalisé que ce soit l'ensemble de l'expertise ou le travail des élèves dans des cas particuliers, qu'il s'agisse de la place du langage naturel, symbolique et algébrique, ou bien de la place de la résolution de problèmes avec la traduction, la résolution et l'expression de la solution. Ces deux thèmes sont les portes d'entrée que nous avons choisies pour analyser, notamment, les démarches de type V_2 , « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) » (B.O. 2004, p. 7 et B.O. 2008, p.13), qui sont souvent, dans le domaine numérique qui nous intéresse, caractéristiques du paradigme du Calcul II. Les chapitres de chaque LTF qui sont décrits ne dépendent pas d'un choix a priori mais de l'ensemble des chapitres de chaque logiciel. Notre but est de décrire les particularités de l'ETC de chaque LTF.

Nous ne traitons pas de la qualité et de l'impact potentiel des commentaires des LTF dans le cadre des interactions avec les élèves car les retours des tutoriels après leurs réponses sont particulièrement réduits. Ce sont, en général, un vrai ou un faux, une indication pour refaire le calcul que nous avons traité dans le chapitre précédent, mais jamais un retour adapté à la réponse de l'élève pour que celui-ci adapte sa réflexion.

V.3.2 - *LiliMath*

Que ce soit au niveau du nombre d'exercices, du nombre d'Unité de Travail ou du pourcentage de réalisation des activités, près des deux tiers du LTF *LiliMath* concerne des exercices de forme 1 ou 2. La forme 1 propose quatre pages de cinq calculs chacune et la forme 2 demande de résoudre 10 problèmes du même type. Nous allons montrer pourquoi ces deux formes contribuent avant tout à un Espace du Travail Calculatoire lié au paradigme du calcul arithmétique élémentaire ; puis, à travers la découverte des autres activités de ce LTF, nous constaterons que très peu de tâches proposées permettent à l'élève d'avoir accès à un développement des deux autres paradigmes dans son ETC personnel à partir de l'ETC de *LiliMath*.

a - Formes 1 : des opérations

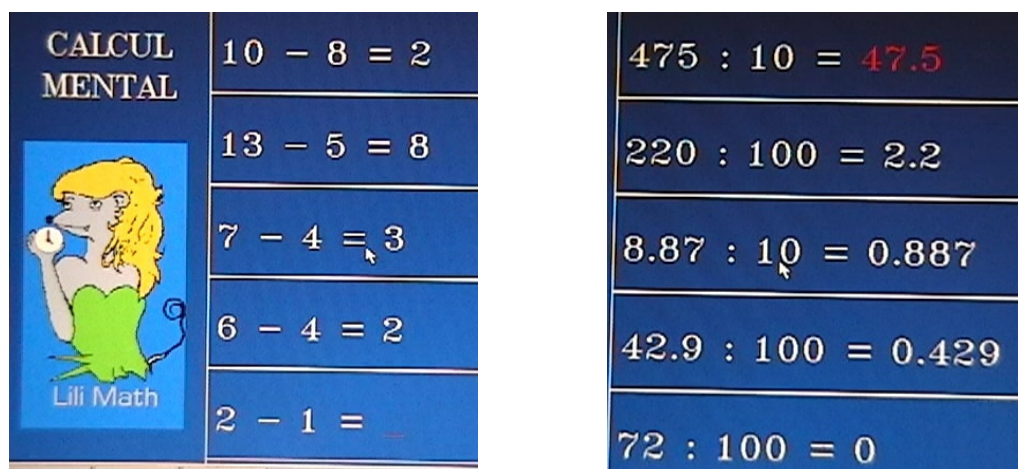


Figure 102 : Forme 1 dans *LiliMath*

Les tâches qui sont proposées dans les exercices de la forme 1 sont toutes du même type : deux nombres, une opération sont proposés et un résultat doit être donné. Presque tous les calculs proposés ont déjà été rencontrés dans les classes de primaire.

i - Objets

Les nombres qui sont utilisés sont toujours ceux qui se retrouvent dans le monde familier de l'élève : nombres entiers à un ou deux chiffres, nombres décimaux à un ou deux chiffres après la virgule, multiplications et divisions décimales. Les fractions sont celles du langage courant.

ii - Artefacts

Les tables d'addition et de multiplication sont les premiers artefacts que l'élève peut utiliser pour réussir tous ces calculs. Les algorithmes calculatoires sur papier sont aussi utilisables dans une petite partie de ces exercices de forme 1. Il n'y a pas de calculatrice disponible à l'écran.

iii - Théorie

Les activités qui concernent les multiplications et divisions par 10 et 100 et les multiplications et divisions par 0,1 et 0,01 sont les seules où la référence à un cadre théorique est visible même si la plupart des élèves peuvent appliquer des techniques sur la place de la virgule indépendamment de la référence à la définition d'un nombre décimal. Nous restons dans tous les cas dans le développement du Calcul I même si le Calcul II n'est pas totalement absent au regard de la relation, très légère, à la définition des nombres décimaux, et donc, au langage numérique. Il n'y a pas de commentaires du LTF qui pourrait permettre à l'élève de travailler tel ou tel point particulier en cas d'erreur.

Ces caractéristiques conduisent à affirmer que tous ces exercices développent avant tout le paradigme du calcul arithmétique ou Calcul I. L'importance des exercices de forme 1 dans ce LTF entraîne que l'ETC idoine de *LiliMath* possède une partie importante consacrée au développement du Calcul I.

En ce qui concerne les élèves, les quelques réflexions d'élèves pendant les entretiens confirment la place du Calcul I dans l'ETC de *LiliMath*.

887. Expérimentateur : et au niveau du logiciel *LiliMath*, plus directement, les choses que vous avez trouvées intéressantes, moins intéressantes... ?

888. Thomas : moins intéressant, **je trouve que c'était les additions... C'était un peu pénible.**⁶⁸

889. Expérimentateur : pourquoi ?

⁶⁸ Souligné par nous.

890. Thomas : bah, **parce que quelquefois c'était des «cinq plus deux», alors on en avait ras-le-bol.**
891. Carole : **c'est trop facile.**
892. Expérimentateur : il y a des moments, c'est trop facile ?
893. Carole : **mais c'était au niveau un.**
894. Expérimentateur : et des choses intéressantes ?
895. Thomas : le seul truc du problème de l'ordinateur c'est qu'on doit trouver pour taper les touches et qu'on se trompe, ça fait tout faux, donc...
896. Carole : ça énerve.
897. Expérimentateur : qu'est-ce que vous disiez au niveau un ?
898. Carole : au niveau un, **c'est facile car il donne cinq plus deux, quatre plus trois...des additions comme ça.** Après, on passe à un niveau supérieur.⁶⁹

Les élèves ont donc en effet constaté que certains exercices de forme 1 sont d'un niveau très élémentaire pour des élèves de collège.

b - Formes 2 : des problèmes

i - Caractéristiques des exercices de forme 2

◆ Temps de réalisation

Afin d'avoir une vision plus précise des exercices qui sont proposés voici les temps de réalisation de l'expert des problèmes de forme 2 dans *LiliMath*.

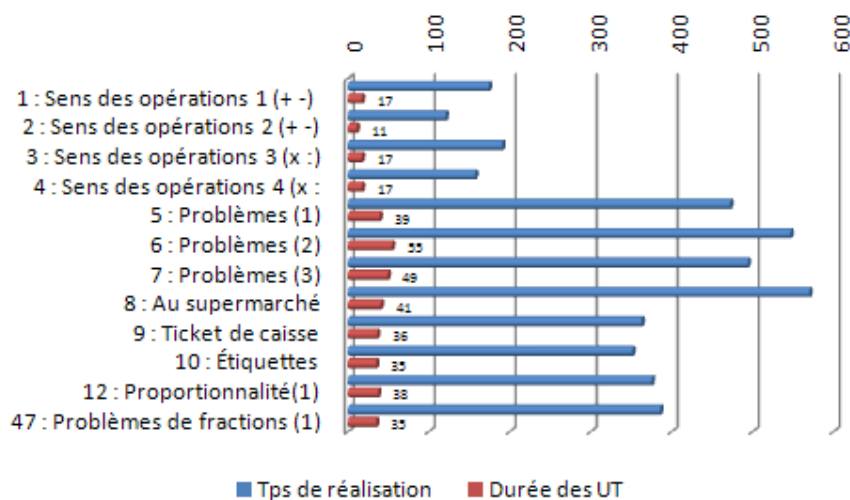


Figure 103 : Réalisation par l'expert (en s.) des problèmes de forme 2 dans *LiliMath*

Cette répartition du temps de réalisation nous permet de classer les problèmes de forme 2 en trois catégories : 1, 2, 3, 4, puis 5, 6, 7, 8, et enfin, 9, 10, 12, 47.

⁶⁹ L'ensemble des neuf entretiens sont disponibles en annexe. Les interventions de l'expérimentateur et des élèves sont numérotées de 1 à 1478.

♦ L'écran des exercices de forme 2

Les exercices de forme 2 de *LiliMath* se présentent tous de la même façon et se décomposent en cinq parties :

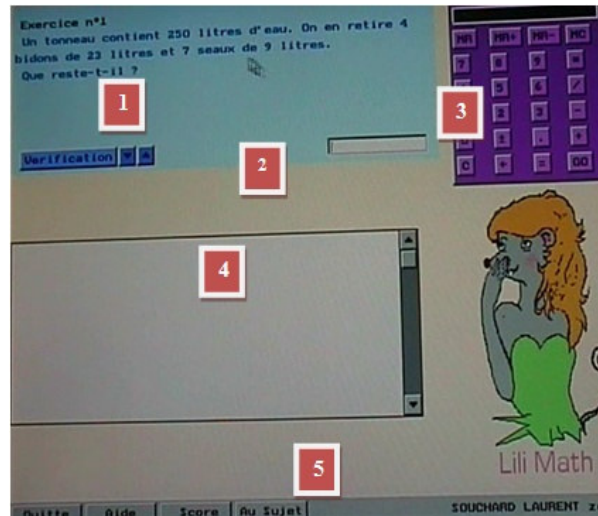


Figure 104 : Forme 2 dans *LiliMath*

1. Le texte du problème à résoudre et une question ;
2. La case pour la réponse et un onglet pour vérifier la réponse ;
3. La calculatrice disponible à l'écran.
4. La zone de brouillon où il est possible de poser des calculs en ligne et d'obtenir la réponse grâce à la touche « entrée » ; cette zone garde à l'écran tous les calculs qui ont été écrits dans un chapitre et la série des 10 problèmes.
5. Le bandeau du bas de l'écran permet de gérer l'interactivité avec le logiciel pour quitter l'exercice, pour obtenir de l'aide et pour connaître son score. Le nom de l'élève est inscrit en bas de l'écran. L'aide disponible décrit la façon dont il faut utiliser certaines parties du logiciel et ne propose pas de soutien didactique pour résoudre le problème.

ii - Description des problèmes

♦ Les chapitres 1, 2, 3 et 4

Les quatre premiers chapitres forment une première catégorie et proposent une quarantaine de petits problèmes qui sont tous construits sur un même modèle dont voici quatre exemples :

Combien de billes a Jean ? Il a 6 billes de moins que Pierre. Pierre a 18 billes.

Sophie avait vendu 58 timbres le jeudi. Elle en a vendu 41 le vendredi. Combien de timbres a-t-elle vendu en tout ?

Avant, combien y avait-il de nageurs dans la piscine ? Le moniteur vient de les répartir en 5 équipes. Il y a maintenant 15 nageurs par équipe.

Il y a 9 chaises dans la classe. Il y en a 3 dans la cantine. Combien de fois moins y en a-t-il dans la cantine ?

Ce modèle commun possède les caractéristiques suivantes :

- ✓ Trois phrases dont une question ;
- ✓ Deux données numériques exprimées en chiffres ;
- ✓ Toutes les données sont utiles et nécessaires à la résolution du problème ;
- ✓ Une seule opération est nécessaire pour résoudre le problème ; sachant que, dans le titre du chapitre, les deux opérations utiles aux exercices sont explicitées, l'élève a le choix entre ces deux opérations uniquement ;
- ✓ Un unique calcul permet d'obtenir la solution.

♦ Les chapitres 5, 6, 7 et 8

Voici quelques exemples de ces problèmes :

J'achète 6 bouteilles d'eau à 2,30F et 3 bouteilles de jus de fruits à 3,50 F. Quel est le prix à payer ?

Il faut 720g de farine pour faire 1 kg de pain. Combien faut-il de kilogrammes de farine pour faire 58 pains de 500 g ?

Un marchand achète 135 litres de vin pour 1245 F. Il met ce vin en bouteilles de 75 cl et vend chaque bouteille au prix de 8,75 F. Quel bénéfice va-t-il réaliser ?

Dans un magasin de bricolage, Pierre a payé 79,50 F pour un tube à 34,10 F et un paquet de boulons. Quel est le prix des boulons ?

Les données qui sont exprimées dans ces problèmes sont plus nombreuses et leur traitement demande plus de temps : la durée moyenne de résolution de ces exercices est trois fois plus importante que dans les quatre chapitres précédents. La diversité des problèmes est un peu plus importante même si quelques caractéristiques sont encore communes :

- ✓ Le nombre de phrases n'est plus fixe : 2, 3 ou quatre phrases dont une question ;
- ✓ Les données numériques sont des nombres entiers ou décimaux du monde familier ;
- ✓ Toutes les données sont utiles et nécessaires à la résolution du problème ;
- ✓ Une ou deux opérations sont nécessaires pour résoudre le problème ;
exceptionnellement trois ;

♦ Les chapitres 9, 10, 12 et 47

Le temps de réalisation de l'expert est, en moyenne, deux fois plus important que celui des quatre premiers chapitres. Ils sont donc réalisés, en moyenne, plus rapidement que ceux que nous venons d'analyser. Mais, dans leur ensemble, ces problèmes ont encore les mêmes caractéristiques que ceux des chapitres précédents même si le nombre de problèmes qui mêlent différents types de grandeurs est plus important.

iii - Caractéristiques des problèmes

Dans la première série de problèmes, celle des chapitres 1, 2, 3 et 4, une seule opération est nécessaire : addition ou soustraction dans les chapitre 1 et 2, multiplication et division dans les chapitres 3 et 4. Nous sommes en présence de problème dont le classement peut être organisé à partir des catégories additives, d'une part et, multiplicative de l'autre, proposées par Vergnaud à partir de 1981 (Vergnaud, 1991, p.220-225). Ces structures sont caractéristiques de l'arithmétique et de l'enseignement élémentaire.

Les chapitres suivants proposent des problèmes plus complexes, que ce soit dans les chapitres 5, 6, 7, 8 ou dans les chapitres 9, 10, 12 et 47. Les structures additives et multiplicatives ne nous suffisent pas pour décrire ces problèmes qui allient souvent deux ou trois opérations différentes. Un autre modèle de caractérisation des problèmes est celui que Bednarz et Janvier ont proposé il y a déjà une quinzaine d'années.

En arithmétique, les problèmes généralement présentés à l'élève sont des problèmes que nous qualifions de «connectés»: une relation peut facilement être établie entre deux données connues, induisant alors un raisonnement possible de type arithmétique (s'articulant sur les données connues du problème pour aboutir en fin de processus à la donnée inconnue). Au contraire, en algèbre, les problèmes généralement présentés à l'élève sont des problèmes que nous qualifions de «déconnectés»: aucun pont ne peut être établi *a priori* directement entre des données connues, etc. (Bednarz, Janvier, 1996, p. 9).

Afin de décrire les caractéristiques des problèmes rencontrés dans les chapitres de forme 2, voici les dix problèmes que propose le LTF, par exemple, dans le chapitre n°7 ainsi que les calculs et expressions numériques écrits dans la partie brouillon par l'expert.

Textes des problèmes du chapitre 7	Utilisation du brouillon
<p>Exercice n°1 J'achète une calculatrice à 25,20F, un livre à 31F et 5 cahiers. Je donne 100F et la caissière ne rend 32,30F. Quel est le prix d'un cahier ?</p> <p>Exercice n°2 Pierre a acheté 12 bouteilles d'eau et 5 bouteilles de jus de fruits pour 33,20F. Une bouteille de jus de fruits coûte 3,40F. Quel est le prix d'une bouteille d'eau ?</p> <p>Exercice n°3 Pierre a acheté 7 cahiers et 5 classeurs pour 25,40 F. Un cahier coûte 1,20 F. Quel est le prix d'un classeur ?</p> <p>Exercice n°4 J'ai acheté un lot de 12 verres pour 42 F. Quel est le prix d'un verre ?</p> <p>Exercice n°5 Un marchand achète 135 litres de vin pour 1245 F. Il met ce vin en bouteilles de 75 cl et vend chaque bouteille au prix de 8,75 F. Quel bénéfice va-t-il réaliser ?</p> <p>Exercice n°6 Une machine à laver coûte 4750 F. On peut l'obtenir à crédit en payant 400 F au comptant, puis 11 mensualités de 480 F. Quel est le prix du crédit ?</p> <p>Exercice n°7 Pour 19 F j'ai acheté 3 cahiers et un stylo à 2,50 F. Quel est le prix d'un cahier ?</p> <p>Exercice n°8 Il me manque 40F pour acheter un dictionnaire. Avec 320F j'aurais 75F de trop. Combien ai-je d'argent ?</p> <p>Exercice n°9 Pour la rentrée j'ai acheté 7 cahiers et un classeur. J'ai payé 43F pour le tout. Mon frère n'a acheté que 4 cahiers qui lui ont coûté 14F. Quel est le prix du classeur ?</p> <p>Exercice n°10 J'achète 5 cahiers à 4,30F, 8 stylos à 2,25F et un livre. Je donne 100F et la caissière ne rend 31,50F. Quel est le prix du livre ?</p>	<div> <div> $100 - 32.3 = 67.7$ $97.7 - 25.2 - 31 = 41.5$ $41.5 / 5 = 8.3$ $67.7 - 25.2 - 31 = 11.5$ $11.5 / 5 = 2.3$ </div> <div>Ex. n°1</div> </div> <div> <div> $(33.2 - 5 \times 3.4) / 12 = 1.35$ $(25.4 - 7 \times 1.2) / 5 = 3.4$ $42 / 12 = 3.5$ </div> <div>Ex. n°2 Ex. n°3 Ex. n°4</div> </div> <div> <div> $135 / 0.75 = 180$ $180 \times 8.75 - 1245$ </div> <div>Ex. n°5</div> </div> <div> <div> $180 \times 8.75 - 1245 = 330$ $4750 - 400 = 4350$ $4350 / 11 = 395.45455$ $480 \times 11 = 5280$ $5680 - 4750 = 930$ </div> <div>Ex. n°6</div> </div> <div> <div> $(19 - 2.5) / 3 = 5.5$ $320 - 75 = 245$ $14 / 4 = 3.5$ $7 \times 3.5 = 24.5$ $43 - 24.5 = 18.5$ </div> <div>Ex. n°7 Ex. n°8 Ex. n°9</div> </div> <div> <div> $100 - 31.5 = 68.5$ $68.5 - 5 \times 4.3 - 8 \times 2.25$ </div> <div>Ex. n°10</div> </div>

Figure 105 : Réalisation du chapitre 7 de *LiliMath* par l'expert

Nous remarquons que tous ces problèmes sont de type « connecté », c'est-à-dire que la « relation peut facilement être établie entre deux données connues, induisant alors un raisonnement possible de type arithmétique (s'articulant sur les données connues du problème pour aboutir en fin de processus à la donnée inconnue). » (Ibid.)

Même si plusieurs étapes peuvent être quelquefois nécessaires pour résoudre ces problèmes, « les opérations arithmétiques sur les quantités connues » (Demonty, 2005, p. 228) suffisent. À aucun moment, une démarche algébrique ou symbolique n'est nécessaire pour résoudre un de ces problèmes.

Par exemple, dans le problème du vin (exercice n°5, figure 107), le calcul du nombre de bouteille de 0,75 cl est nécessaire pour calculer le prix de vente total et ainsi trouver le bénéfice réalisé.

Étapes de résolution du problème du vin :

1. Nombre de bouteilles : quantité totale en litre / volume d'un bouteille en litre
2. volume d'un bouteille en litre : $75 \text{ cl} = 0,75 \text{ l}$
3. Nombre de bouteilles : $135/0,75 = 180$ bouteilles (ou $135 \times 3/4$ ou $135/3 \times 4$)
4. Prix de vente total : $180 \times 8,75 = 1575 \text{ F}$
5. Bénéfice = prix d'achat – prix de vente
6. Calcul du bénéfice : $1575 - 1245 = 330 \text{ F}$.

Cet exemple ainsi que tous les autres problèmes sont bien de type « connecté ». À aucun moment, une démarche de type algébrique ou symbolique n'est nécessaire. L'élève reste dans une démarche avant tout arithmétique et en lien permanent avec la réalité du problème.

iv - Les caractéristiques de l'ETC de *LiliMath* lié à la forme 2

◆Objets

Les nombres qui sont utilisés dans tous les problèmes sont toujours définis par un lien avec la réalité. En dehors des nombres, seules les opérations sont utilisées pour résoudre les problèmes. Il n'est pas nécessaire de traduire les problèmes symboliquement pour les résoudre. Les objets de l'ETC de *LiliMath* que les problèmes de forme 2 utilisent sont ceux du Calcul I.

◆Artefacts

L'environnement de travail qui est proposé à l'élève (voir figure 106) est complet et il n'est pas nécessaire de faire appel au papier-crayon ou à une calculatrice extérieure. La partie 4 est l'occasion pour l'élève de traduire numériquement les données du problème sans se préoccuper des algorithmes de calcul, à la main ou à la calculatrice. Dans l'exemple ci-dessus, il suffit que l'élève traduise le texte du problème par l'une des phrases numériques suivantes :

$$250 - 4 \times 23 - 7 \times 9 \quad \text{ou bien} \quad 250 - (4 \times 23 + 7 \times 9)$$

en l'écrivant dans la partie 4 pour que le LTF donne le résultat du calcul après que l'élève ait appuyé sur la touche « entrée ». Il peut aussi effectuer les calculs les uns après les autres dans cette partie 4. Les artefacts spécifiques qui sont proposés par l'ETC du LTF sont, pour tous ces problèmes de forme 2, une calculatrice intégrée à l'écran dans la partie 3 et un environnement de calcul écrit, appelé brouillon, dans la partie 4. Cette partie brouillon respecte les règles du calcul numérique symbolique et, surtout, conserve la mémoire du calcul effectué. L'ETC de *LiliMath* propose donc un artefact qui, grâce à ses caractéristiques d'écriture en ligne et de mémorisation des calculs, peut être classé parmi les artefacts du paradigme du Calcul II.

<p>Exercice n°4 Un fût de vin vaut 1767 F. On en tire 81 litres et le reste ne vaut plus que 511,50 F. Quel est la contenance du fût ?</p>																					
<p>Exercice n°5 Un rouleau de 35m de fil de fer pèse 420 grammes. Combien pèse un mètre de fil de fer ?</p>																					
<p>Exercice n°6 Un train est formé par 50 wagons. 31 wagons contiennent 10 compartiments de 8 places et les autres, sans compartiments, contiennent chacun 115 places. Quel est le nombre de voyageurs pouvant prendre place dans ce train ?</p>																					
<p>Exercice n°7 André a 8 ans de plus que Bernard qui a 2 ans de moins que Claude qui a 5 ans de plus que Didier qui a 20 ans. Quel est l'âge d'André ?</p>																					
	<table border="1"> <tr> <td>6450+1870= 8320</td> <td></td> </tr> <tr> <td>1767-511.5= 1255.5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>1255.5/81= 15.5</td> <td>Ex. n°4</td> </tr> <tr> <td>511.5/15.5= 33</td> <td></td> </tr> <tr> <td>81+33= 114</td> <td></td> </tr> <tr> <td>420/35= 12</td> <td>Ex. n°5</td> </tr> <tr> <td>31*10*8= 2480</td> <td></td> </tr> <tr> <td>19*115= 2185</td> <td>Ex. n°6</td> </tr> <tr> <td>2480+2185= 4665</td> <td></td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>Ex. n°7</td> </tr> </table>	6450+1870= 8320		1767-511.5= 1255.5		1255.5/81= 15.5	Ex. n°4	511.5/15.5= 33		81+33= 114		420/35= 12	Ex. n°5	31*10*8= 2480		19*115= 2185	Ex. n°6	2480+2185= 4665		20	Ex. n°7
6450+1870= 8320																					
1767-511.5= 1255.5																					
1255.5/81= 15.5	Ex. n°4																				
511.5/15.5= 33																					
81+33= 114																					
420/35= 12	Ex. n°5																				
31*10*8= 2480																					
19*115= 2185	Ex. n°6																				
2480+2185= 4665																					
20	Ex. n°7																				

Figure 106: Utilisation de la partie brouillon par l'expert dans *LiliMath*, chapitre 6

L'expertise nous a montré qu'après avoir pris l'habitude d'utiliser cette partie brouillon, les calculs sont effectués pendant les premiers chapitres les uns après les autres. À partir du chapitre 7 et pour certains exercices seulement (voir figure 107), cette partie brouillon est

utilisée pour écrire des expressions numériques complètes qui permettent d'obtenir, en une seule ligne de calcul, la solution. Après la réalisation de six chapitres, il arrive à l'expert d'utiliser la partie brouillon comme un artefact du Calcul II dans une démarche de traduction numérique de certains problèmes. Cependant, pour la majorité des problèmes, la résolution s'effectue opération par opération en restant toujours en relation avec les données du problème. Même si, comme l'expert, nous avons à notre disposition tous les paradigmes de calcul, nous avons utilisé, dans notre ETC, le calcul arithmétique pour résoudre tous ces problèmes car la relation à la réalité est toujours primordiale même si la partie brouillon permet de se concentrer presque exclusivement sur la traduction du problème. En ce sens, nous pourrions penser que cette partie brouillon n°4 permet à l'élève de développer légèrement une démarche numérique et non exclusivement arithmétique. Mais, l'expérimentation nous a montré qu'aucun élève n'utilise cette partie brouillon pour résoudre les problèmes. Ils utilisent avant tout leur papier sur lequel ils effectuent les opérations. Ils n'ont pas conscience de l'impact de la traduction du problème et concentrent la majeure partie de leur énergie sur les opérations. L'intérêt de cette partie brouillon ne les concerne donc pas. L'artefact que représente cette partie brouillon aurait, semble-t-il, nécessité un moment d'apprentissage spécifique pour être utilisé par les élèves et être ainsi intégré à leur ETC personnel. Bien entendu, l'usage de cet artefact ne suffit pas pour instituer des démarches propres au Calcul II et de la même façon, le papier et le crayon n'empêche pas de mettre en place des démarches plus numériques qu'arithmétique. Cela dépend du type de problème qui est proposé dans tous ces chapitres. Mais, au regard de l'évolution de l'utilisation par l'expert de cette partie brouillon, il n'est pas inconcevable d'imaginer que des démarches de traduction numérique d'un problème peuvent aussi être spontanément facilitées pour un élève par cet artefact.

◆Théorie

Aucun développement particulier de l'aspect théorique n'apparaît dans l'analyse des problèmes de forme 2 en dehors des caractéristiques du paradigme du Calcul I comme pour les exercices de forme 1.

c - Autres formes d'activités

Parmi le tiers des exercices restants, ou le quart des UT, nous allons analyser quatre formes qui correspondent à cinq chapitres. Nous avons retenu ces chapitres, car chacun d'eux propose

un apport pour la partie Calcul II de l'ETC de *LiliMath*. Ils représentent 15 % de la durée de réalisation de l'expert, 10 % des chapitres et 6 % des UT du logiciel.

i - Les trois chapitres de forme 4

Les exercices des chapitres 11, 13 et 14 de forme 4 sont proposés sous forme de problème qui, comme ceux de forme 2, proposent toujours une relation simple entre deux données connues.

Dans l'exemple de la figure 109, le problème est le suivant :

Dans une station-service, j'ai dépensé 210 F pour acheter 42 litres d'essence.
Quel prix aurais-je payé pour faire le plein d'un réservoir de 36 litres ?

Les problèmes proposés induisent un développement de la partie Calcul I de l'ETC du LTF. La tâche de l'élève ne consiste pas cette fois à résoudre le problème mais, comme l'indique la partie 2 de la forme 4 (Figure 109) :

Tu dois placer les nombres correctement dans les bonnes cases. Le résultat s'affichera dans la dernière case. Tu peux utiliser les boutons [?] mais cela coûtera 2 points. Bon courage.



Figure 107 : Forme 4 et chapitres 11, 13 et 14 dans *LiliMath*

L'élève doit remplir trois des quatre cases de la partie 3. En appuyant sur les [?], il obtient une indication qui décrit le nombre qu'il doit mettre dans la case :

[?] : Litre de départ	[?] : Prix de départ
[?] : Litre petit réservoir	[?] : Prix à payer

Le problème propose trois données numériques qui doivent permettre de remplir trois cases.

Si l'élève utilise les touches [?], la tâche se transforme et ne correspond plus qu'à la lecture du texte et à la reconnaissance des données du problème. Les quatre cases n'ont alors aucun lien particulier entre elles.

Sinon, il est demandé à l'élève d'utiliser un produit en croix automatique, un nouvel artefact, qui va lui permettre d'obtenir le prix à payer après avoir rempli les données dans les bonnes cases. Même si les problèmes de ces chapitres ne proposent de travailler que sur des objets liés au Calcul I, ce nouvel artefact peut être considéré comme faisant partie du Calcul II car il permet d'aller plus loin que le simple résultat d'une opération. Il semble qu'un des buts de ces exercices soit de libérer l'élève à la fois de la construction du raisonnement et de la réalisation des calculs pour, au final, être capable d'utiliser le produit en croix automatique du logiciel. Mais, comme dans le cas des problèmes proposés dans les chapitre de forme 2, l'artefact ne suffit pas à faire rentrer l'élève dans le Calcul II. Nous pouvons considérer que ces trois chapitres de *LiliMath* ne peuvent contribuer que de façon très limitée au développement de la partie Calcul II de son ETC.

ii - Le chapitre 25 de forme 5

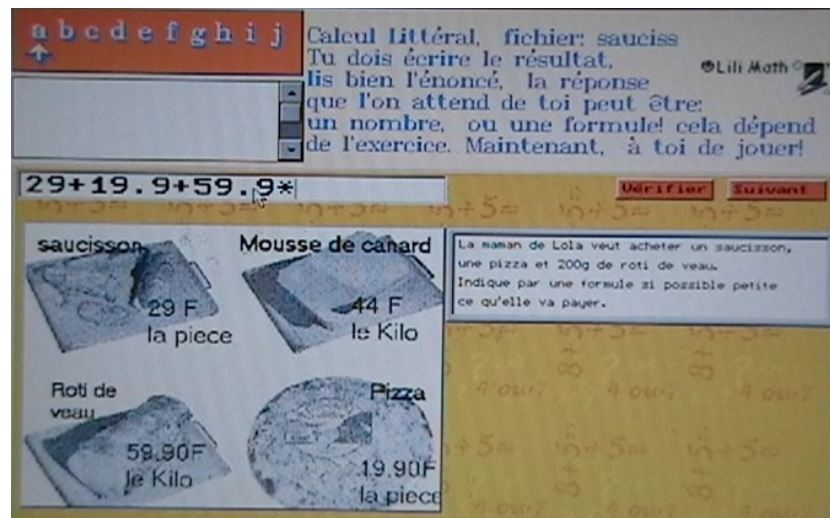


Figure 108 : Forme 5 et chapitre 25 dans *LiliMath*

La forme 5 est rédigée de telle façon que l'élève est censé passer d'un problème réel à « un nombre ou une formule ». Le titre proposé au début de la description de la tâche à effectuer, « Calcul littéral », n'est pas adapté puisque qu'aucune lettre ne va être utilisée. Nous ne sommes pas en présence d'une tâche de type Calcul Algébrique. Mais, nous sommes en présence d'un exercice de Calcul Numérique qui doit permettre à un élève de traduire un problème réel en une expression numérique qu'il aura ensuite besoin de calculer pour obtenir

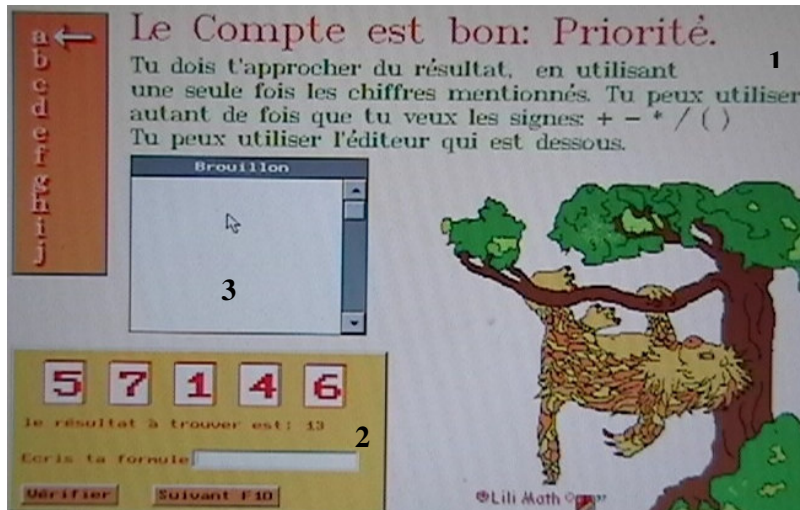
le résultat. Mais ce résultat n'est pas le but de l'exercice qui consiste uniquement à traduire par une expression numérique le problème posé. C'est pourquoi nous considérons qu'un tel exercice peut être classé dans la catégorie de ceux qui relèvent du calcul numérique élémentaire et qu'il enrichit la partie Calcul II de l'ETC de *LiliMath*. Ce n'est plus le nombre en tant que résultat à un problème qui est l'objet sur lequel l'élève doit travailler, mais une expression numérique qui traduit un énoncé de problème. La réalisation de l'exercice présente des difficultés car le nombre de symboles utilisables est limité : d'où, la phrase dans la consigne « Indique par une formule, si possible petite ... ». L'élève est ainsi confronté à une contrainte supplémentaire qui peut lui permettre de se concentrer encore plus sur le bon usage d'un langage numérique le plus approprié possible. Mais nous avons surtout constaté, au cours de l'expérimentation, des élèves qui après un ou deux échecs à cette série d'exercices, ne comprennent plus le sens de la tâche et finissent par résoudre le problème en indiquant la solution finale, ce qu'accepte le LTF. L'intérêt pour l'apprentissage du Calcul Numérique disparaît alors totalement.

Pour aider à la réalisation des opérations, nous retrouvons le même artefact que dans les chapitres de forme 2 sur les problèmes avec une partie brouillon. Les problèmes sont toujours de la même forme et peuvent toujours être résolus en gardant un lien continu avec la réalité. Cette forme 5 n'apporte finalement qu'un nouvel objet à la partie Calcul II de l'ETC de *LiliMath* avec la possibilité qui est donnée aux élèves de travailler sur des expressions numériques.

iii - Le chapitre 26 de forme 15

Les deux formes suivantes, 14 et 15, sont des exercices dont les tâches sont proposées dans un contexte exclusivement lié aux mathématiques sans lien particulier avec une quelconque réalité.

L'exercice de forme 15 propose un tâche classique de composition et de décomposition de nombres qui peut permettre à l'élève de travailler sur le sens et la dénotation des nombres. L'élève ne doit pas se contenter de trouver le bon résultat en utilisant les nombres disponibles et les quatre opérations, mais il doit, de plus, écrire l'ensemble de ses calculs sous la forme d'une expression numérique en ligne : « Écris ta formule ».

Figure 109 : Forme 15 et chapitre 26 dans *LiliMath*

Alors que le jeu *Le compte est bon* peut être considéré comme faisant exclusivement partie du Calcul I, l'écriture d'une formule utilisant les expressions numériques avec toutes leurs composantes en tant qu'objet, « Tu peux utiliser autant de fois que tu veux les signes +, -, *, / (,) », nous permet de considérer que cette activité fait partie de la partie Calcul II de l'ETC de *LiliMath*. Nous retrouvons encore une fois « l'éditeur » ou la partie brouillon comme artefact de calcul utilisable à volonté, mais que nous n'avons pratiquement jamais vu utiliser par les élèves.

iv - Le chapitre 27 de forme 14

La forme 14 est centrée sur l'analyse d'une expression numérique et fait partie de l'apprentissage du langage numérique à travers l'analyse des usages des symboles opératoires, des parenthèses et des priorités opératoires. La tâche de l'élève est de définir la façon dont il est possible de calculer l'expression qui est proposée en précisant les opérations qui doivent être effectuées dans le bon ordre. Définir l'opérateur représente une Unité de Travail car, à chaque étape, le tutoriel précise si la réponse est correcte ou non. Nous sommes en présence d'un chapitre où les UT sont donc de durée très courte : 4,2 secondes en moyenne pour l'expert. Il y a trois ou quatre UT dans chacune des dix activités du chapitre. L'élève peut donc savoir à chaque instant si sa démarche est correcte. Il peut, par exemple, vite se rendre compte que la lecture de gauche à droite pour déterminer les opérations à effectuer n'est pas adaptée. S'il écrit, dans l'exercice 1 et dans la première case, « 5* », il reçoit le message d'erreur : réponse incorrecte. L'élève doit commencer par faire une analyse de l'ensemble de l'expression numérique en définissant la place des opérations prioritaires.

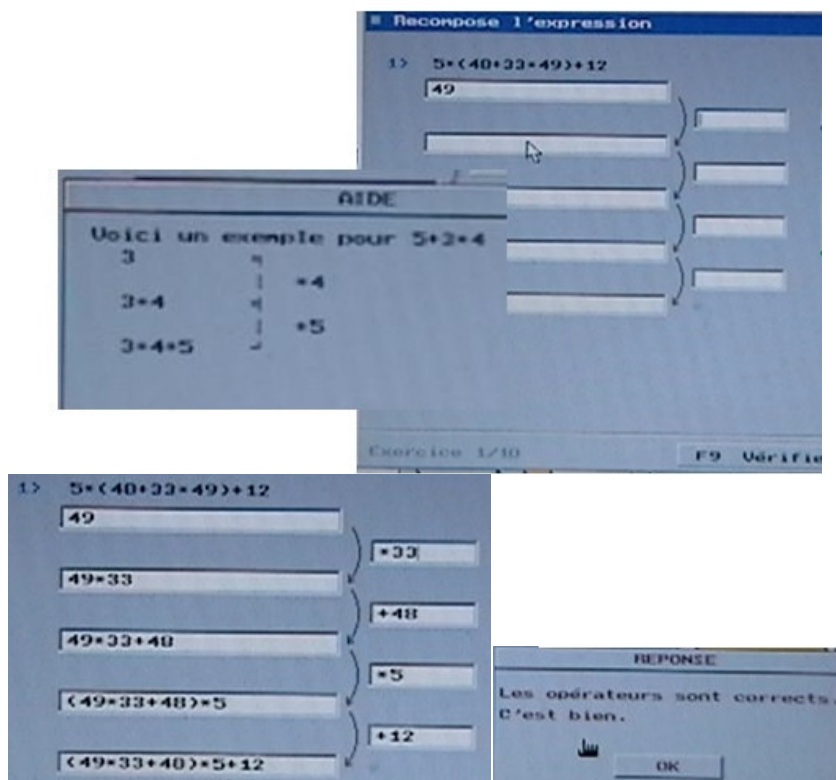


Figure 110 : Forme 14 et chapitre 27 dans *LiliMath*

Les technologies qui lui permettent de mettre en place des techniques pour répondre à ces tâches de lecture sont :

- La multiplication est prioritaire sur l'addition et la soustraction ;
- Une expression placée entre des parenthèses doit être traitée prioritairement.

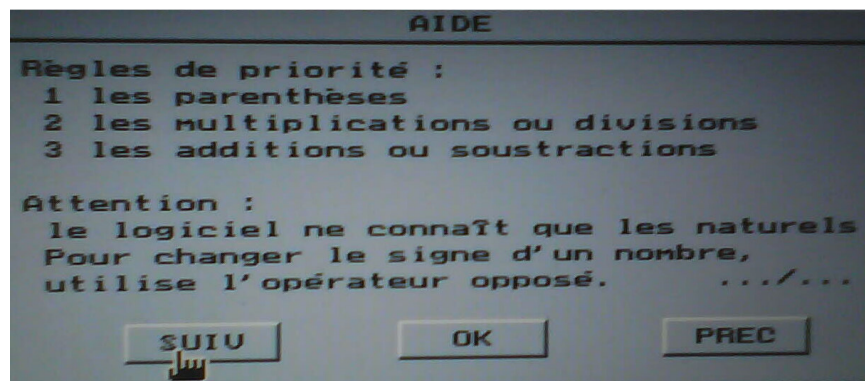


Figure 111 : Aide pour la forme 14 et chapitre 27 dans *LiliMath*

L'élève a accès à une aide sommaire qui rappelle les règles des priorités opératoires dans les expressions numériques. Ces règles appartiennent à la partie théorique du paradigme du Calcul II de l'ETC de *LiliMath*.

En analysant l'ensemble des exercices proposés dans ce chapitre, nous avons constaté que les expressions numériques que l'élève doit travailler ne sont finalement que de deux types :

$$a + b \times (c \times d + e)$$

ou

$$a + b \times (c + d)$$

Cette activité fait partie du Calcul II dans l'ETC du LTF car elle se place dans le cadre de l'apprentissage de la lecture, en détail, d'une expression numérique avec ses règles de lecture. L'ETC de *LiliMath* propose à l'élève de travailler sur le sens d'une expression numérique en tant qu'objet faisant partie du Calcul II. Il est cependant dommage de constater que si peu de types d'expressions sont proposés aux élèves. Cette absence de diversité peut entraîner le développement de techniques propres à ces deux expressions à l'exclusion de toute généralité. L'artefact que l'ETC du LTF propose aux élèves consiste à écrire l'évolution de l'expression numérique que l'élève construit. Cet exercice permet à l'élève de travailler sur la forme et l'écriture d'expressions numériques faisant partie des objets du Calcul II de l'ETC de *LiliMath*.

d - L'ETC de LiliMath

L'ensemble des problèmes de forme 2 qui sont proposés dans *LiliMath* se placent avant tout dans le cadre du paradigme du Calcul I. C'est donc cette partie de l'ETC de ce LTF qui est avant tout développée avec tous ces chapitres. Nous avons remarqué que la partie brouillon de ces exercices peut offrir un artefact où la traduction numérique des problèmes est envisageable. En ce qui concerne la résolution de problèmes de forme 2, cet artefact est la seule partie de l'ETC de *LiliMath* qui soit en relation avec le Calcul II car la forme des problèmes proposés induit toujours une démarche de résolution exclusivement arithmétique. De façon encore plus marquée, les calculs proposés dans les chapitres de forme 1 sont explicitement liés au Calcul I.

Nous pouvons en conclure que, pour près des deux tiers du LTF *LiliMath*, l'Espace du Travail Calculatoire est avant tout dédié au Calcul I, ou calcul arithmétique élémentaire. Le Calcul II,

ou calcul numérique élémentaire, n'est cependant pas totalement absent quand on prend en compte les potentialités de la partie brouillon des exercices de forme 2 qui peut être considérée comme un artefact de ce paradigme.

Dans le tiers restant, nous avons rencontré quelques exercices de *LiliMath* qui enrichissent le paradigme du Calcul II de l'ETC de ce LTF. Ceux de formes 4 et 14 sont organisés autour de nouveaux artefacts qui peuvent enrichir le Calcul II de l'ETC de ce LTF. Quelques autres, formes 5, 14 et 15, font travailler les élèves sur des objets en utilisant des références théoriques du Calcul II. Même si ces quelques tâches peuvent permettre un apprentissage développant des compétences appartenant au Calcul Numérique, ou Calcul II, celles-ci sont trop peu nombreuses et trop peu diversifiées pour imaginer qu'elles vont avoir un impact sur l'élève. Nous pouvons conclure que les caractéristiques de l'ETC de *LiliMath* permettent à l'élève de se construire un ETC basé presque exclusivement sur le calcul arithmétique élémentaire puisque les activités proposées au niveau sixième restent, presque toutes, liées au Calcul I.

Avant le bilan complet en termes d'institution d'apprentissage, nous pouvons déjà constater que le niveau sixième du LTF *LiliMath* permet aux élèves de consolider des bases du Calcul Arithmétique, ou Calcul I, déjà vues dans les classes de primaire. L'Espace du Travail Calculatoire de ce LTF permet très peu aux élèves de commencer à se construire un ETC leur permettant d'aborder solidement les nouveaux concepts des programmes de collège.

V.3.3 - *Les Maths, c'est facile*

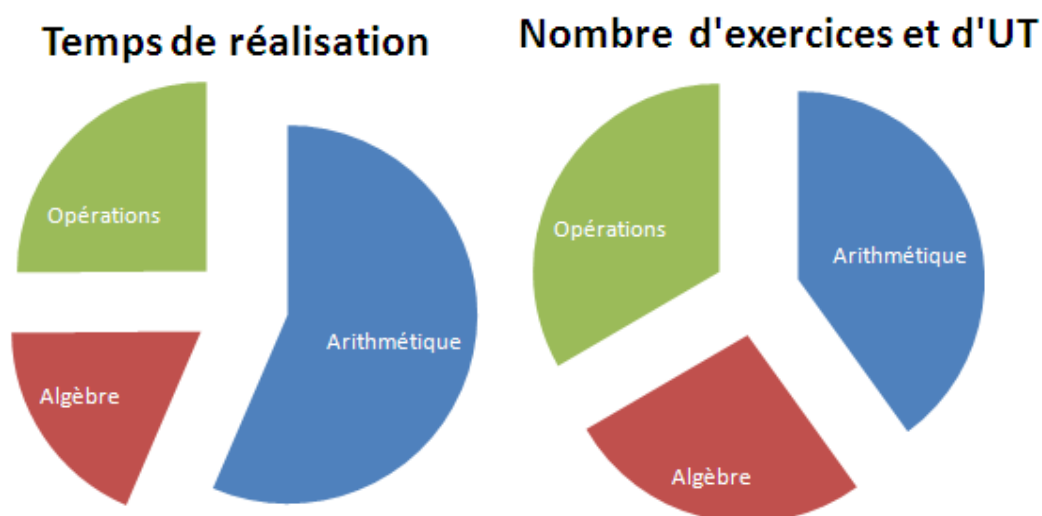


Figure 112 : Temps de réalisation de l'expert, nombre d'exercices et d'UT dans le LTF *Les Maths, c'est facile*

Le Logiciel Tuteur Fermé, *Les Maths, c'est facile* de chez Génération 5, niveau sixième, se décompose en trois parties liées aux nombres : Arithmétique, Algèbre et Opérations. Les deux autres parties, Géométrie et Mesure ne concernent pas notre étude.

La proportion du nombre d'exercices dans chaque partie est la même que celle du nombre d'Unités de Travail car c'est l'utilisateur qui décide du nombre de fois où il veut recommencer l'exercice. Nous constatons qu'au niveau du nombre d'exercices, les trois parties sont équivalentes ; ce qui n'est pas le cas au niveau du temps de réalisation. Le temps passé à réaliser l'ensemble du tutoriel montre que plus de la moitié est consacrée au chapitre arithmétique. Il nous faut maintenant vérifier plus en détail le type de Calcul que chaque partie, et chaque exercice, permet à l'élève de développer à partir de l'Espace du Travail Calculatoire que propose ce LTF.

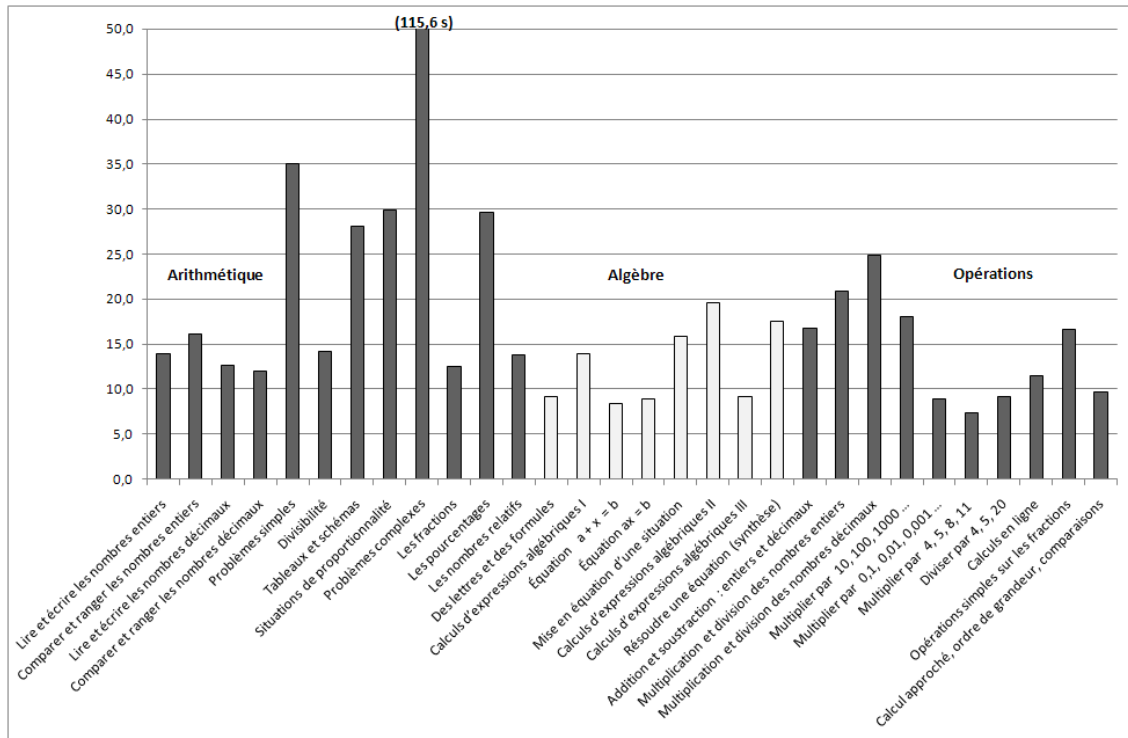


Figure 113 : Durée des UT, en seconde, par exercice, dans *Les Maths, c'est facile*

a - Partie Arithmétique

La durée des UT dans chaque exercice nous permet de constater que cette partie peut se découper en deux séries : une première dont le sujet principal est le nombre, qu'il soit entier ou décimal, que ce soit une fraction ou un relatif ; une deuxième dont le but est la résolution de problèmes divers.

	<i>Titre de l'exercice</i>	<i>N°</i>	<i>Durée de l'UT</i>
Exercices sur les nombres	Lire et écrire les nombres entiers	1	13,9
	Comparer et ranger les nombres entiers	2	16,1
	Lire et écrire les nombres décimaux	3	12,6
	Comparer et ranger les nombres décimaux	4	12
	Divisibilité	6	14,1
	Les fractions	10	12,4
	Les nombres relatifs	12	13,8
Résolution de problèmes	Problèmes simples	5	35
	Tableaux et schémas	7	28,1
	Proportionnalité	8	29,9
	Problèmes complexes	9	115,6
	Les pourcentages	11	29,6

Tableau 71 : Les séries d'exercices dans la partie Arithmétique, *Les Maths, c'est facile*

i - Exercices sur les nombres

Les exercices de la première série, n° 1, 2, 3, 4 et 6, permettent à l'élève de début de collège de revoir l'écriture des nombres, entiers et décimaux, ainsi que le sens de cette écriture à travers, par exemple, leur comparaison, leur composition et décomposition. Presque toutes les activités rencontrées concernent la consolidation de la part de langage naturel dans le Calcul Arithmétique. Tous ces exercices reprennent ce que doit savoir un élève de primaire pour aborder les problèmes de l'école élémentaire.



Figure 114 : Des activités sur le langage naturel dans *Les Maths, c'est facile*

L'élève a besoin de connaître tout ce vocabulaire et le sens de la position des chiffres d'un nombre pour aborder la résolution de nombreux problèmes. Nous remarquons aussi que presque tous ces exercices ne nécessitent aucun écrit pour être résolu ; ce qui confirme la place du Calcul I dans l'ETC de ce LTF pour cette première partie sur l'arithmétique.

Figure 115 : Symboles de comparaison dans *Les Maths, c'est facile*

Quelques activités, comme celles de la figure 116, proposent cependant un travail sur les symboles écrits nécessaires au Calcul Numérique. Ces symboles font partie des objets liés au Calcul II de l'ETC de *Les Maths, c'est facile*. Mais ces activités sont trop peu nombreuses pour être significatives. Par contre, les activités qui utilisent des représentations sont beaucoup plus nombreuses.

Les diagrammes circulaires sont utilisés au début du secondaire en statistique pour la représentation de données et en algèbre ou en calcul numérique pour la représentation des fractions. En voici un exemple.



Figure 116 : Diagramme circulaire dans le chapitre Fraction

L'élève doit reconnaître la fraction du disque que représente les deux parts numérotées I et II. Il doit donc passer de l'écriture sous forme symbolique de la fraction à sa représentation en décodant l'implicite, c'est-à-dire que l'unité est représentée par le disque entier. L'écriture symbolique utilisée est d'ailleurs plus proche du langage naturel car les fractions sont écrites sur une ligne, $1/6$, et non sous la forme $\frac{1}{6}$, sur deux lignes, comme cela devrait être le cas en langage symbolique numérique. La numérotation en chiffres romains entraîne une complexité supplémentaire.

Quelques autres exercices proposent de faire travailler les élèves sur des objets qui ne sont plus avant tout liés au Calcul I, comme ceux qui concernent les nombres relatifs.



Figure 117 : Les nombres relatifs dans *Les Maths, c'est facile*

Le type de tâches qui est proposé dans le premier exercice de la figure 118 porte sur des relatifs qui sont des objets du Calcul II et ne devraient pas intervenir en classe de sixième. Trois nombres sont entiers dont les deux qui vont être utilisés dans la solution. Une fois que le nombre 18 est éliminé car zéro n'est pas présent, il ne reste que 9,0 et $-9,0$ sur lesquels il suffit de cliquer sans se préoccuper de l'ordre dans lequel on clique sur les nombres. L'ETC de ce LTF propose à l'élève de travailler sur des nombres, objets du Calcul II, mais dans une démarche d'essai/erreur sans aucun lien avec une référence théorique. Il est difficile de savoir ce que l'élève va retenir de la réponse à la question de l'exercice : « Entre quels nombres y a-t-il une différence de 18 ? ». Deux théorèmes que l'élève peut se construire, en acte, sont envisageables :

- a) Pour obtenir une différence de a entre deux nombres, il suffit de choisir les deux nombres $-a/2$ et $a/2$; ce qui est juste s'il n'est pas nécessaire d'écrire et d'effectuer l'opération.
- b) $9 - (-9) = (-9) - 9 = 18$ ou $a/2 - (-a/2) = (-a/2) - a/2 = a$; ces doubles égalités sont fausses, sauf pour $a = 0$.

Avec la même série de nombres, le deuxième exercice de la figure 118 propose aux élèves de repérer les nombres négatifs supérieurs à -10 .

Même si quelques nombres ou symboles rencontrés dans cette partie Arithmétique peuvent être classifiés dans le paradigme du Calcul II de l'ETC du LTF *Les Maths, c'est facile*, cette partie est avant tout centrée sur le Calcul I. Aucune démarche n'est proposée pour faire découvrir une partie théorique propre au Calcul II comme cela aurait pu être le cas avec les nombres relatifs par exemple. Il n'y a pas non plus de présentation d'artefacts propre à un autre paradigme que celui du Calcul I. C'est donc ce paradigme qui est avant tout présent dans l'ETC de ce LTF dans cette partie Arithmétique qui concerne les chapitres sur les nombres.

ii - Résolution de problèmes

La deuxième série d'exercices de cette partie concerne la résolution de problèmes. Ces cinq chapitres représentent 15 % des UT ou des exercices mais 37 % du temps de réalisation de l'expert. Plus du tiers du temps passé avec ce LTF doit l'être dans le cadre de ces cinq chapitres de la partie Arithmétique. Une partie importante de l'ETC du LTF *Les Maths, c'est facile* peut donc être décrite à partir de ces chapitres. Nous allons décrire quelques exercices caractéristiques de ces chapitres qui vont nous permettre de déceler des objets, artefacts et références théoriques de l'ETC de *Les Maths, c'est facile*.

◆ Tableaux de proportionnalité

e	11
16	80
0,5	f

Dans ce tableau de proportionnalité, quel nombre devrait-on écrire en f ?

Figure 118 : Tableaux dans le chapitre Proportionnalité

Les exercices sur les tableaux de proportionnalité, comme celui de la figure 119, supposent que l'élève ait déjà intégré les propriétés de ce type de tableau et les modes de calculs qui s'y rattachent. Le tableau de proportionnalité est présenté sans lien avec une situation réelle de proportionnalité. Le travail de l'élève consiste donc à comprendre les tâches qui lui sont demandées indépendamment d'un problème à résoudre. Cette activité est centrée sur la découverte d'un outil de résolution de problèmes de proportionnalité. Les rapports entre nombres d'une même colonne n'étant pas simples, l'élève doit comprendre que les nombres de la première colonne doivent être multipliés par un même nombre pour obtenir les nombres de la deuxième colonne. Il doit ensuite déterminer ce nombre directement par division ou en revenant progressivement à l'unité : 16 et 80, 8 et 40, 4 et 20, 2 et 10, 1 et 5. Inversement, les nombres de la deuxième colonne doivent être divisés par un même nombre pour obtenir les nombres de la première colonne. La deuxième tâche de l'élève consiste à trouver le nombre par lequel il faut multiplier 16 pour obtenir 80. Les techniques disponibles sont multiples : essai/erreur, algorithme de la division, équation. Il est peu probable que l'élève de sixième utilise cette dernière technique de l'équation car celle-ci n'a pas encore été introduite. La dernière tâche de l'élève consiste à multiplier 0,5 par 5 et à écrire le résultat. Le fait que ce soit une technique écrite, le tableau de proportionnalité, qui soit travaillée ici, peut conduire à

estimer que cette tâche peut contribuer au développement du calcul numérique grâce à un artefact du Calcul II de l'ETC de *Les Maths, c'est facile*. Cependant, le peu d'écrit qui est demandé et la simplicité des nombres en jeu amènent à questionner cette organisation car l'élève peut se contenter de travailler exclusivement à l'oral et ne pas envisager un apprentissage écrit. Cet artefact du Calcul II de l'ETC de ce LTF ne permettrait alors à l'élève que le développement du Calcul Arithmétique de son ETC, d'autant plus que les tableaux de proportionnalité vivent aussi à l'école élémentaire.

Cette absence de travail sur l'écrit est renforcée dans ce LTF par le fait que plus des deux tiers des Unités de Travail de cette partie sont présentés sous forme de QCM ; leur forme très simplifiée implique une importance moindre de l'écrit et donc un développement plus important de la partie Calcul I de l'ETC de l'élève. Moins d'écrit entraîne une utilisation renforcée des objets et artefacts qui sont proposés par l'ETC du LTF propre au Calcul I : nombres entiers et décimaux simples et opérations.

♦ Diagrammes et tableaux

PRATIQUE ↓	Luc	Ida	Jean	Bob	Irma	personne
ski	♥	♥			♥	clique sur les noms des sports
natation	♥		♥			
foot	♥			♥		
tennis	♥		♥	♥	♥	
danse		♥	♥		♥	

Quel sport n'est pas pratiqué par Bob et Jean mais est pratiqué par Ida ?

Figure 119 : Diagramme de Carroll dans le chapitre Tableaux et schémas

L'élève doit comprendre le sens qui se dégage du tableau de la figure 120 et doit, ensuite, être capable d'associer chaque partie de la phrase à une partie du tableau pour répondre à la question.

- Bob ne pratique pas le ski, la natation et la danse ;
- Jean ne pratique pas le ski et le foot ;
- Ida pratique le ski et la danse ;
- donc le ski n'est pas pratiqué par Bob et Jean et est pratiqué par Ida.

Nous devons remarquer que, dans ce cas, il y a un seul sport qui n'est pratiqué ni par Bob, ni par Jean, et c'est celui de la première ligne. Cet exercice permet à l'élève d'avoir accès à la troisième composante du langage algébrique, la représentation algébrique composée, et pouvant être considéré comme faisant partie des objets du Calcul II ou du Calcul III de l'ETC du logiciel. Cependant, la simplification du cas présenté peut permettre à l'élève de répondre sans avoir eu besoin d'une analyse complète du tableau et, donc, sans être entré dans la construction du paradigme du Calcul II ou du Calcul III de son ETC.

Les tableaux suivants sont d'autres exemples d'apprentissage de l'usage d'outils qui peuvent permettre de construire des connexions entre différents mode de représentations : langage naturel et tableaux.



Figure 120 : Tableaux dans les chapitres Pourcentage et Relatifs de la partie Arithmétique

Dans le premier, pour lire correctement le tableau, il faut décider des bornes de l'intervalle qui contient la somme qui représente les revenus. Il faut ensuite traduire chaque ligne par une phrase mathématique du type : « si le revenu R est dans l'intervalle $]20000; 40000]$, l'impôt à payer est égal à : $R \times 0,14$ ». L'élève doit ensuite faire le calcul avec le cas qui lui est proposé. Le tableau est dans ce cas présenté comme un outil de langage qui permet d'exprimer simplement et économiquement un ensemble de données assez complexes. Le deuxième tableau propose un autre usage de tableau pour représenter des données chronologiques.

Le tableau de données est un outil que l'élève peut rencontrer dans de nombreuses disciplines et cette première partie du LTF, *Les Maths, c'est facile*, propose un tour d'horizon assez varié des différents types qu'il est possible de rencontrer. Même si ces tableaux et diagrammes sont des artefacts que nous pouvons classer dans le paradigme du Calcul II de l'ETC du LTF, il est difficile de classer les apprentissages qu'ils peuvent induire totalement dans le paradigme du Calcul Numérique. En effet, d'un côté la présentation de ces artefacts peut éventuellement

amener l'élève dans des apprentissages propres au calcul numérique élémentaire, mais de l'autre, ces apprentissages ne proposent jamais à l'élève de passer au stade de l'écrit avec, par exemple, la construction de ce type de tableau. Nous pouvons donc considérer que ces apprentissages restent au niveau de l'oral et du Calcul I.

◆ Problèmes complexes

Les problèmes qui sont proposés dans les chapitres 5, 7, 8, 9 et 11 restent des problèmes connectés qui poussent l'élève à être en contact permanent avec la réalité du problème. Ces problèmes développent avant tout des compétences propres au Calcul arithmétique. Cependant, quelques-uns présentent une certaine complexité qui provient avant tout de la gestion de l'ensemble des données du problème à résoudre. C'est pourquoi, nous allons analyser un peu plus en détail le chapitre 9 : Problèmes complexes, du LTF *Les Maths, c'est facile*.

	tps exo 9	UT en s.
Charlotte	0:10:29	63
Expert	0:13:29	116

Tableau 72 : Temps de réalisation du chapitre 9

Quand l'expert résout ce problème, il décide de réaliser quatre exercices différents en un peu moins d'un quart d'heure. Il utilise la calculatrice disponible à l'écran et n'a pas besoin de papier-crayon. La moyenne des Unités de Travail est de 116 secondes et les temps de réalisation de chaque exercice sont de 1,5 min, 2 min, 3,5 min et près de 6 minutes.

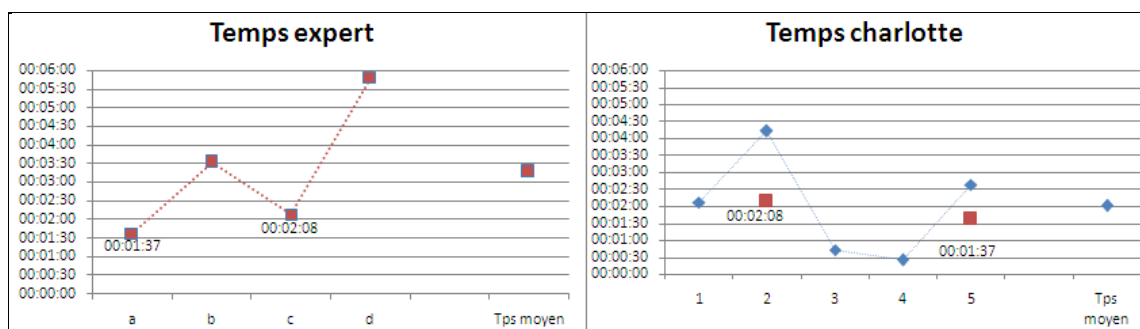


Figure 121 : Réalisation du chapitre 9 par l'expert et par Charlotte

L'élève qui a été enregistré réalisant ce chapitre : Charlotte est une élève assez indépendante qui possède un bon niveau au regard des évaluations de début de sixième. Elle a réalisé ce chapitre en un peu plus de 10 minutes en essayant 5 exercices en sept étapes. Elle n'utilise pas de papier-crayon. Trois des exercices ont été réalisés en plus de 2 minutes et elle a passé

moins de quarante secondes sur les autres. La vidéo nous apprend, comme on pouvait le prévoir au regard du temps de réalisation des exercices par cette élève, que trois exercices sur cinq ont été travaillés sérieusement. Les deux premiers ont été réussis.

Pour le voyage en Italie, chacun des 32 élèves de la classe de Marie doit apporter 27,50 €. La commune donnera 500 €. Le voyage coûte 1 065 €.

1) Quelle sera (en €) le montant de la participation des élèves ?	2) Combien recueillera-t-on d'argent au total (en €) ?	3) L'argent restant sera reversé à la coopérative, c'est-à-dire ... €.
---	--	--

Figure 122 : Problème 2 de Charlotte et c de l'expert

Le temps de réalisation de Charlotte pour ce problème 2 correspond au double du temps de réalisation de l'expert, ce qui reste dans des valeurs de FUT ordinaires. Les trois questions du problème permettent de ne pas avoir besoin de rédiger sur un papier le problème ; ce qui n'aurait pas été le cas si seule, la troisième question était apparue. Nous restons dans un apprentissage arithmétique.

				
69 €	494 €	695 €	465 €	28 €

Si Mr Vidéo dépense plus de 1 000 €, le vendeur lui fait cadeau de la radio. Mr Vidéo aimerait emporter soit le caméscope, le lecteur DVD et la radio soit la télévision, le lecteur DVD et la radio.

1) Dans le premier cas, combien paiera-t-il (en €) ?	2) Dans le deuxième cas, combien paiera-t-il (en €) ?
--	---

Figure 123 : Problème 5 de Charlotte et a de l'expert

Le nombre de données présentes dans ce problème et les derniers que Charlotte va tenter est plus important et l'usage du papier-crayon pour organiser ces données simplifierait grandement la rédaction des solutions de ces problèmes. Très vite, Charlotte se démobilise et les quelques essais qu'elle réalise sont écrits au hasard (voir la vidéo Charlotte en annexe). Elle essaie avec le dernier exercice, le n°5, de calculer, mais renonce très vite. Pourtant, il suffisait d'effectuer deux additions dans chaque question pour répondre correctement. L'élève semble bien rester dans un développement de la partie Calcul Arithmétique de son ETC et

renonce dès qu'elle devrait passer à un autre type de développement. Sa réaction est conforme à l'ETC du LTF qui est proposé dans ces problèmes qui ne sont complexes que par l'importance du texte et des nombreuses données. Les objets et artefacts de l'ETC du LTF restent encore spécifiques du Calcul I. La description de l'Espace du Travail Calculatoire du LTF *Les Maths, c'est facile*, va se faire de façon complète après avoir décrit les deux autres parties de ce logiciel, et surtout celle concernant l'algèbre.

b - Partie Algèbre

Le quart des exercices est consacré à l'apprentissage du chapitre Algèbre. Ce qui représente aussi le cinquième du temps expert et nous sommes assez hors programme en ce qui concerne les instructions officielles du ministère de l'éducation nationale. Même si les élèves ont réussi à travailler cette partie sans renoncer, certaines réflexions des élèves montrent qu'ils ne sont pas encore entrés dans ce type d'apprentissage. Par exemple, une remarque d'une élève, Indiana que nous retrouvons dans la vidéo de ce LTF, est assez significative :

Comment voulez-vous qu'on s'y retrouve dans un fouillis pareil ???... (Mise en équation). Il y a trop de lettres !!!!!⁷⁰

On retrouve effectivement plus de difficulté en regardant les résultats des élèves dans cette partie Algèbre. Le deuxième chapitre est nettement moins bien réussi que les trois autres même si nous constatons un progrès en fin de chapitre. Nous constatons que l'évaluation chiffrée ne semble pas prendre en compte l'ensemble des résultats. Pour vérifier l'impact visuel de la progression, nous avons associé l'aire de la surface rose (ou grise) à la note sur 20 si l'aire de tout le rectangle correspond à la note de 20/20⁷¹. Nous constatons que l'image de la progression correspond à la note dans les parties Arithmétique et Géométrie, mais que les notes dans les parties Opérations et Algèbre ne sont plus similaires. Au regard de l'ensemble de la progression, la partie Algèbre est celle qui a été nettement moins bien réussie par Amel et Indiana. Nous pourrions penser que la note de 14/20 prend en compte l'évolution des résultats aux derniers exercices car nous constatons une évolution certaine. La décroissance du graphique de la partie Opérations pourrait expliquer le passage de 18/20 à 15/20, mais nous ne constatons rien de semblable pour les deux autres parties.

⁷⁰ Voir dans l'annexe Élèves, la feuille de remarques d'Indiana.

⁷¹ La figure et la mesure des aires des polygones ont été réalisées avec le logiciel Geogebra disponible à l'adresse : www.geogebra.org, consulté en avril 2009.

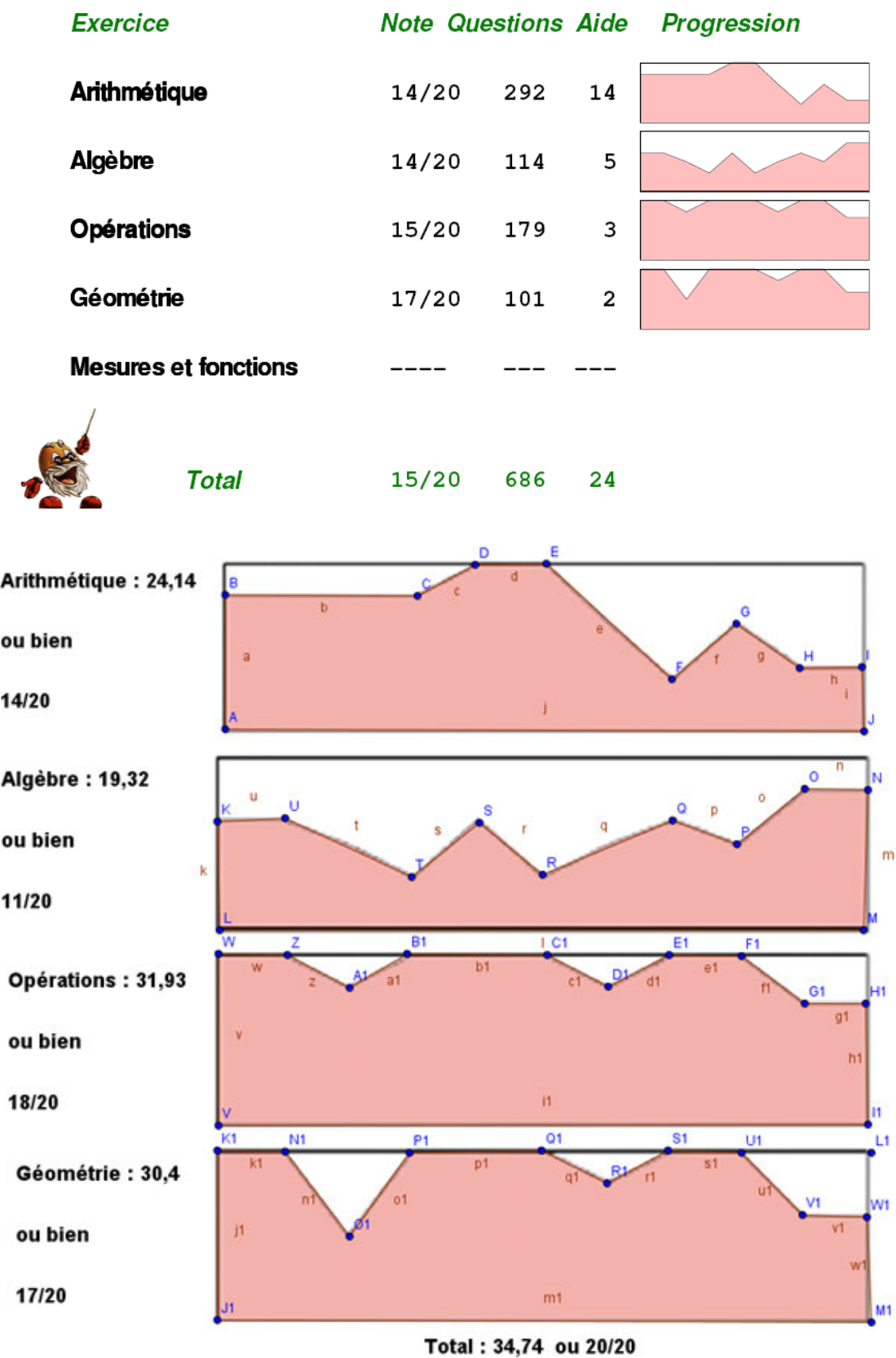


Figure 124 : Les résultats d'Indiana et d'Amel dans *Les Maths, c'est facile*

Les dernières parties de chacune des courbes de progression sont pourtant comparables. D'une façon globale, en prenant en compte l'ensemble des résultats, nous pouvons considérer que la partie Algèbre a été celle qui a été nettement moins bien réussie que les autres par ces deux élèves.

Pour les exercices réalisés par Amel et Indiana, le Facteur Unité de Travail, le rapport entre le temps moyen des UT de l'élève et de l'expert, prend des valeurs entre 3 et 5, ce qui est bien plus important que dans la plupart des cas que nous avons rencontrés. Avant d'analyser dans le détail le travail d'Amel et d'Indiana, décrivons l'ensemble de ce chapitre Algèbre.

<i>Titre de l'exercice</i>	<i>N° exercice</i>	<i>UT expert</i>	<i>UT élève</i>		<i>FUT</i>	
Des lettres et des formules	13	9,2				
Expressions algébriques I	14	13,9				
Expressions algébriques II	18	19,6	99,1	68,7	5,0	3,5
Expressions algébriques III	19	9,1				
Équation $A+X=B$	15	8,4	19,4		2,3	
Équation $AX=B$	16	8,9				
Mise en équation	17	15,9	64,4	13,9	4,0	0,9
Résoudre une équation	20	17,5				

Tableau 73 : UT des exercices du chapitre Algèbre dans *Les Maths, c'est facile*

Nous pouvons faire une première remarque en constatant que plus les UT de l'expert sont longues, plus le Facteur des UT est important. Autrement dit, dans l'exercice le plus rapide, Équation $A+X=B$, l'élève réalise des UT en un temps à peu près double alors que dans les exercices où les UT de l'expert sont les plus longues, l'élève met 4 ou 5 fois plus de temps pour effectuer les activités. La difficulté fait exploser le temps de réalisation de l'élève. Ce qui signifie que l'élève n'a pas encore à sa disposition dans son ETC suffisamment d'outils pour résoudre de façon satisfaisante ces activités dans les deux domaines qui sont proposés dans ce chapitre, la notion d'équation d'une part et la gestion des expressions symboliques et numériques d'autre part.

i - Les expressions symboliques et numériques

Quatre chapitres peuvent se classer dans cette partie : Lettres et Formules et Expressions algébriques I, II et III.

Les nombres utilisés sont entiers en majorité quelquefois décimaux, ayant un seul chiffre après la virgule, et toujours compris entre 0 et 15.

Quelques exercices de Lettres et formules font un lien entre les écritures symboliques et la géométrie mais la grande majorité des tâches qui sont proposées aux élèves restent dans le cadre du langage algébrique. Par exemple, une mise en relation de différents modes de représentation est proposée dans la figure 126.

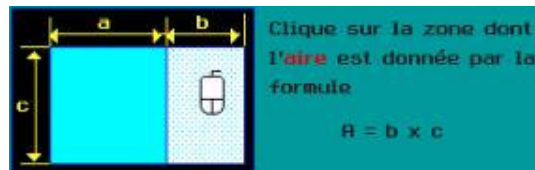


Figure 125 : Usage des lettres pour la description d'une figure géométrique, chapitre 13

Une formule, écrite en langage symbolique, doit être associée à une figure codée. Le mot « formule », mais aussi celui d'« inconnue » sont régulièrement rencontrés dans ces chapitres.

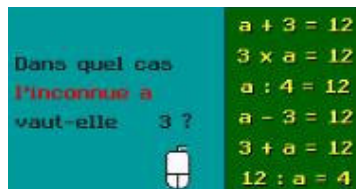


Figure 126 : Notion d'inconnue dans le chapitre 13 du LTF, *Les Maths, c'est facile*

Dans cet exercice de la figure 127, six égalités sont proposées et aucune méthode de résolution d'équation n'est à découvrir car la seule tâche de l'élève consiste à remplacer par la valeur 3, l'inconnue représentée par la lettre « a » dans les égalités. Nous considérons que cet exercice peut permettre à l'élève de faire évoluer sa vision du signe « = ». En effet, pour le résoudre, il va effectuer les 6 calculs :

$$3 + 3 = 6 ; 3 \times 3 = 9 ; 3 \div 4 = 0,75 ; 3 - 3 = 0 ; 3 + 3 = 6 ; 12 \div 3 = 4$$

Une seule des égalités du texte de l'exercice de départ se retrouve dans les calculs de vérification : $12 \div 3 = 4$. La conclusion de l'élève devient :

$$\text{l'inconnue } a \text{ vaut } 3 \text{ dans l'égalité : } 12 \div a = 4.$$

Dans le calcul, $12 \div 3 = 4$, le signe « = » est utilisé comme symbole d'indication de calcul alors que dans, $12 \div a = 4$, il n'y a pas de calcul à effectuer et le signe « = » doit être vu comme un symbole indiquant une équivalence. Cet apprentissage n'est pas explicite dans cet exercice puisque aucune conclusion n'est présente mais l'élève est obligé d'effectuer un aller-retour entre ces deux sens du symbole « = ». On peut donc estimer que cet exercice contribue à introduire la notion d'équation à partir de l'ETC du LTF. Il propose un travail à la transition entre le calcul algébrique élémentaire et le calcul numérique avec la substitution de a par 3.

L'introduction des équations et de leur usage, se poursuit dans les chapitres Expressions Algébriques I, II et III.

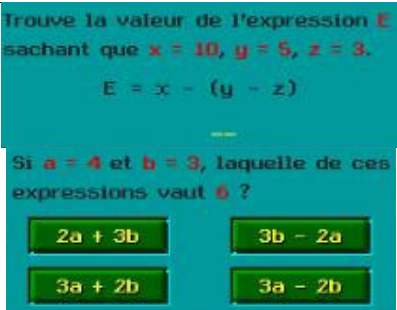
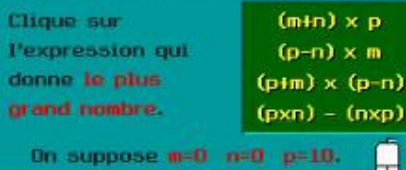
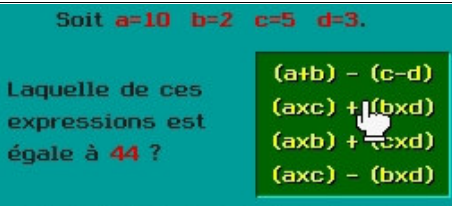
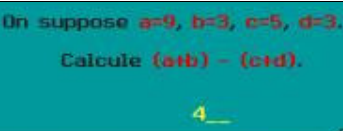
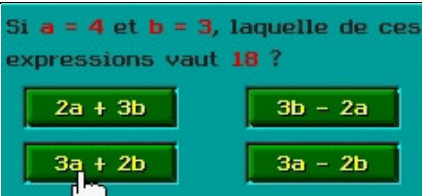

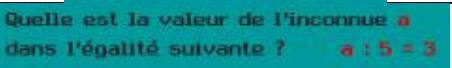

Les chapitres Expressions algébriques I, II et III		
	Texte de l'exercice	Notions travaillées dans l'exercice
I		
II		<ul style="list-style-type: none"> Associer un nombre à une lettre dans une formule ; Calculer la valeur d'une expression symbolique composée d'une ou plusieurs lettres qui représentent des nombres ;
		<ul style="list-style-type: none"> Donner du sens à l'expression composée de chiffres et de lettres comme : $2a + 3b$. Calculer la valeur d'une expression parenthésée (sans parenthèses imbriquées) pour des valeurs numériques des lettres.
		
		
III		<ul style="list-style-type: none"> Notion d'inconnue dans une égalité ;
		<ul style="list-style-type: none"> Recherche par tâtonnement de la valeur d'un nombre inconnu représenté par une lettre pour qu'une égalité soit vérifiée ou un raisonnement sur la forme induit de donner directement la valeur 20 à a.
		

Tableau 74 : Les chapitres Expressions algébriques dans *Les Maths, c'est facile*

Dans cette série d'exercices, le concept d'équation est introduit implicitement à partir de formes de calcul que des élèves de début de secondaire sont censées maîtriser : calcul avec les quatre opérations, utilisation de formules. Plusieurs difficultés apparaissent dans ces chapitres

Expressions algébriques avec d’une part la longueur des expressions et, d’autre part, la multiplicité des usages des lettres : tantôt inconnue dans une équation, tantôt variable dans une formule.

Malgré quelques petites erreurs dans ces chapitres, les élèves arrivent à réussir les exercices. La partie III ou le chapitre 19 permet d’introduire la notion d’équation en utilisant avant tout les égalités et la notion d’inconnue qui permettent de définir ce qu’est une équation. Par exemple, pour trouver le nombre a tel que : $a \div 5 = 3$, il suffit que l’élève utilise ses tables de multiplication et qu’il se rappelle que : $3 \times 5 = 15$. D’où, le nombre qui divisé par 5 donne 3 est le nombre 15. L’élève peut résoudre cette équation sans encore savoir ce qu’est une équation et sans avoir besoin de technique algébrique de résolution. L’ETC de ce LTF issu de la partie Algèbre propose à l’élève d’ étoffer son ETC de nouveaux objets et de se construire quelques démarches théoriques en rapport avec les paradigmes du Calcul II et du Calcul III.

Tous ces chapitres permettent d’introduire la notion de résolution d’équation que le LTF propose de traiter dans les chapitres 15, 16, 17 et 20.

ii - Les équations

Dans ces chapitres, la notion d’équation est maintenant explicite. Mais les techniques de résolution des équations du premier degré à une inconnue ne sont pas détaillées au cours des exercices et c’est aux élèves de les mettre en place. Ils peuvent aussi aller consulter les quelques pages de cours, une trentaine de lignes pour la partie Algèbre, disponibles pour les niveaux sixième et cinquième.

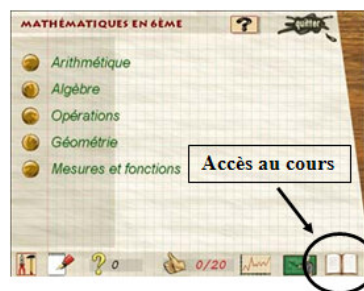


Figure 127 : Accès au cours dans *Les Maths, c’est facile*

Calculer avec des lettres

On peut utiliser des lettres pour désigner des nombres (c'est la base de l'**algèbre**).

Cela permet de comprendre plus facilement un problème. Un exemple : Jean a le double de l'âge de son fils et ensemble, ils ont 63 ans. Quel est l'âge du fils ?

Soit **a** l'âge du fils. On peut écrire :

$$\begin{array}{lcl} \text{a} & + & 2\text{a} = 63 \\ \text{(fils)} & & \text{(père)} \\ & \text{donc} & 3\text{a} = 63 \\ & \text{donc} & \text{a} = 21 \end{array}$$

Le fils a 21 ans, le père 42 ans.

La lettre (**a**) n'a pas d'importance à condition de ne pas l'utiliser pour deux nombres différents dans la même égalité.

Équations

D'une façon générale, quand un nombre (ou une lettre) passe de l'autre côté du signe =, son signe change :

$$3 - x = 15 \text{ ou } 3 - 15 = x \text{ ou } -x = 15 - 3$$

a + x = b (C'est une équation où x est l'inconnue.)
On en déduit : $x = b - a$
Ex : $7 + x = 25 \rightarrow x = 25 - 7 = 18$

x - a = b
On en déduit : $x = b + a$
Ex : $x - 8 = -15 \rightarrow x = -15 + 8 = -7$

a - x = b
On en déduit : $a - b = x$
Ex : $8 - x = 2 \rightarrow 8 - 2 = x \quad 6 = x$

D'une façon générale, quand un nombre (ou une lettre) change de côté dans une égalité, les signes x et : s'inversent.
Si $a \times b = c$, on peut écrire $a = c : b$ ou $b = c : a$

$a \times y = b$ On en déduit $y = b : a$
Ex : $6 \times y = 54 \rightarrow y = 54 : 6 = 9$

**Introduction
d'un nouveau
symbole**

**Confusion du
sens du
symbole « = »**

Figure 128 : Le cours d'Algèbre dans *Les Maths, c'est facile* pour la 6^{ème} et la 5^{ème}

De nombreuses imperfections, voir d'erreurs didactiques, jalonnent cette page de cours sur le calcul symbolique et la résolution des équations du premier degré à une inconnue. Nous avons fait la remarque, dans la partie théorique, qu'une équation du premier degré dont l'inconnue n'apparaît que d'un côté peut être résolue sans avoir recours à des méthodes exclusivement algébriques. Ces méthodes peuvent être numériques et même arithmétiques, comme celle qui pourrait être utilisée pour résoudre le problème de l'âge du fils au début de cette page de cours. Les références théoriques que propose l'ETC du LTF *Les Maths, c'est facile*, ne permettent pas, nous semble-t-il, à un élève d'apprendre à résoudre une équation s'il ne sait pas déjà le faire car elles font appel à la description de techniques de résolution sans aucune

justification technologique ou théorique. Dans le cadre de l'expérimentation, nous n'avons jamais eu l'occasion de constater l'usage de ce cours par les élèves.

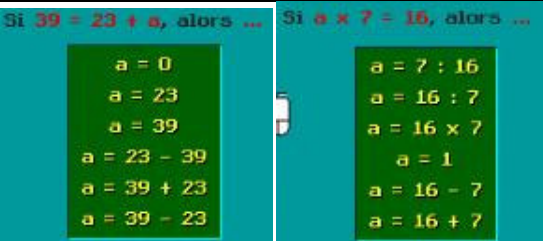
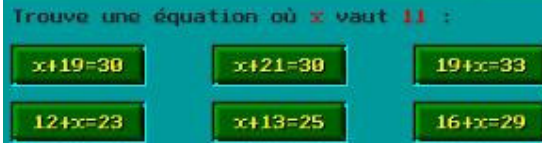
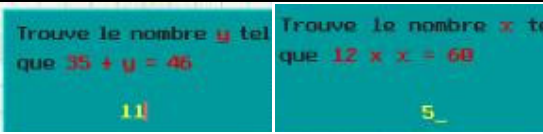
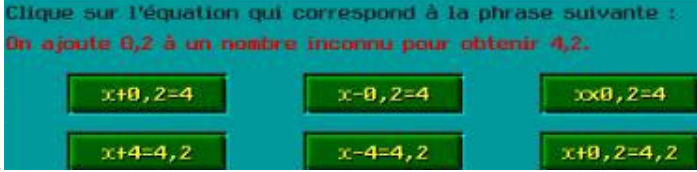

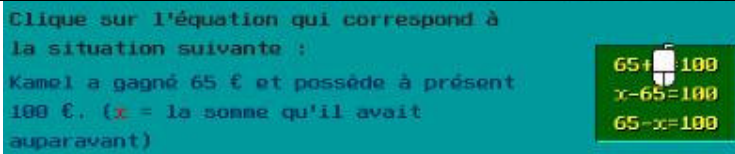

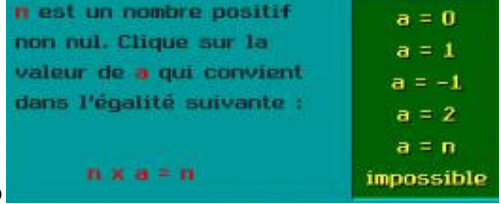
Équation	15a et 16a		découverte de la recherche d'une solution par tâtonnement, en « essayant » ;
	15b et 16b		valeur de x dans une équation
	15c et 16c		trouver la valeur de l'inconnue dans une équation
Mise en équation	17a		mise en équation d'un problème lié aux nombres
	17b		mise en équation d'un problème lié à la géométrie
	17c		mise en équation d'un problème lié au monde sensible ;
Résoudre une équation	20a		Recherche de la solution d'une équation parmi un nombre fini de valeurs ;
	20b		

Tableau 75 : Les équations dans *Les Maths, c'est facile*, partie Algèbre

Dans tous les chapitres sur les équations, dont les exercices caractéristiques sont présentés dans le tableau 75, les types de tâches proposés ne sont jamais de résoudre une équation. L'élève doit tester si un nombre donné est solution, ou associer une équation ou une expression symbolique à une expression en langue naturelle, ou encore, associer une expression symbolique à une représentation géométrique. De nombreux types d'expressions symboliques sont utilisés dans ces chapitres et l'intitulé de chacun comporte le mot « équation ».

$39 = 23 + a$	$12 \times x = 60$	$x - 4 = 4,2$
$a = b + c$	$n \times a = n$	$(a - b) = (b + a)$

Tableau 76 : Égalités dans la partie Algèbre de *Les Maths, c'est facile*

Certaines expressions sont intitulées *équations* comme : $a = b + c$ (exercice 17b). D'autres sont décrites comme des *égalités* : $(a - b) = (b + a)$ (exercice 20a), alors qu'il n'y a pas de différences entre les deux écritures symboliques. Toutes ses imperfections et erreurs conceptuelles dans la présentation des exercices peuvent apporter des confusions dans l'introduction des équations pour des élèves de début de collège. Les exercices proposés soulèvent pourtant des aspects importants dans le cadre de l'apprentissage de la résolution des équations en début de collège. Tous ces exercices, par exemple, proposent à l'élève de manipuler un nouvel objet qui s'écrit sous la forme d'une égalité. Cet objet égalité est par moments une équation, par moments une formule, par moments il exprime la nécessité d'un calcul. Cet objet, ou ces objets, que propose l'ETC du LTF *Les Maths, c'est facile*, font partie de deux paradigmes : le Calcul II et le Calcul III. Dans ces égalités, apparaissent des lettres qui n'ont pas le même statut : inconnue, paramètre ou variable ; mais aussi, ces lettres représentent tantôt un unique nombre, tantôt une infinité de nombres, ou bien encore, aucun nombre. Alors que le cours proposé par ce LTF ne porte que sur quelques techniques de résolution d'équations, les exercices sont centrés sur la prise de conscience de la diversité des objets utilisables dans le cadre de la résolution des équations. Tout cela participe du travail d'expression symbolique de relations propres à l'algèbre.

L'expérimentation nous a permis de constater que les chapitres 15 et 16⁷² ne posent pas de réels problèmes aux élèves alors que le chapitre 17, Mise en équation, et avant tout l'exercice 17b, pose plus de difficultés. Les deux élèves qui travaillent ensemble sur ce chapitre⁷³, Amel

⁷² Voir vidéo, Les Maths, C'est facile, chapitre 15.

⁷³ Voir vidéo, Les Maths, C'est facile, chapitre 17 et 18 avec Amel et Indiana.

et Indiana, vont passer près de 10 minutes sur ce chapitre 17 en faisant 7 exercices dont trois fois l'exercice de forme 17b. Sur ces trois fois, elles ne vont pas le réussir correctement une seule fois, pour le LTF ; mais, en réalité, la progression est correcte : deux fois deux erreurs dans le premier ; un résultat sur deux corrects la deuxième fois et un bon résultat la troisième fois qui n'a pas été comptabilisé par le LTF. Les dialogues entre les deux élèves montrent qu'elles se rapprochent de la bonne solution mais qu'aucune d'elles n'est capable de justifier son choix. La mauvaise évaluation du LTF lors de la troisième fois qu'elles réalisent l'exercice 17b les décourage et elles décident de passer à un autre chapitre. L'absence d'interaction constructive entre le LTF et les élèves peut remettre vite en cause toute démarche de légitimation des élèves pour apprendre des mathématiques avec ce LTF.

c - Partie Opérations

Presque tous les exercices de cette partie permettent avant tout de faire des rappels de l'école élémentaire sur les opérations ordinaires avec des nombres entiers et décimaux simples qui développent surtout les outils et artefacts propres au Calcul I ou Calcul Arithmétique. Les seuls cas où le développement du Calcul Numérique est présent se situe dans le chapitre 28, Calculs en ligne. Ces quelques exercices abordent l'usage des symboles opératoires ainsi que ceux qui permettent de comparer les nombres et les expressions numériques : $=, \times, \div, <, >, -, +$. Ce chapitre 28 ne représente que 3% du temps de réalisation comme 3% des Unités de Travail. Il n'est donc pas significatif par rapport à l'ensemble du LTF.



Figure 129 : Exercices du chapitre 28 dans *Les Maths, c'est facile*.

d - L'ETC de *Les Maths, c'est facile*

La première remarque qui concerne l'ensemble de ce LTF porte sur la place pratiquement inexistante qui est laissée à l'utilisation de l'écrit pour résoudre les exercices. Ce qui laisse peu de latitude à l'élève pour développer les parties autres qu'arithmétiques de son ETC. Et ceci, malgré la diversité des objets des paradigmes du Calcul II et du Calcul III que propose l'ETC du LTF *Les Maths, c'est facile*. Nous avons en effet rencontré des nombres entiers et décimaux mais aussi des fractions non décimales, des nombres relatifs. Les tableaux et diagrammes sont aussi très divers dans ce LTF. Ils peuvent être utiles comme artefacts et

utilisés en tant qu'objet. De même, de nombreux objets de la partie Algèbre font partie des objets du Calcul II et du Calcul III de l'ETC du LTF.

En conclusion, nous avons constaté que l'ETC de ce LTF propose de travailler sur des objets assez divers et appartenant aux trois paradigmes du calcul élémentaire. Il devrait permettre à l'élève de développer un peu toutes les parties de son ETC : Calcul I, II et III. Comme dans le LTF *LiliMath*, la partie du LTF qui se rattache au paradigme du calcul arithmétique élémentaire est cependant très présente avec près des deux tiers du temps de réalisation des exercices et du nombre d'UT. La partie liée au paradigme du calcul algébrique élémentaire est au premier regard non négligeable avec notamment toute une série d'exercices qui peuvent permettre à l'élève de donner un sens aux concepts de bases liés aux équations et aux écritures symboliques. Mais, la première remarque de cette conclusion sur la quasi-absence de l'écrit, ne nous laisse que difficilement penser que l'élève peut construire grâce à l'ETC de ce LTF, les parties liées aux Calculs II et III de son ETC de façon solide et durable.

La partie sixième du LTF, *Les Maths, c'est facile*, permet avant tout le développement de la partie Calcul Arithmétique de l'ETC de l'élève et propose une première approche, sans utilisation de l'écrit, du Calcul III. Le Calcul Numérique est cependant assez peu présent, explicitement, et l'on peut imaginer que cette absence ne permette pas à beaucoup d'élèves de construire un lien entre les paradigmes du Calcul I et du Calcul III.

V.3.4 - *Tdmaths*

a - Description globale

Thèmes	N°	Titre des Modules	Thèmes	N°	Titre des Modules
Calcul Numérique	1	Entiers naturels et décimaux positifs	Fractions	10	Écriture fractionnaire
	2	Nombres relatifs		11	Différentes écritures fractionnaires
	3	Axes et repères du plan		12	Interprétation géométrique des fractions
	4	Les 4 opérations arithmétiques		13	Prendre une fraction de ...
	5	Division euclidienne	Relation d'ordre	14	Comparaisons de décimaux positifs
	6	Tables de multiplication		15	Arrondir et tronquer
	7	Divisibilité : Étude Pratique		16	Ordres de grandeur et valeurs approchées
	8	Calcul mental 1	Fonctions	17	Expressions à trous : niveau 1
	9	Méthodologie : Calcul niveau 1	Équations	18	Appliquer un pourcentage

Tableau 77 : Titre des modules dans *Tdmaths*

Le Logiciel Tuteur Fermé *Tdmaths* est conçu en tous petits exercices correspondants presque systématiquement à une Unité de Travail. La partie sixième est composée de 18 chapitres qui se décomposent en 106 séries d'exercices. Les chapitres sont regroupés en cinq thèmes dont la répartition du temps de réalisation de l'expert est donnée dans la figure n° 131.

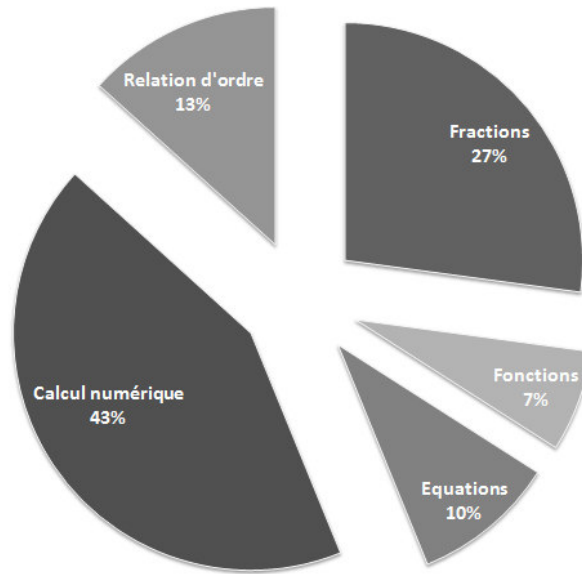


Figure 130 : Répartition du temps de l'expertise par grands chapitres dans *Tdmaths*

La moitié des chapitres et près de la moitié du temps de l'expertise sont consacrées à la partie Calcul Numérique dont le titre ne correspond pas à ce que nous avons intitulé nous-mêmes Calcul Numérique ou Calcul II. Le quart des chapitres et du temps est consacré aux fractions et le reste se répartit en trois thèmes qui sont le calcul approché, les fonctions et les équations. Les intitulés des chapitres ne correspondent pas toujours au contenu désigné car leurs titres concernent le LTF sur l'ensemble du collège.

Par exemple, le chapitre Équations ne traite pas des équations en sixième mais des pourcentages. Les chapitres dont le temps moyen des Unités de Travail dépasse 20 secondes sont ceux qui ont des exercices qui nécessitent de remplir plus d'une ou deux cases entre deux évaluations, et il y en a assez peu (17 exercices sur 106) dans les chapitres 6, 8, 4 et 9. Le chapitre où les UT sont les plus longues et qui demande donc le plus de travail entre chaque question est le n°5, Division euclidienne.

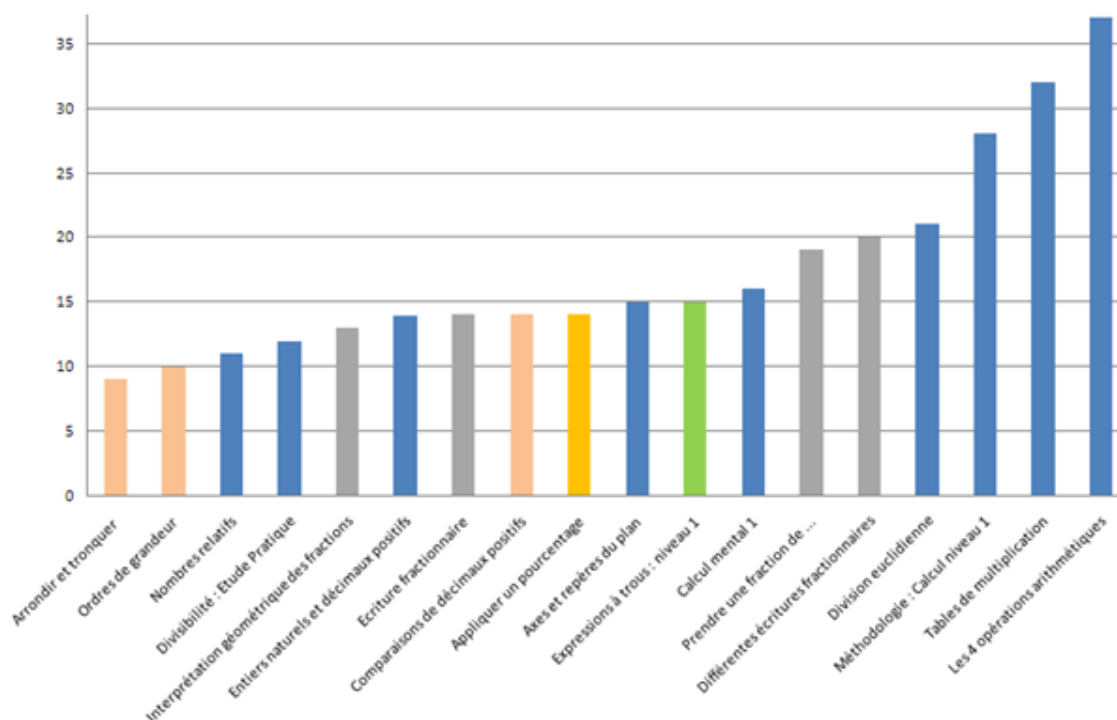


Figure 131 : Temps moyen par chapitre des UT de l'expert dans *Tdmaths*

b - Le cours dans Tdmaths

Lors de l'expérimentation, nous n'avons jamais constaté que des élèves utilisent le cours disponible dans *Tdmaths*. Celui-ci est pourtant disponible facilement et à tout moment, ce qui n'est pas le cas pour les autres LTF qui disposent de cours.

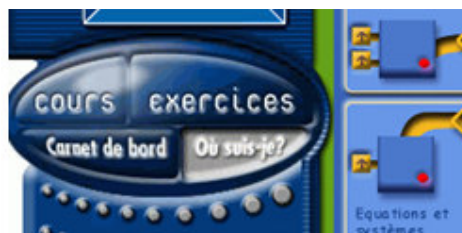


Figure 132 : Bouton pour l'accès au cours dans *Tdmaths*

La description de l'ETC de *Tdmaths* nécessite de prendre en compte ce que propose le LTF indépendamment de l'usage qui en est fait par les élèves. Le cours dans *Tdmaths* est ponctué de liens hypertextes qui proposent les définitions de quelques mots particuliers du langage mathématique. Le reste du cours propose, par chapitre, la description d'un exemple et indique la technique qu'il faut appliquer pour répondre correctement à un des types de tâches du chapitre. Nous avons choisi les écrans qui concernent quelques définitions sur les opérations et les nombres.

<p>Le résultat de l'opération ...</p> <p>+ est une somme - est une différence</p> <p>× est un produit ÷ est un quotient</p> <p>On additionne des termes et on multiplie des facteurs. On peut changer de place ("commuter") les termes d'une addition</p>	<p>Les quatre opérations sont des applications qui à chaque couple de deux nombres associe un nombre. Le résultat d'une de ces quatre opérations est donc un nombre qui peut s'écrire de différentes façons. L'addition, par exemple :</p> $+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $(a ; b) \rightarrow a + b$ <p>Le résultat de l'addition de a et de b est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une somme, mais aussi sous de multitudes d'autres formes : produit, fraction, racine carrée ...</p> <p>Le résultat d'une opération, +, -, × ou ÷, est un nombre.</p> <p>Il y a confusion dans le texte du LTF entre le nombre et la forme de son écriture.</p>
<p>La division euclidienne d'un nombre appelé dividende par un nombre appelé diviseur est de la forme :</p> <p>Dividende = Diviseur × Quotient entier + Reste avec Reste < Diviseur</p>	<p>La division euclidienne sur \mathbb{N} est une opération définie par :</p> $\text{Division euclidienne} : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ $(a ; b) \rightarrow (q, r)$ <p>tel que $a = b \times q + r$ avec $0 \leq r < b$.</p> <p>Il y a une confusion entre l'opération et les relations qui permettent de déterminer le couple de nombre, (q,r), résultat de la division euclidienne du nombre a par le nombre b.</p>
<p>L'écriture fractionnaire du résultat de la division $a \div b$ se note $\frac{a}{b}$</p> <p>On parle alors de la fraction $\frac{a}{b}$</p> <p>lorsque a et b sont deux entiers</p> <p>Numérateur barre ou trait de fraction Dénominateur</p>	<p>« $\frac{a}{b}$ est la fraction qui est l'écriture fractionnaire du résultat de la division $a \div b$ » nous dit <i>Tdmaths</i>. Mais d'après ce qui précède, le résultat d'une division est un quotient. Nous arrivons donc aux égalités :</p> <p>fraction = écriture fractionnaire = résultat d'une division = quotient.</p> <p>La confusion est très présente et l'élève aura beaucoup de mal à se construire le concept de fraction de façon claire.</p> <p>Le lien entre la division et la notion de fraction doit être construit à partir d'une définition de la fraction qui peut être :</p> <p>le nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ est le nombre qui multiplié par b donne a, où a et b sont deux nombres entiers.</p>
<p>Un nombre relatif est défini par :</p> <p>- son signe - ou + - sa distance à zéro</p>	<p>La distance d'un nombre à zéro est un outil qui peut aider à se construire une représentation d'un nombre. Il semble qu'il y ait de nombreuses confusion dans ces définitions entre la nécessité de la rigueur d'une définition mathématique et la vision intuitive de nombreux concepts mathématiques que chacun se construit.</p>
<p>Un nombre décimal est composé d'une partie entière (avant la virgule) et d'une partie décimale (après la virgule).</p> <p>Un entier est un nombre décimal, sa partie décimale est égale à 0.</p>	<p>Nous constatons encore une fois que l'élève n'a pas accès à une définition mathématique de la notion de nombre décimal. Le LTF <i>Tdmaths</i> propose une approche descriptive de cette notion. La définition d'un nombre décimal provient ici de la description visuelle de la façon dont un nombre décimal s'écrit.</p> <p>Alors qu'un nombre est décimal peut aussi s'écrire comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale, par exemple.</p>
<p>Pour tronquer un décimal :</p> <p>- on se place sur le chiffre où l'on désire la troncature, - on supprime les chiffres situés à droite de cette troncature</p>	<p>Nous retrouvons l'aspect descriptif, dans l'action, de la définition d'un concept. Le sens du nombre n'intervient pas. Il y a confusion entre ce qu'est une troncature d'un nombre et la technique pour obtenir la troncature d'un nombre.</p>

Figure 133 : Remarques sur des définitions dans le cours de *Tdmaths*

En dehors de ces définitions qui se retrouvent accessibles dans tous les chapitres en cliquant sur les mots présentés en hypertexte, le reste du cours, spécifique à chacun des 18 chapitres, propose des techniques et des exemples. Ils correspondent à ceux que l'élève doit réaliser dans le chapitre. Voici l'exemple qui est proposé pour les exercices n° 67 à 70 du chapitre 9, Méthodologie : calcul niveau 1.

<p>Exemple accessible dans le cours du chapitre 9 :</p> <p>Méthodologie : calcul niveau 1</p>	<p><i>Je pars du calcul</i></p> $4,21 \times 0,75$ <p>Etape 1 : <i>Je calcule un ordre de grandeur du résultat</i></p> <p>On peut <u>arrondir</u> chacun des <u>facteurs</u> du <u>produit</u> à l'unité :</p> <p>On a $4,21 \approx 4$ et $0,75 \approx 1$.</p> <p>Un <u>ordre de grandeur</u> du résultat est</p> $4,21 \times 0,75 \approx 4 \times 1 = 4.$	<p><i>Et toi du calcul</i></p> $18,7 + 8,24$ <p>A toi !</p> <p>Tu peux arrondir chaque <input type="text"/> de cette <input type="text"/> à l'unité :</p> <p>On a $18,7 \approx$ <input type="text"/> et $8,24 \approx$ <input type="text"/>.</p> <p>Un ordre de grandeur du résultat est</p> $18,7 + 8,24 \approx$ <input type="text"/> <p><input type="button" value="Corrige"/> <input type="button" value="efface"/></p>
<p>Exercice n° 68 de ce chapitre :</p> <p>Calcule un ordre de grandeur</p>	<p>Quel est l'ordre de grandeur du résultat de l'opération $92,98 \times 32,02$ quand tu arrondis les nombres à l'unité ?</p> <p> <input checked="" type="radio"/> 2976 <input type="radio"/> 298 <input type="radio"/> 29760 </p>	

Tableau 78 : Exemple du chapitre 9 de Tdmaths

La question de l'exercice n° 68 dans le tableau n° 76 fait référence à trois notions : l'ordre de grandeur, l'opération multiplication et l'arrondi d'un nombre à l'unité. Cette dernière notion est inutile, voir préjudiciable, pour répondre à la question car l'arrondi à la dizaine des nombres 92,98 et 32,02 permet de choisir très rapidement la bonne réponse : $90 \times 30 = 2700$. D'autre part, donner le résultat de l'ordre de grandeur à l'unité près n'a pas de sens ici. La question correcte aurait dû être :

« Quel est l'ordre de grandeur du résultat de l'opération : $92,98 \times 32,02$? ».

Nous constatons dans cet exemple, que si une technique est proposée dans le cours, exactement la même technique est attendue dans l'exercice puisqu'elle se retrouve dans la question même de cet exercice. Cette application directe de techniques proposées dans le cours se retrouve dans de nombreux exercices.

De la même façon, les imprécisions ou les erreurs constatées dans les définitions du cours se reportent sur les exercices et en voici quelques exemples.

<p>n°2</p> <p>Le résultat de 13×2 s'appelle</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> un produit <input type="radio"/> un quotient <input type="radio"/> une différence <input type="radio"/> une somme 	<p>Si le résultat de « 13×2 » s'appelle un produit alors « 26 » s'appelle un produit et, par extension, tout nombre s'appelle un produit car tout nombre peut s'exprimer sous la forme d'un produit. Le mot « produit » n'est donc pas défini de façon satisfaisante, de même que les autres mots qui sont liés aux opérations.</p>
<p>n°1</p> <p>Dans l'opération $83,11 - 45,75$, le nombre 83,11 est</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> ni terme ni facteur <input type="radio"/> un terme <input type="radio"/> un facteur 	<p>Vouloir définir le mot « facteur » est important en début de collège car tout ce qui touche l'apprentissage de la factorisation est fondamental dans l'enseignement de l'algèbre au collège. Il est donc nécessaire qu'un élève de sixième commence à utiliser une expression comme « les facteurs d'un produit » et l'intègre dans son propre vocabulaire mathématique. Le parallèle avec le mot « terme » peut amener plus de confusion que de clarification. Si ce mot « terme » est présenté comme pouvant s'utiliser de façon équivalente avec l'addition et la soustraction, pourquoi n'en est-il pas de même pour le mot « facteur » avec la multiplication et la division. Rien n'est dit à ce sujet.</p>
<p>n°71</p> <p>Quelle est la partie décimale de 3,8 ?</p> <p>Réponse : <input type="text" value="8"/></p> <p><input type="button" value="OK"/></p> <p>Bonne réponse !</p>	<p>« 8 » n'est pas la partie décimale de « 3,8 » ; « 0,8 » ou « $\frac{8}{10}$ » sont des écritures de la partie décimale du nombre « 3,8 ».</p>

Tableau 79 : Usages erronés d'expressions mathématiques dans *Tdmaths*

De nombreuses confusions, voire d'erreurs, dans la présentation de concepts et notions mathématiques sont présentes dans le cours et dans les textes des exercices de *Tdmaths*. La partie théorique de l'ETC de ce LTF ne peut donc pas permettre à l'élève d'avoir accès à un référentiel sans faille. Cela est très dommageable pour la construction par chaque élève de son Espace du Travail Calculatoire personnel. Au lieu de prendre conscience de la complexité de nombreux aspects des apprentissages du début de collège en mathématiques, l'élève, par tous

ces raccourcis et inexactitudes, peut se contenter d'une vision approximative de nombreux concepts et se construire des idées incorrectes qu'il devra, par la suite, corriger.

c - La résolution de problèmes

i - Les problèmes

Nous avons eu l'occasion de rappeler l'importance de la résolution de problèmes en tant que porte d'entrée dans le calcul numérique et le calcul algébrique ou, comme le précise le ministère de l'éducation nationale, pour « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) » dans le cadre de la visée V_2 ⁷⁴.

Le LTF *Tdmaths* est le LTF qui propose le moins de problèmes à résoudre que ce soit dans un environnement lié à la réalité du monde ou dans un contexte exclusivement mathématique. Une dizaine d'exercices sur les 106 que contient ce LTF, sont des petits problèmes à résoudre. Ils représentent un peu plus de 10 % du LTF, que ce soit par rapport au temps de réalisation de l'ensemble de l'expertise, 12,6 %, ou au nombre total d'exercices et d'UT, 10,4 %.

<i>Partie</i>	<i>Chapitre</i>	<i>N° du chapitre</i>	<i>Exercice</i>	<i>N° de l'exercice</i>	<i>Type d'exercice</i>
Fractions	Prendre une fraction de ...	13	Récipient et capacité	28	Vie
			Un problème	30	Vie
Équations	Appliquer un pourcentage	17	Un problème	42	Vie
Calcul numérique	Division euclidienne	5	Un problème	54	Vie
	Les 4 opérations arithmétiques	4	Devinette	5	Maths
	Division, étude pratique	7	Devinette 1	55	Maths
			Devinette 2	58	Maths
			Devinette 3	60	Maths
Relation d'ordre	Arrondir et tronquer	15	Devinette	99	Maths

Tableau 80 : La résolution de problèmes dans *Tdmaths*

Un élève qui commence à avoir l'habitude d'utiliser ce LTF, saura rapidement que les problèmes à résoudre qui sont en relation avec la réalité correspondent aux exercices intitulés « Un problème » et que ceux dont le titre est « Devinette » sont des problèmes à résoudre dans un contexte exclusivement mathématique. Tous ces problèmes ne proposent que de donner la solution. Aucune activité n'est présente dans le niveau sixième de ce LTF pour aider les élèves à apprendre à traduire un problème symboliquement. Seule la solution est attendue

⁷⁴ Voir chapitre III, paragraphe 4.4.

sans aucune étape. Certains de ces problèmes ne sont pourtant pas si simples à résoudre au début du collège : par exemple, le calcul de pourcentages et les fractions non décimales posent, en général, de nombreuses difficultés aux élèves.

<i>N° des exercices</i>	<i>Textes des exercices en relation avec la réalité du monde</i>
28	<p>Quelle quantité de liquide contient ce récipient, sachant que sa capacité totale est de 120 mL ?</p> <p>Le récipient contient <input type="text"/> mL de liquide.</p>
30	<p>Paul a 2 heures pour travailler. Il sait qu'il lui faut $\frac{2}{3}$ de ce temps pour travailler le français et $\frac{1}{4}$ de ce temps pour les mathématiques.</p> <p>Combien de minutes lui reste-t-il pour les autres matières ?</p> <p>Il lui reste <input type="text"/> minutes pour les autres matières.</p>
42	<p>J'ai 300 Euros dans ma tirelire.</p> <p>Je décide d'aller m'acheter des disques, mais je ne veux pas dépenser plus de 5% de mon argent... Combien dois-je laisser dans ma tirelire ?</p> <p>Réponse : <input type="text"/> Euros</p>
54	<p>Combien de casiers de 6 bouteilles sont nécessaires pour transporter 115 bouteilles ?</p> <p>Réponse : <input type="text"/> casier(s)</p>
<i>N° des exercices</i>	<i>Textes des exercices en relation exclusive avec les mathématiques</i>
5	<p>Ecris deux nombres dont la différence est plus petite que 9 et dont la somme vaut 72 :</p> <p>Premier nombre (le plus grand) : <input type="text"/></p> <p>Deuxième nombre : <input type="text"/></p>
55	<p>Donne un entier plus grand que 20 et divisible par 8.</p> <p>Réponse : <input type="text"/></p>
58	<p>Donne un entier plus grand que 563 et divisible par 2.</p> <p>Réponse : <input type="text"/></p>
60	<p>Donne un entier plus grand que 100 et divisible à la fois par 2 et par 3.</p> <p>Réponse : <input type="text"/></p>
99	<p>Je suis un nombre décimal. Ma troncature au dixième vaut 97,7 et mon chiffre des centièmes vaut 5.</p> <p>Qui suis-je ?</p> <p>Réponse: <input type="text"/></p>

Tableau 81 : Textes des problèmes à résoudre dans *Tdmaths*.

ii - Exercice n° 30

Un élève qui arrive à ce dernier exercice du chapitre 13 a du faire avant tous les exercices des chapitres 12 et 13. Le LTF lui propose aussi des pages de cours où il peut trouver des présentations d'exemples qui peuvent l'aider à découvrir comment il peut se construire une image du quart de cinq gâteaux et donner un sens à la fraction $\frac{5}{4}$. Dans les exercices n° 19 à 29 il va revoir la définition d'une fraction et aborder la multiplication d'une fraction par un entier, particulièrement dans les exercices n° 25, 26, 27 et 29. Dans le cadre de la réalisation de tous ces exercices, le problème de l'exercice n°30 se place dans l'application de techniques travaillées précédemment. L'élève doit cependant décider de commencer par traduire les 2 heures en 120 minutes, ou en deux fois 60 minutes. L'ETC d'un élève de début de collège n'a en effet pas encore les outils numériques pour traduire le problème en écrivant, puis en calculant une expression comme : $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \times 2$. Ce ne sont d'ailleurs pas cette technique qu'un expert utilise pour résoudre ce problème. Il va le résoudre pas à pas en travaillant avec des minutes. Malgré la relative complexité d'un tel problème pour un élève de sixième, l'ETC du LTF *Tdmaths* ne propose que des modes de résolution qui restent dans le paradigme du Calcul I. Tous les objets ne sont pas des fractions décimales, mais une fraction comme $\frac{2}{3}$ n'est utilisée que dans un contexte où elle peut se traduire en nombre entier. La présentation de la technique à utiliser pour multiplier un entier par une fraction est une des seules présentations dans ces deux chapitres sur les fractions qui peut être considérée comme faisant partie du Calcul de l'ETC II de *Tdmaths*.

Nous pouvons faire les mêmes remarques avec l'exercice n° 42 : complexité de l'exercice pour un élève de sixième, présentation dans le cours de méthodes et d'exemples appartenant au Calcul II de l'ETC du LTF, mais réalisation possible en restant dans le paradigme du Calcul I de l'élève à cause des valeurs utilisées. Les autres problèmes font travailler les élèves sur des nombres et des opérations qui restent dans le paradigme du Calcul I.

Le découpage de la presque totalité des exercices de *Tdmaths* en tâche unique à remplir nous pousse à transposer les remarques faites pour la résolution des problèmes à l'ensemble du LTF. Même quand l'exercice est orienté vers le Calcul II, sa réalisation est presque toujours possible dans le Calcul I. Cependant, l'attitude souvent positive des élèves utilisant en séance *Tdmaths* mérite notre attention.

d - Analyse de séances d'élèves

L'expérimentation a été, pour nous, l'occasion d'observer que les élèves restent concentrés avec le LTF *Tdmaths*, tout comme Dinet et Rouet (2004) le constataient dans leur étude sur ce tutoriel :

l'introduction de l'outil informatique *Tdmaths* dans l'environnement scolaire des élèves semblerait empêcher une dégradation de la motivation (ici, de la « self-efficacy »), cette dégradation « naturelle » de la motivation pour l'algèbre ayant déjà été montrée dans plusieurs études antérieures.

Nous allons détailler des séances de deux élèves pour comprendre la façon dont les élèves travaillent avec ce LTF et ce qu'ils peuvent, potentiellement, construire dans leur ETC grâce à lui.

i - Léa

Commençons par une séance de Léa, le 12 février 2004, dont l'enregistrement dure 41 minutes. Elle travaille dans la partie *Calcul Numérique*, et le chapitre *Les 4 opérations* dont elle réalise les exercices n°1, 2, 3 et 4, un chapitre qui comporte 6 exercices⁷⁵. Elle a tenté 62 exercices et en a réussi 26. Le pourcentage d'acquisition à la fin de la consultation que propose *Tdmaths* est de 58%.

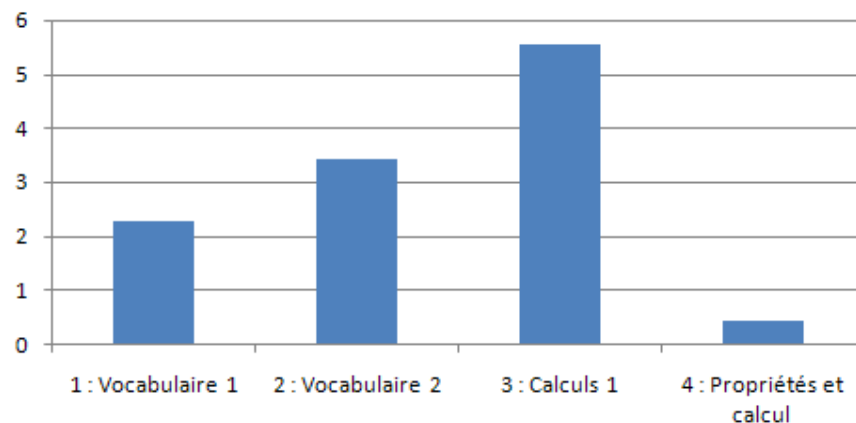


Figure 134 : Facteurs des UT de Léa dans le chapitre 4 de *Tdmaths*

Les facteurs des Unités de Travail de Léa nous montrent que les deux premiers exercices se déroulent dans un temps relativement normal, deux à trois fois plus élevé que l'expert. Le troisième exercice pose plus de difficulté à Léa et le quatrième montre un FUT anormal, ce qui nécessite un regard précis de son déroulement.

⁷⁵ Le détail de cette séance se trouve en annexe.

◆Exercice n° 1

Dans cet exercice, l'élève doit nommer le premier nombre d'une somme, d'un produit, d'une différence ou d'un quotient par les mots : terme, facteur ou ni l'un ni l'autre. Pour le produit, Léa fait trois erreurs puis ne se trompe plus ; pour le quotient elle fait une erreur, puis ne se trompe plus ; pour la somme, elle ne fait pas d'erreur ; pour la différence, elle fait cinq erreurs en appelant toujours le premier nombre de la différence, un facteur, et donne ensuite les bonnes réponses dans les trois cas suivants mais en hésitant à chaque fois.

Dans l'opération	87,46/25,15	le nombre	87,46	est	un terme	F
	83,99+53,94		83,99		un terme	J
	62,48*30,53		62,48		un terme	F
	62,5/13,05		62,5		ni un terme ni un facteur	J
	98,58+80,09		98,58		un terme	J
	41,95-21,54		41,95		un facteur	F
	44,1/33,9		44,1		ni un terme ni un facteur	J
	76,81/69,52		76,81		ni un terme ni un facteur	J
	33,19*28,47		33,19		un terme	F
	21,43*8,21		21,43		un terme	F
	30,96+1,23		30,96		un terme	J
	63,09-30,87		63,09		un facteur	F
	14,82-0,44		14,82		un facteur	F
	62,58*60,61		62,58		un facteur	J
	92,2-19,17		92,2		un facteur après moult hésitation deux	F
	17,44-1,32		17,44		un facteur	F
	34,75/31,48		34,75		ni un facteur ni un terme	J
	67,95*45,24		67,95		un facteur	J
	67,56-12,98		67,56		un terme	J
	45,95*32,76		45,95		un facteur	J
	61,96-39,15		61,96		un terme mais avec un peu d'hésitation	J
	79,57-30,48		79,57		un terme	J

Tableau 82 : Déroulement de l'exercice 1 de Léa dans *Tdmaths*

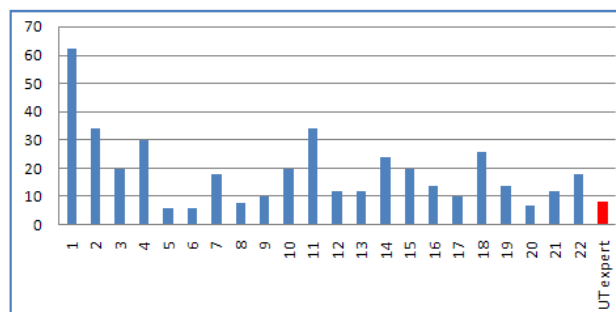
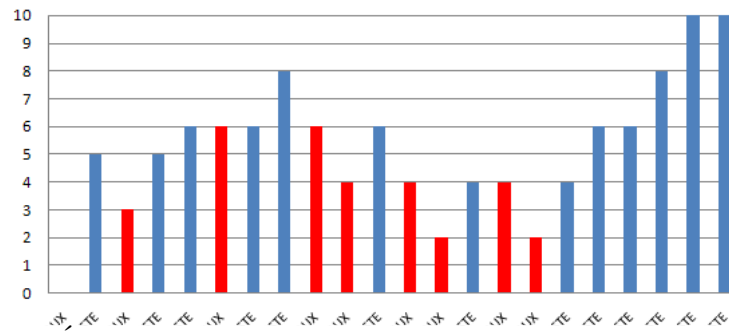


Figure 135 : Temps de réalisation des 22 essais de l'exercice 1 de Léa dans *Tdmaths*

Figure 136 : Évolution de la note sur 10 de Léa dans l'exercice n°1 de *Tdmaths*

Nous pouvons remarquer que Léa n'a pas de problème pour apprendre comment utiliser les mots « terme » et « facteur » avec l'addition et la multiplication mais a beaucoup de mal à admettre que le premier nombre dans une différence est un terme de la différence. Il est vrai qu'à la différence d'une somme où les deux termes ont le même rôle, ce n'est pas le cas dans une différence : la soustraction n'est pas commutative. Pourquoi dans ce cas, faut-il nommer de la même façon chaque nombre de la différence ? Elle réussit à s'adapter à la définition du LTF *Tdmaths* mais à contre cœur, pourrait-on penser. Elle n'a pas regardé les définitions du cours de *Tdmaths* qui, comme nous l'avons fait remarquer plus haut, comportent des inexactitudes (l'expression « découper un nombre » est surprenante) de la part d'un ETC de référence.

L'**addition** (symbole " + ") et la soustraction (symbole " - ") ajoutent ou retranchent des nombres. Le résultat d'une addition est une **somme**, celui d'une soustraction une **différence**. On parle des **termes** d'une somme et des termes d'une différences pour les nombres de chaque côté du signe + ou de chaque coté du signe -.

La **multiplication** a pour symbole " x " et la division a pour symbole " : ", on utilise aussi le symbole " ÷ " et le symbole " / " afin de reproduire un nombre ou "découper" un nombre par un autre. Le résultat d'une multiplication est un **produit**, celui d'une division un **quotient**. On parle de **facteurs** d'un produit pour les nombres de chaque côté du signe x .

Figure 137 : Définitions dans *Tdmaths* de "facteur" et "terme"

Les ambiguïtés de ces définitions se retrouvent dans les hésitations de Léa pour gérer associer le mot « terme » avec une différence. Malgré ces difficultés, la dernière partie de la courbe des notes de Léa montre qu'elle a réussi à s'adapter à ce que le LTF lui demandait.

Les exercices 2 et 3 se déroulent sans trop de difficultés même si Léa passe un long moment sur le troisième où il y a quatre calculs à effectuer à chaque sous-tâche de l'exercice. Elle fait deux erreurs de calcul sur les 16 demandés.

◆Exercice n° 4

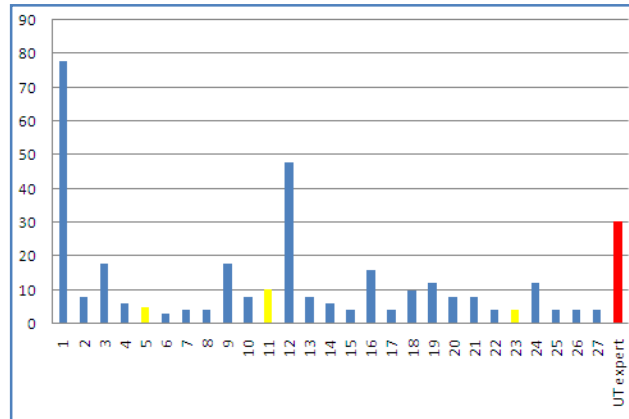


Figure 138 : Temps de réalisation de l'exercice n°4 de *Tdmaths* par Léa

Le texte de cet exercice est le suivant :

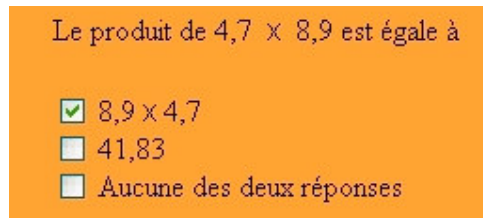


Figure 139 : Texte de l'exercice n°4 dans *Tdmaths*

L'expression numérique proposée est soit un produit, soit une somme, soit une différence, soit un quotient. L'élève doit choisir une ou deux réponses en cochant une ou deux cases. Elle peut aussi cocher les trois cases. Léa va refaire 27 fois cet exercice en ne donnant que trois réponses correctes.

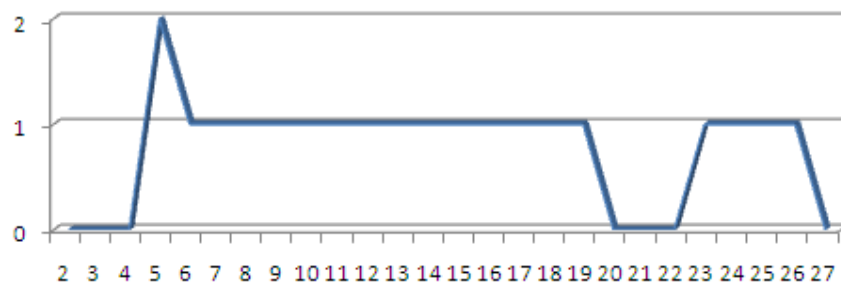


Figure 140 : Notes sur 10 de Léa pendant la réalisation de l'exercice n°4 de *Tdmaths*

À la différence de l'exercice n°1, il ne semble pas qu'il y ait le moindre apprentissage qui se mette en place pendant la recherche de cet exercice. Nous pourrions penser que Léa répond au hasard et qu'elle ne s'intéresse pas à cet exercice mais deux remarques nous font penser que ce n'est pas le cas. La première est que personne ne lui a demandé de refaire autant de

fois le même exercice. Elle aurait pu arrêter au cinquième essai par exemple. La deuxième remarque concerne le temps qu'elle passe à chercher les deux exercices qui suivent deux des trois fois où elle a obtenu une bonne réponse aux 11^{ième} et 23^{ième} exercice : son temps de recherche est multiplié par 3 ou 4 dans les deux cas. L'explication que nous avançons concerne les deux cadres de calcul qu'elle doit intégrer au même moment, dans son Espace du Travail Calculatoire, pour répondre correctement à la question. D'une part, elle doit effectuer le calcul et le paradigme du Calcul I lui suffit avec les artefacts correspondants que sont la calculatrice quatre opérations ou les algorithmes du calcul posé. Mais elle doit aussi utiliser le paradigme du Calcul II avec ses propriétés théoriques comme la commutativité de l'addition et de la multiplication et la non-commutativité de la soustraction et de la division. Cet exercice montre que l'ETC de *Tdmaths* a une partie liée au Calcul II, au niveau notamment du référentiel théorique, qui doit être prise en compte. Mais il semble bien que l'élève n'ait pas encore construit son ETC de telle sorte que celui-ci lui permette de naviguer d'un paradigme à l'autre. Elle n'arrive pas à faire le choix entre le Calcul I et le Calcul II. Pour Léa, cet exercice aurait pu être très formateur mais le LTF seul ne permet pas l'apprentissage sous-jacent.

ii - Camille

La séance de Camille⁷⁶ a lieu le même jour que celle de Léa, le 12 février 2004. À la différence de Léa, Camille ne reste pas toute la séance dans le même chapitre, ni dans la même grande partie : elle aborde quatre chapitres dont trois se situent dans la partie Calcul numérique et un dans la partie Fonction.

<i>N° du chapitre</i>	<i>Titre du chapitre</i>	<i>durée en min</i>	<i>pourcentage d'acquisition</i>	<i>nombre d'exercices tentés</i>	<i>nombre d'exercices réussis</i>
1	Entiers naturels et décimaux positifs	4(11)	92	4(11)	3(8)
6	Tables de multiplication	5		0	0
18	Expressions à trous : niveau 1	10	100	22	22
4	Les 4 opérations arithmétiques	6	96	3	3
5	Division euclidienne	13	36	17	15

Tableau 83 : Séance du 12 février de Camille avec *Tdmaths* par chapitre

L'enregistrement vidéo commence alors qu'elle a déjà réalisé 7 fois l'exercice *Écriture d'un nombre 4*, n°76, depuis 7 minutes. Les erreurs qui sont notées proviennent d'un bug du logiciel :

⁷⁶ Le détail de la séance est présent en annexe.

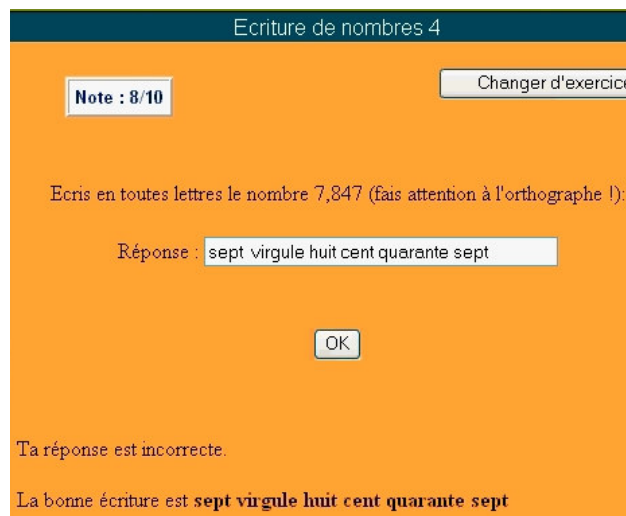


Tableau 84 : Bug de l'exercice n°76 dans *Tdmaths*

Elle passe ensuite près de cinq minutes à essayer l'exercice n°46, *Multiples 2* du chapitre n°5 sur les Tables de multiplication.

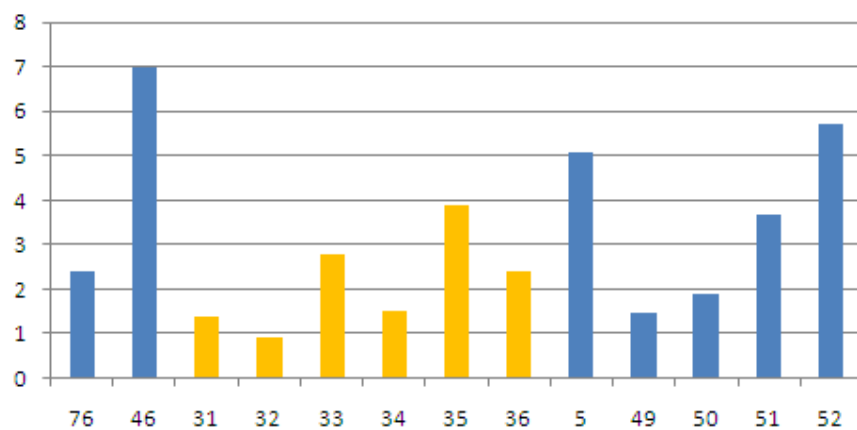


Figure 141 : Facteur des UT de Camille par n° d'exercice d'une séance avec *Tdmaths*

◆ Exercice n°46

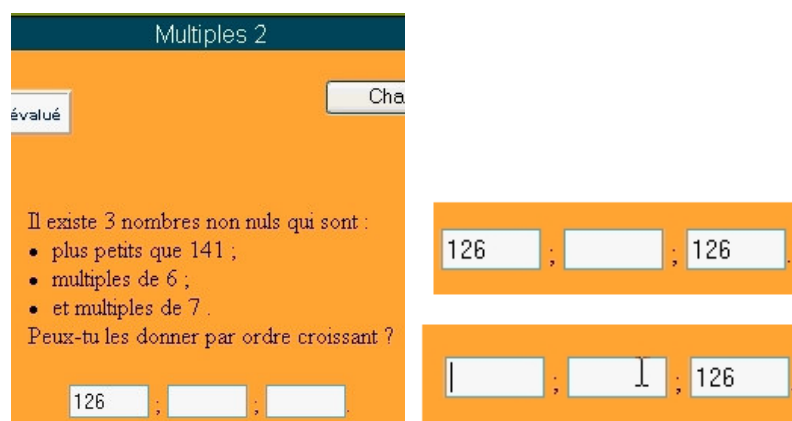


Figure 46 : Les étapes de recherche de Camille de Exercice n°46 de *Tdmaths*

Le chapitre Tables de multiplication dont fait partie cet exercice n°46 a été réussi sans difficulté par Camille pendant la séance précédente et il ne lui restait plus que cet exercice à réaliser. Tous les autres exercices de ce chapitre proposent des tâches qui ne demandent de mobiliser que des techniques directement conçues à partir des tables de multiplication et donc liées aux artefacts du calcul arithmétique élémentaire. De plus, comme dans la plupart des exercices de *Tdmaths*, pour réaliser une tâche, une seule technique suffit. Cet exercice n°46 n'est pas du même type et demande de mobiliser plus de techniques. La première observation concerne la nécessité pour l'élève de comprendre que les « 3 nombres » recherchés doivent être 3 nombres entiers puisque qu'ils sont considérés comme des multiples de nombres entiers. La traduction du texte est donc la première tâche de l'élève. Il doit ensuite définir l'ensemble dans lequel il doit chercher ces trois nombres, c'est-à-dire tous les nombres entiers qui sont, d'une part, non nuls et, d'autre part, plus petits que 141. Parmi ces nombres, il doit trouver les multiples de 6, les multiples de 7 et les multiples de 6 et de 7. Il doit donc commencer par traduire qu'un nombre est multiple de 6 et de 7 s'il est multiple de 42. Les multiples de 42 plus petit que 141 sont : 42, 84 et 126. Les trois nombres sont ainsi trouvés.

Le déroulement de la réalisation de cet exercice par Camille, élève qui possède pourtant un très bon niveau au regard de ses tests d'entrée en sixième⁷⁷, confirme la complexité de cet exercice n°46.

<i>Déroulement</i>	<i>Temps</i>	<i>Durée</i>
Début de l'exercice n°46	00:04:54	
elle écrit 126 dans la première case	00:07:30	00:02:36
elle écrit 126 dans la troisième case	00:10:05	00:02:35
elle change d'exercice sans valider avec la touche OK	00:10:13	00:00:08

Tableau 85 : Déroulement de l'exercice n°46 de *Tdmaths* par Camille

Camille trouve la valeur du troisième nombre, 126 ; il est difficile d'imaginer qu'elle n'a pas trouvé les deux premiers si nous nous plaçons dans une démarche de résolution liée au calcul numérique élémentaire ou au calcul algébrique élémentaire. Mais, comme nous l'avons remarquée sur la presque totalité des exercices proposés dans *Tdmaths*, la décomposition des tâches amplifie la visibilité du paradigme du Calcul I de l'ETC du LTF. L'élève est donc avant tout amené à construire des méthodes liés au Calcul I. Nous pensons que Camille ne cherche à utiliser que la partie Calcul I de son ETC et a essayé d'utiliser des techniques liées à ce paradigme pour résoudre ce problème car l'ensemble des exercices qu'elle réalise avec

⁷⁷ Voir les résultats des tests d'entrée en sixième des élèves qui ont participé à l'expérimentation en annexe.

Tdmaths la cloisonne dans le Calcul I. Elle a pu, par exemple, tester si chaque nombre à partir de 141, dans l'ordre décroissant, est un multiple de 6 et un multiple de 7. Le premier qu'elle trouve est 126 et elle le met dans la première case. Elle analyse son travail et se rend compte que c'est le plus grand nombre, multiple de 6 et de 7 et plus petit que 141 ; elle le place alors dans la troisième case. Sa méthode étant trop longue pour chercher les autres, elle est bloquée et décide de passer à autre chose.

Camille semble avoir pris conscience que le Calcul dans son ETC ne lui permettait pas de poursuivre pour trouver, dans un temps raisonnable, la solution au problème. Pour résoudre ce problème, il aurait fallu qu'elle commence par reformuler le problème pour commencer par chercher les multiples de 42, ce qui nécessite un raisonnement non trivial et une démarche de traduction plus spécifique du Calcul II.

Camille nous montre qu'elle reste bien exclusivement dans la partie Calcul I de son ETC alors que cette élève semble avoir déjà développé des compétences liées aux autres paradigmes. La façon dont *Tdmaths* présente son ETC ne permet pas à cette élève de se lancer dans une démarche liée au Calcul II et elle reste enfermée dans un mode de travail exclusivement lié au calcul arithmétique élémentaire.

◆ Le chapitre Expressions à trou, niveau 1

Les exercices n°31 à 36 consistent à résoudre des équations du premier degré à une inconnue en ne faisant intervenir qu'une seule opération. Toutes ces équations peuvent se résoudre arithmétiquement sans avoir besoin de techniques algébriques. Camille réussit ce chapitre à 100 % sans aucune erreur. L'exercice n° 32 est même résolu correctement plus vite que l'expert. Les valeurs des FUT de Camille pour ce chapitre (voir Figure 142) nous indiquent qu'un des exercices, le n°35, lui a posé plus de problèmes que les autres avec un FUT proche de 4. Cet exercice propose une égalité à remplir.

Complète l'opération pour qu'elle soit juste sans utiliser les nombres 0 ou 1 :



$$\boxed{1} - 15 = \boxed{}$$

L'élève doit trouver deux nombres a et b pour que l'égalité : $a - 15 = b$ soit vérifiée. Tous les cas rencontrés dans cet exercice sont présentés sous cette forme avec une seule variante, l'opération qui peut être une soustraction, une addition ou une multiplication. Camille va rencontrer deux soustractions. L'expert remplit les deux cases de gauche à droite, en quelques

secondes. Après avoir choisi un nombre dans la première case, il effectue l'opération ainsi posée. Camille adopte une attitude de résolution beaucoup plus complexe comme nous pouvons le visualiser dans le diagramme suivant.

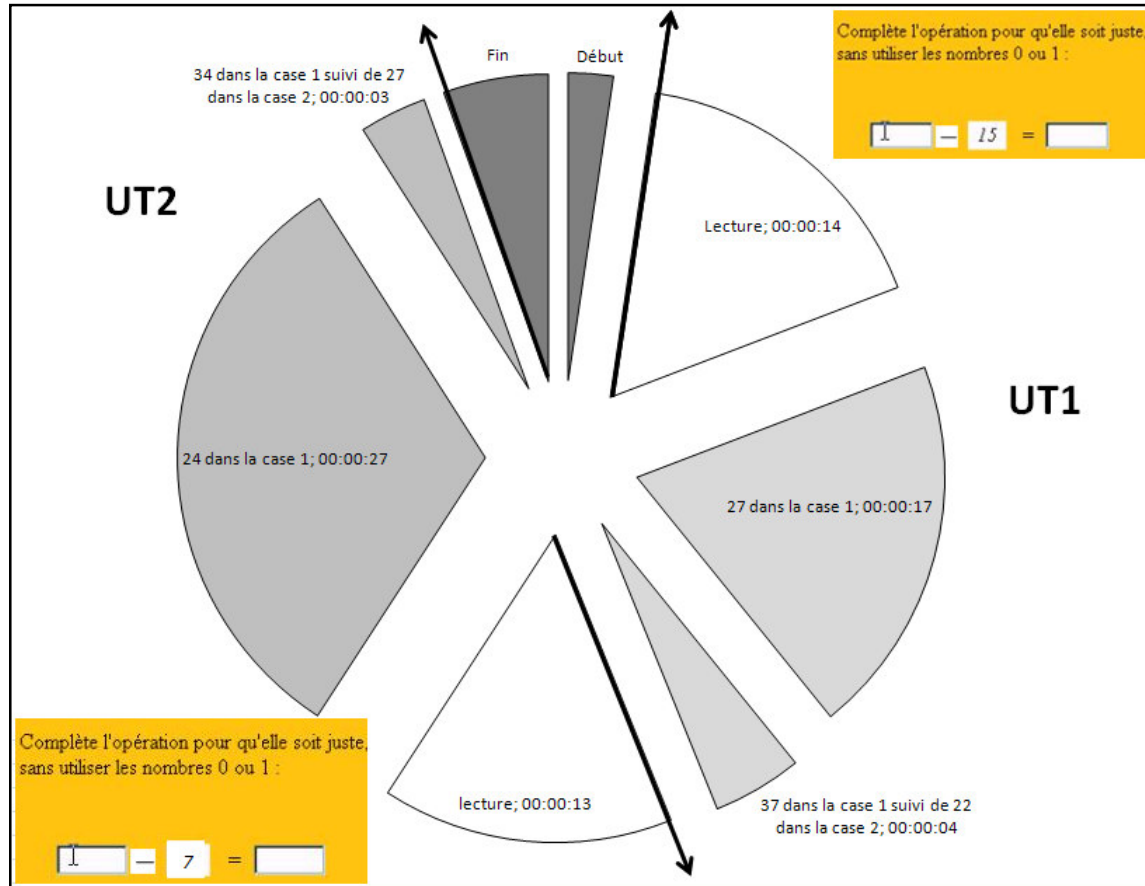


Figure 142 : Déroulement de l'exercice n°35 de Camille dans Tdmaths

Dans la première Unité de Travail, Camille passe 14 secondes à lire le texte puis elle écrit 27 dans la première case. Il s'écoule 17 secondes avant qu'elle efface le chiffre 2 du nombre 27 pour le remplacer par le chiffre 3. En trois secondes, elle remplit la deuxième case, correctement, en écrivant le nombre 22 : $37 - 15 = 22$. La deuxième UT se déroule exactement de la même façon. Camille est une élève qui calcule très bien et les changements de valeurs des nombres dans la première case ne proviennent pas de la difficulté à effectuer les calculs : $27 - 15$ ou $24 - 7$. Dans les sept minutes qui précèdent la réalisation de ce n° 35, Camille a réalisé les exercices n° 31 à 34 de ce chapitre Expressions à trou, niveau 1. Les n°32 à 34 proposent tous le même exercice mais avec chacun une opération différente :

Quelle est la valeur de ? dans :

$$79,3 - ? = 48,1$$

Une technique possible pour résoudre cette équation, et qui est celle proposée dans le cours, est d'effectuer la soustraction : $79,3 - 48,1$. Il semble que Camille soit restée avec cette technique en tête et n'ait pas réussi à prendre du recul en analysant l'opération qu'elle avait elle-même choisie. Le choix du résultat 27 dans la case 2 de l'UT2 peut confirmer notre propos. L'hypothèse que nous nous proposons d'avancer est celle-ci : Camille a été entraînée à construire des techniques de résolution d'équations, dans le cadre du paradigme du Calcul II de son ETC. Ces techniques ne concernent pas encore le Calcul III comme nous l'avons déjà décrit à propos d'Early Algebra. L'inconnue, par exemple, est écrite avec un point d'interrogation. La partie Calcul II de cette élève n'est pas encore assez développée pour qu'elle puisse naviguer facilement entre le Calcul I et le Calcul II. Les premiers exercices lui ont permis de construire et de maîtriser des techniques de résolution d'équations simples à une opération. Elle se doit de les appliquer dans cet exercice n° 35 dont la forme n'est plus tout à fait la même. Elle n'a finalement pas replacé le mode de résolution de cet exercice dans le paradigme du Calcul I, comme l'a fait automatiquement l'expert. Camille semble s'être enfermée dans la résolution d'une tâche unique par une seule technique. L'ETC de *Tdmaths* propose aux élèves de travailler dans d'autres paradigmes que celui du Calcul I. Mais les tâches, unitaires, qui sont proposées ne semblent pas permettre aux élèves une construction globale de leur ETC mais plutôt une construction cloisonnée, paradigme par paradigme.

◆ Suite de la séance

Elle poursuit sa séance en revenant sur l'exercice n° 5 du chapitre Devinette de la partie Les 4 opérations arithmétiques dont elle a déjà fait 11 réalisations, mais dont la note n'est que de 7/10, ce qui ne lui donne que 95 % de réussite dans cette salle. Elle réussit trois réalisations et passe à un autre chapitre avec une nouvelle note de 8/10 à cet exercice n° 5. Même si ce problème reste dans le Calcul I car les objets, comme les artefacts et les références de ce paradigme sont suffisant pour le résoudre, sa réalisation n'est pas si simple car le Facteur des UT de Camille pour cet exercice est supérieur à 5. Nous voulions rappeler que la simplicité de réalisation n'est pas une caractéristique du paradigme du Calcul I.

Camille consacre la fin de la séance au chapitre Division euclidienne qu'elle n'a jamais réalisé. Les deux premiers exercices, n° 49 et 50, portent sur le vocabulaire de la division euclidienne et ne lui posent aucune difficulté. Elle utilise la calculatrice de l'ordinateur pour le n°51. Elle divise 342 par 57 pour savoir si « Le nombre 342 est multiple de 57 ». Elle trouve

6. Elle multiplie alors 57 par 6 pour vérifier qu'elle trouve bien 342. L'artefact disponible lui permet ici d'avoir accès à une démarche de vérification simple à mettre en place.

Elle rencontre une nouvelle fois des difficultés dans l'exercice n° 52. Elle va passer un peu plus de trois minutes, ce qui correspond à FUT de 6, pour réaliser l'exercice suivant :

Compléter la division euclidienne suivante : $506 = 33 \times \dots + \dots$

Cet exercice est réalisé en trois étapes que nous visualisons dans le diagramme suivant.

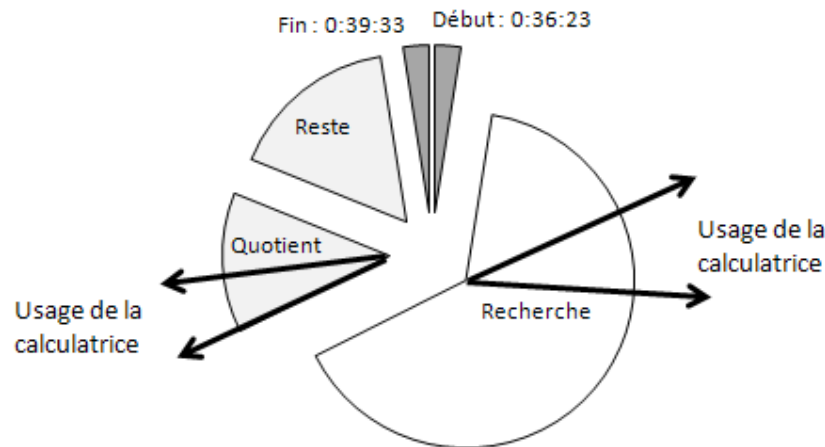


Figure 143 : Déroulement de l'exercice n° 52 par Camille dans *Tdmaths*

L'élève doit commencer dans cet exercice par traduire le texte qui demande de « compléter la division euclidienne suivante ». En réalité, elle doit effectuer une division euclidienne puis, en utilisant les résultats de cette division, elle doit compléter une égalité entre deux expressions numériques. Camille sait faire des divisions, ses tests d'évaluation de début d'année l'attestent. Elle ne décide pourtant pas de commencer par effectuer sur son papier la division de 506 par 33. Elle cherche puis ouvre la calculatrice de l'ordinateur pour effectuer le calcul : 506 multiplié par 33. Elle lit 16698 comme résultat. Quelques instants plus tard, elle commence par écrire 1668 dans la case du quotient, puis elle efface. Les mouvements de la souris montrent qu'elle hésite à ouvrir à nouveau la calculatrice, ce qu'elle fait finalement pour la deuxième fois. Elle tape le nombre 506 puis, après avoir hésité sur l'opération, choisit de diviser ce nombre par 33. Elle lit 15,3333333333. Elle écrit 15 dans la case du quotient 7 secondes plus tard. Pendant les 30 secondes suivantes, la souris est immobile. Nous en déduisons qu'elle effectue la multiplication de 33 par 15, puis la soustraction : 506 moins 495. Camille a utilisé très régulièrement sa feuille pendant toute l'expérimentation. Elle entre alors

le nombre 11 dans la case du reste et clique sur OK. La séance s'achève quelques secondes plus tard.

Le déroulement de cet exercice permet de poser plusieurs questions. La première est de comprendre comment Camille fait le choix d'utiliser tel artefact, calculatrice ou calcul posé. Le deuxième questionnement porte sur les difficultés de Camille à utiliser ce qu'elle connaît déjà à propos de la division pour répondre correctement à la question. Nous pouvons émettre l'hypothèse que c'est encore l'aller-retour dans son ETC entre les paradigmes du Calcul I et du Calcul II qui posent problème à Camille. Elle semble avoir besoin, quand elle se trouve dans la partie Calcul I de son ETC, de poser les opérations sur sa feuille : elle utilise alors un artefact propre au Calcul I. Dans la gestion d'une expression numérique, objet du Calcul II, elle se permet d'utiliser la calculatrice qu'elle associe, en tant qu'artefact, au paradigme du Calcul II. De la même façon, le lien entre la division euclidienne en tant qu'opération posée, artefact du Calcul I, et l'expression numérique, objet du Calcul II, qui traduit cette division euclidienne, est absent dans l'ETC de Camille. Elle doit, tout au long de la réalisation de cet exercice, choisir de travailler dans l'un ou dans l'autre paradigme de son ETC. Encore une fois, la décomposition extrême des tâches dans le LTF *Tdmaths* ne lui facilite pas l'usage global de son ETC en naviguant d'un paradigme à l'autre. L'analyse, en détail, à la seconde près, de cette séance de Camille nous a permis de constater l'importance du paradigme du Calcul II dans l'ETC d'une élève, comme dans celui d'un LTF, pour comprendre les hésitations et les difficultés de réalisation des exercices. L'ETC d'un élève est une structure composée de trois parties, Calcul I, II et III, où la navigation d'un paradigme à l'autre semble bien être un gage de réussite.

e - L'ETC de Tdmaths

Même si un certain nombre d'intitulés de chapitres et d'exercices peuvent nous faire penser que la partie liée au paradigme du Calcul II dans l'ETC de *Tdmaths* est loin d'être négligeable, avec, par exemple l'importance des chapitres sur les fractions, ce LTF est presque exclusivement centré sur le calcul arithmétique élémentaire. Cela est dû à deux raisons complémentaires. La première est que la grande majorité des exercices ne traite que de thèmes spécifiques du Calcul I : les objets y sont toujours des nombres entiers ou décimaux simples, les artefacts sont les algorithmes des quatre opérations et les références théoriques ne font référence qu'à la construction des nombres. La deuxième est que, même dans le cas où les thèmes abordés pourraient être classés dans le paradigme du Calcul II, la résolution

d'équations simples par exemple, la décomposition des exercices en tâche unique ne permet pas un développement réel de ce paradigme. Les objets proposés font partie du Calcul II mais les méthodes, artefacts et références théoriques, peuvent toujours être construits à partir du Calcul I. L'ETC de *Tdmaths* semble donc pouvoir être utilisé par les élèves pour, presque exclusivement, développer le paradigme du calcul arithmétique élémentaire dans leur ETC. Ce qui n'empêche pas, comme nous avons eu l'occasion de le préciser, que certains exercices ne soient pas si facilement réalisables, même s'ils sont proposés dans le cadre du Calcul I.

V.3.5 - *Smao*

a - Généralités

La partie numérique du LTF *Smao*, niveau sixième, est composée de six sections et 23 chapitres, chacun divisé en quatre séquences : découverte, leçon, exercices et jeux.

<i>Parties</i>	<i>Chapitres</i>	<i>N°</i>
Addition et soustraction	Lettres et chiffres	1
	Graduation, comparaison des décimaux	2
	Tables, calcul mental	3
	Technique	4
Multiplication et division	Tables de multiplication, calcul mental	5
	Technique de la multiplication	6
	Tables de division, caractères de divisibilité	7
	Technique de la division	8
	Expressions numériques	9
Problèmes	1 opération	10
	2 opérations	11
	Niveau supérieur	12
Fractions	Fraction d'une figure	13
	Fraction d'un nombre	14
	Fractions égales	15
	Pourcentages	16
	Echelles	17
Relatifs	Approche	18
	Graduation, comparaison	19
	Repérage dans le plan	20
Graphiques	Histogramme, diagramme en bâtons	21
	Diagramme circulaire	22
	Graphique, proportionnalité	23

Tableau 86 : Les parties et chapitres de *Smao*, niveau sixième

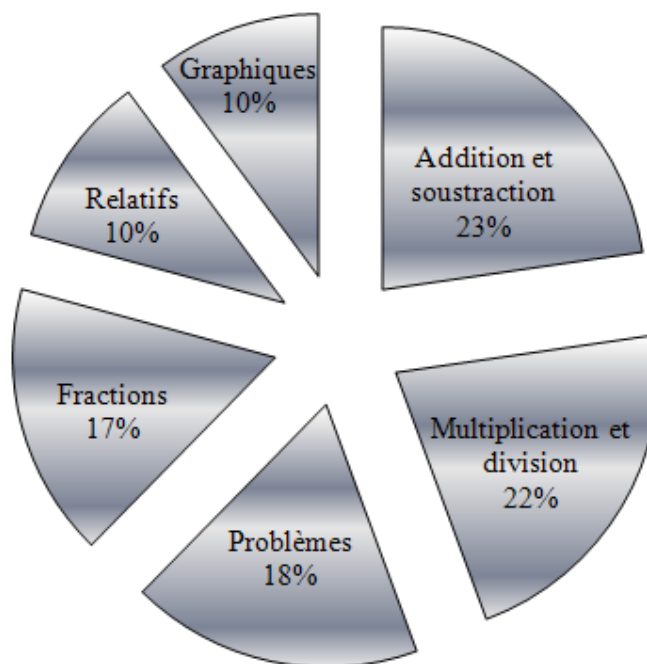


Figure 144 : Répartition du temps de réalisation expert, en %, par section du LTF *Smao*

Comme nous avons déjà pu le remarquer dans la première partie de ce chapitre, *Smao* est le logiciel tutoriel qui propose la plus grande diversité en termes de compétences visées. Nous retrouvons aussi cette caractéristique quand nous répertorions les exercices qui concernent l'apprentissage du langage et de la résolution de problèmes.

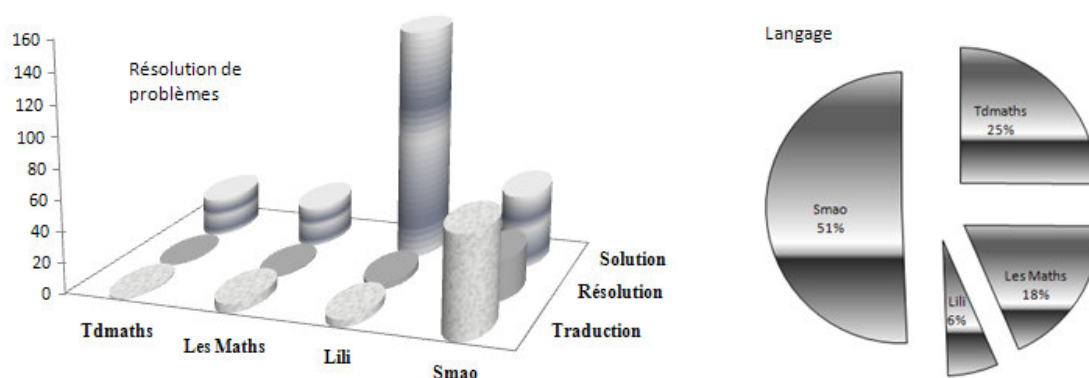


Figure 145 : Place de la résolution de problèmes et du langage dans les LTF

La diversité des activités que propose *Smao* ne nous permet pas de présenter une vision détaillée de tout ce LTF ; c'est pourquoi nous allons commencer par nous concentrer plus particulièrement sur un thème qui est peu travaillé dans les LTF de notre étude et les logiciels d'entraînement en général : l'apprentissage de la résolution de problèmes. Nous finissons cette partie sur le logiciel *Smao* par une description de la place du langage. Nous avons vu que

LiliMath propose de nombreux problèmes mais exclusivement dans la démarche de la recherche de la solution du problème. Les démarches de traduction et de résolution ne sont pas présentes dans ce LTF. La résolution de problèmes est un des leviers qui permet à l'élève de donner un sens aux procédures numériques et algébriques et, ainsi, de comprendre et admettre, plus généralement, la nécessité de l'apprentissage des mathématiques. Résoudre un problème en utilisant exclusivement, dans son ETC, le calcul arithmétique élémentaire, consiste à donner la solution du problème. Dans ce cas, à la question de savoir pourquoi il obtient tel résultat, l'élève va justifier que le résultat réponde au problème. La justification, comme la procédure de résolution, sont avant tout définies par leur mode de relation au contenu du problème à résoudre et non par rapport aux propriétés mathématiques mises en jeu, même si ce contenu n'est pas lié au monde sensible. Par exemple, si un élève doit justifier, dans le cadre du Calcul I, que :

$$9 \times 8 = 8 \times 9 ;$$

il va concevoir sa justification du fait que, d'après les tables de multiplication ou d'après la calculatrice :

$$9 \times 8 = 72 \text{ et } 8 \times 9 = 72.$$

La prise en compte du nouveau paradigme du calcul numérique élémentaire, puis du calcul algébrique élémentaire, nécessite, dans le cadre de la résolution de problèmes, de mettre en place une nouvelle démarche de traduction du contenu du problème du monde réel au monde mathématique. Même si les mathématiques sont bien présentes dans le paradigme du calcul arithmétique élémentaire, pour que l'élève ait accès à la résolution de problèmes plus complexes, il faut que l'élève découvre cette nécessité de la traduction du problème d'un langage naturel à un langage mathématique, numérique ou algébrique⁷⁸ et, ainsi, de construire les parties de son ETC liées aux paradigmes des Calcul II et III.

Lorsque nous avons comptabilisé les UT liées à cette démarche de traduction d'un problème, nous avons constaté que *Smao* est pratiquement le seul LTF de notre étude à la prendre en compte et à concevoir des activités pour mettre l'élève dans une situation d'apprentissage de

⁷⁸ Voir Chapitre III sur les Cadres théoriques.

la traduction d'un problème (voir figure 146). Analysons maintenant, en détail, la section de *Smao* consacrée aux problèmes⁷⁹.

b - La section Problèmes de *Smao*

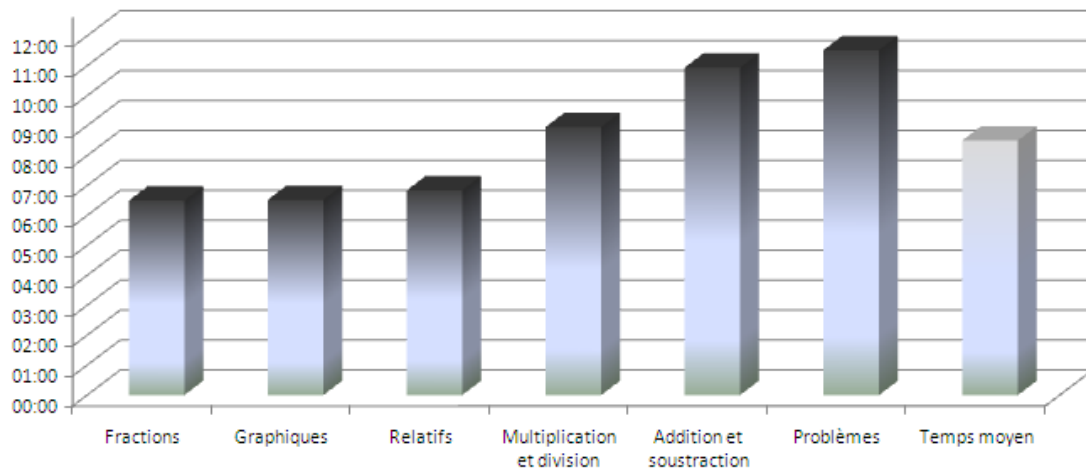


Figure 146 : Temps moyen de l'expert par chapitre et dans chaque section de *Smao*

Les trois chapitres de la section Problèmes de *Smao* sont ceux qui demandent le plus de temps de réalisation de l'ensemble de la partie numérique.

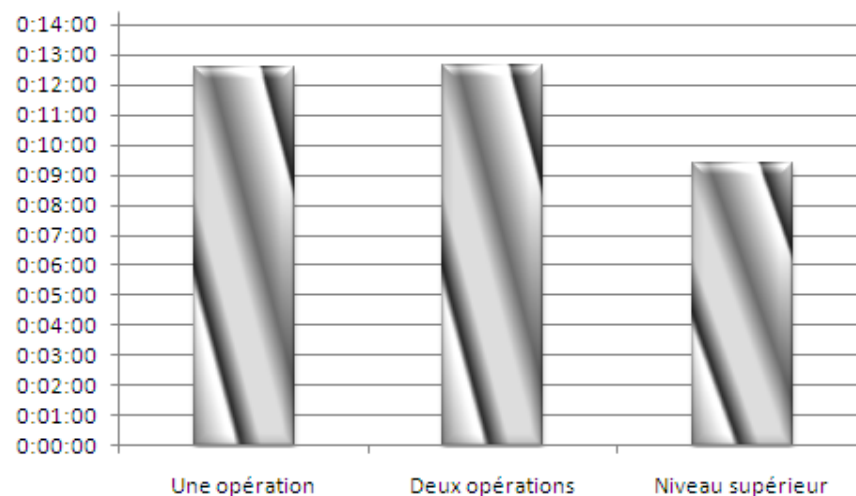


Figure 147 : Temps moyen de l'expert pour la réalisation des trois chapitres de la section Problèmes de *Smao*.

Le temps global de réalisation semble montrer que le troisième chapitre est plus simple car son temps de réalisation est assez nettement plus court que pour les deux premiers. Mais une analyse plus fine du temps passé dans les quatre parties de chaque chapitre, Découverte,

⁷⁹ La capture des écrans de cette section est visible en annexe.

Leçon, Exercices et Jeux, nous indique qu'il est nécessaire que l'analyse de cette section Problèmes se fasse à travers l'ensemble des douze activités⁸⁰ de cette section, et non à travers les trois chapitres car quatre de ces activités, dont les trois Découvertes, sont réalisées en un temps extrêmement court, autant par l'expert que par les élèves.

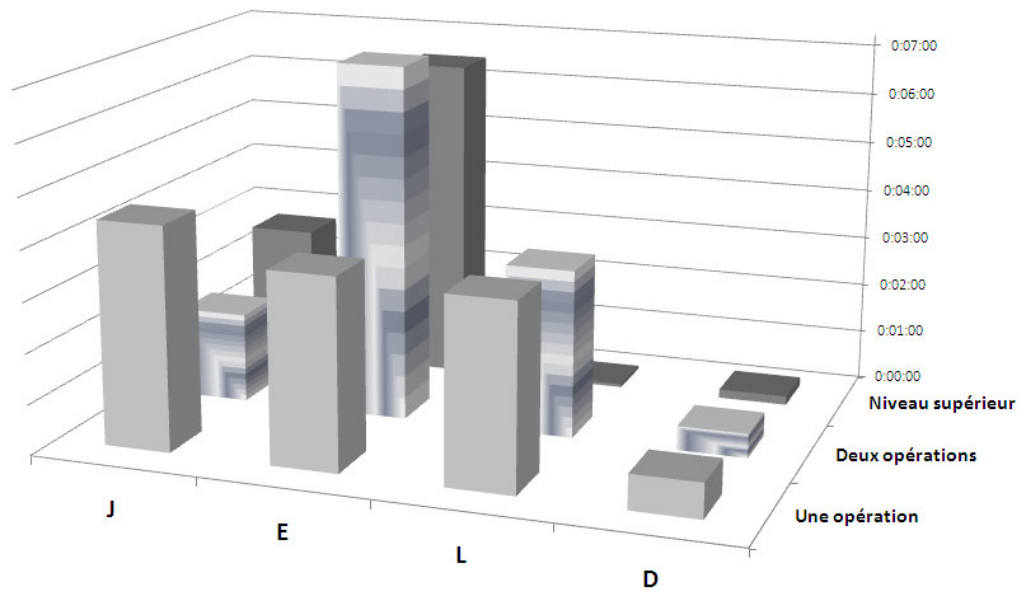


Figure 148 : Temps moyen de l'expert pour la réalisation des douze activités de la section Problèmes de *Smao*.

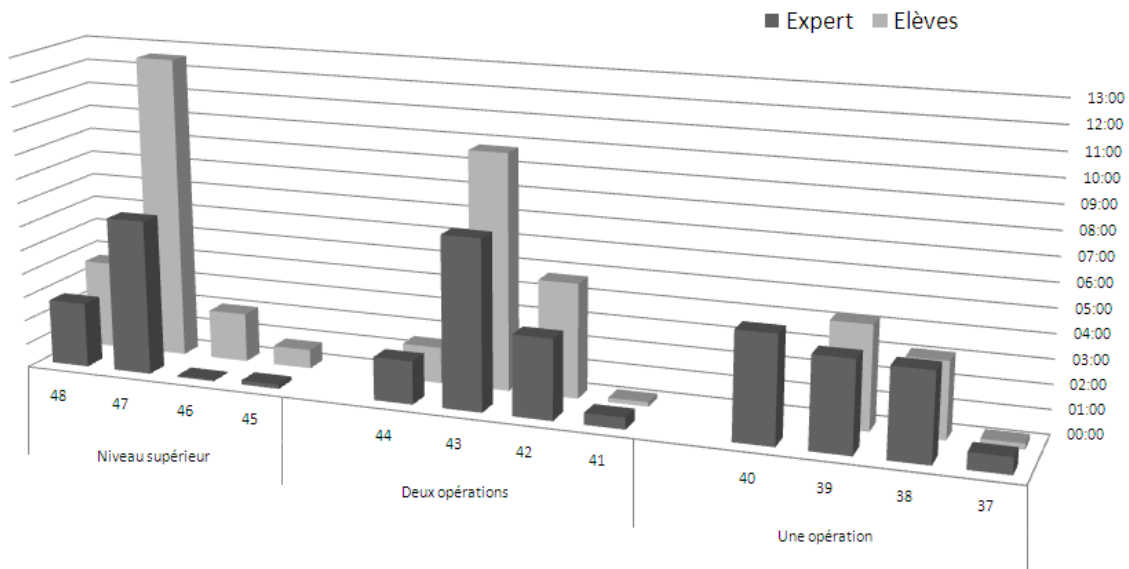


Figure 149 : Comparaison du temps de réalisation, en minutes, des activités de la section Problèmes de *Smao* entre l'expert et des élèves

i - Les découvertes de la section *Problèmes*

⁸⁰ Ces activités, des chapitres 10, 11 et 12, sont numérotées de 37 à 48, comme dans tout notre travail.

Les trois *Découvertes* des trois chapitres proposent chaque fois une seule tâche : faire varier les données d'un problème. Dans les deux premiers chapitres, le but est de trouver ou de remarquer que certaines données ne sont pas utiles pour résoudre le problème. Ce n'est pas le cas dans la Découverte du dernier chapitre de cette section où les trois données qu'il est possible de faire varier sont utilisées dans l'expression numérique qui permet de résoudre le problème. Aucune technique mathématique particulière n'est visible dans la réalisation de ces tâches. L'élève doit cliquer sur les symboles + et – pour faire varier les valeurs proposées. Le LTF met l'élève dans une situation d'observation.

Deux compétences spécifiques de la résolution de problèmes sont sollicitées dans ces Découvertes : la détermination des données utiles à la résolution du problème et l'influence de la variation des données sur la solution du problème.

Aucune interactivité n'est proposée dans ces trois *Découvertes* et le temps que l'expert et les élèves y passent est très réduit. Ces quelques secondes dans une attitude si peu active ne nous semblent pas suffisantes pour permettre aux élèves de prendre conscience de l'importance de ces deux compétences.

ii - Le chapitre Une opération

◆ La leçon du chapitre *Une opération*

<p>Procédons par étape :</p> <p>1) Lisez la question.</p> <p>2) Lisez les données, celles qui sont utiles clignent.</p> <p>3) Trouvez l'opération à effectuer.</p> <p style="text-align: center;"> </p> <p>4) Prévoyez l'ordre de grandeur du résultat.</p> <p style="color: blue;"> $0 < 0,87 < 1$ et $30 < 32 < 40$ d'où un résultat compris entre 0×30 et 1×40, soit entre 0 et 40 </p> <p>5) Calculez le résultat</p>	<p>Monsieur Bricolo veut mettre 5 étagères dans son armoire de 2 m de haut, 0,8 m de large et de 0,5 m de profondeur.</p> <p>Il achète un sachet de 32 taquets en laiton à 0,87 € le taquet (pour supporter l'étagère).</p> <p>Il commande aussi 3 planches de bois de 1,20 m² chacune pour un montant total de 11,89 €.</p> <p>Quel est le prix du sachet de taquets ?</p>
$32 \times 0,87 = 27,84$	

Figure 150 : Leçon 1 du chapitre Une opération de *Smao*

Dans la première partie de cette leçon, cinq étapes sont proposées à l'élève. Il commence par lire la question qui clignote, puis apparaissent la question et les données utiles qui clignent ; vient ensuite le choix de l'opération. La présentation de la notion d'ordre de grandeur est expliquée avec une justification mathématique un peu complexe pour des élèves de sixième et le compagnon apparaît à l'écran qui ajoute :

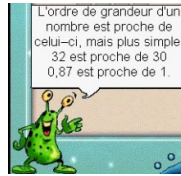


Figure 151 : L'ordre de grandeur dans la leçon *Une opération de Smao*

L'élève doit ensuite écrire, puis calculer, l'expression qui permet de trouver la solution du problème.

Cet exercice, présenté en cinq étapes, est composé de deux Unités de Travail : le choix de l'opération et le calcul du résultat. Ces deux UT permettent à l'élève d'être actif dans la lecture de la leçon qui lui présente les trois étapes fondamentales de la résolution d'un problème : la traduction avec les trois premières questions, la résolution avec les questions 4 et 5 et la solution avec la question 5. L'ETC de *Smao* propose une présentation qui doit permettre à l'élève de construire, dans son Espace du Travail Calculatoire, un environnement théorique de résolution de problèmes où la lecture des données, l'analyse de la question et la notion d'ordre de grandeur du résultat doivent avoir autant d'importance que le calcul de la solution du problème.

La phrase que propose le compagnon dans la Figure 154, avec l'utilisation des mots « proche » et « simple » peut aider l'élève dans cette phase de traduction pour prévoir un ordre de grandeur. Cette étape de détermination d'un ordre de grandeur avant de calculer le résultat fait partie des moments qui sont utiles pour que l'élève gère correctement la résolution du problème. Elle fait partie des outils de vérification de la validité du résultat et peut être intégrée à l'étape d'interprétation de la solution numérique ou algébrique du problème.

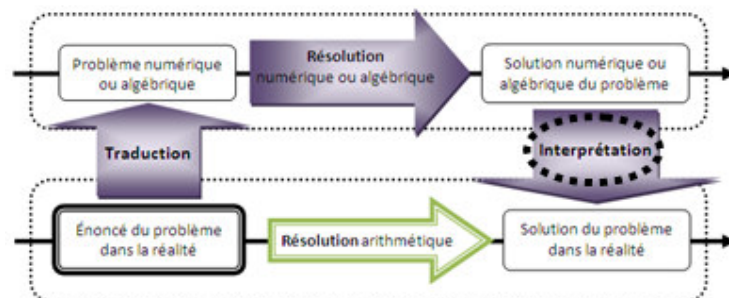


Figure 152 : rappel du schéma de la résolution d'un problème

La deuxième partie de la leçon propose six petits problèmes où l'élève doit choisir la bonne opération à partir de mots-clés qui ont été surlignés dans le texte du problème. Dans chaque exemple qui est proposé, l'élève doit :

1. Lire le texte de la question et les mots-clés ;
2. Cliquer sur l'opération qu'il faut effectuer ;
3. Remplir deux cases avec les nombres du problème et calculer le résultat.

Comment choisir la bonne opération ?

Pour lui et ses deux soeurs, Jean **partage** une tablette de 12 gros carrés de chocolat **en** trois. Combien chacun a-t-il de carrés ?

Les mots-clés du texte sont :
partage en

Trouve l'opération à effectuer : **+** **-** **x** **:**

Les données utiles sont : **12 carrés** **3 personnes**

Calculez le résultat : : = carrés

Figure 153 : Leçon 2 du chapitre Une opération de *Smao*

À la différence de l'exercice précédent, toutes les données sont utiles pour la résolution du problème. La tâche de l'élève est centrée dans ces six textes sur l'association entre les quatre opérations et des mots-clés particuliers.

Mots-clés	Opérations
partage ; en	division
de ; chacun	multiplication
acheter ; et	addition
périmètre	multiplication
rectangulaire ; largeur ; longueur ; en tout	multiplication
Dans ... pris ; reste	soustraction

Tableau 87 : Association Mots-clés et Opérations dans *Une opération* de *Smao*

Certains des mots-clés ne prêtent à aucune confusion : *partage*, *et*, *reste*. Mais ce n'est pas le cas de *périmètre*, *en tout* ou *acheter*. La notion de périmètre est avant tout associée au concept d'addition et ce n'est que dans la simplification de l'écriture de son calcul et dans le cas de certaines figures géométriques simples que la multiplication peut apparaître. De même le *tout* est autant associé à la multiplication qu'à l'addition. Il ne faut donc pas que l'élève utilise cette fin de leçon pour construire dans son ETC des techniques trop automatiques d'association de mots-clés et d'opérations.

L'ETC de *Smao* propose des relations entre des mots et des opérations qui ne sont pas systématiques et qui peuvent même être quelquefois trompeuses. Cependant, l'ETC de ce

LTF disponible dans l'ensemble de cette leçon propose à l'élève de mettre en place, dans son ETC, une démarche pour la résolution de problèmes numériques, démarche assez caractéristique des paradigmes du Calcul II et du Calcul III. Nous allons poursuivre la description des autres activités de cette section avant de revenir à la description de cette démarche que l'élève a la possibilité de se construire dans son ETC, autant au niveau théorique qu'au niveau de la constitution d'artefacts spécifiques à la résolution de problèmes.

♦ L'exercice du chapitre *Une opération*

Cet exercice n°39 comporte trois activités : 39a, 39b et 39c.

Un lot de 5 boîtes de conserve pèse 4,2 kg. Les boîtes sont identiques.
Quelle est la masse d'une boîte ?

Opération + - x :

Unité € kg m h min l °C cm

Ordre de grandeur 1 30 50 100 200 12000

Résultat 0,84

a.

Mr Glop prévoit de construire une piscine.
 La longueur est de 12 m, la largeur 6 m
 et la profondeur 1,5 m.
 Il veut installer **sur deux des quatre côtés**
 un muret de plongée de 30 cm de haut et
 sur les deux autres côtés, des dalles de 40 cm
 de côté. Il envisage aussi d'installer, **du côté du**
muret de plongée, une échelle dont les barreaux sont séparés de 30 cm.
 (le premier est au niveau du muret, le dernier à 30 cm du fond).
Quelle est la longueur du muret (en m) ? 12 + 6 = 18

Quelle est l'aire du fond de la piscine (en m²) ? 12 x 6 = 72

Quel est le volume d'eau ? 72 x 1,5 = 108

Combien y a-t-il de barreaux (données en m) ? 1,8 / 0,3 = 6

b.

Trouvez la solution au problème suivant parmi les quatre solutions proposées.

Une écharpe est constituée de carreaux de différentes couleurs.
 Chaque côté du carreau mesure 15 cm. Il y a 13 carreaux dans la
 longueur et 6 dans la largeur.

Combien y a-t-il de carreaux ?

13 + 6 = 19 13 . 6 = 7

13 x 6 = 78 13 : 6 = 2,166

c.

Figure 154 : Textes des activités de l'exercice n°39 de *Smao*

La réalisation de l'ensemble de l'exercice correspond à six Unités de Travail, une en a, quatre en b et une en c, et 21 actions de l'élève. Il choisit six opérations et effectue cinq calculs.

Dans l'activité b, l'élève a un travail de lecture important pour choisir les huit nombres correspondant à chacune des quatre questions. Le travail de lecture des textes des problèmes et de reconnaissance des données est, comme dans la leçon, valorisé. Nous sommes en présence de problèmes de type connecté⁸¹, c'est-à-dire de problèmes où les données sont directement liées entre elles, qui devraient donc avant tout permettre à l'élève de développer le Calcul I, ou Calcul Arithmétique, dans son ETC. Mais, à la différence d'activités où la seule réponse qui est demandée à l'élève est la solution du problème, c'est le détail de la démarche qui est avant tout exigé dans ce chapitre. La solution n'occupe ici que le cinquième des actions de l'élève. La comparaison de la réalisation de ce chapitre entre un élève, Pierre-Loup, et l'expert nous montre que, malgré la simplicité apparente des problèmes, ce type de tâches peut perturber les habitudes de résolution classique ou arithmétique des problèmes.

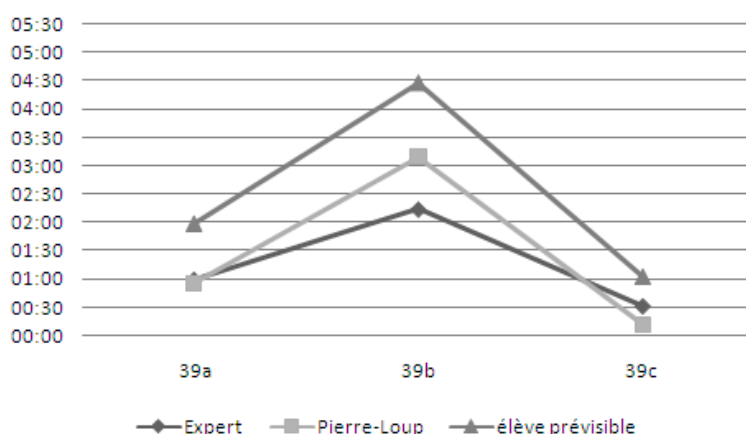


Figure 155 : Temps de réalisation de l'exercice n°39 par un élève et l'expert.

Vu le temps de réalisation par l'expert de chacune des parties du n°39, il est envisageable qu'un élève de sixième mette deux à trois fois plus de temps à réaliser ce même exercice. L'analyse du détail du temps de réalisation de l'exercice n°39 par Pierre-Loup, nous montre que celui-ci est rapide. En reprenant les captures vidéo de son travail, nous nous rendons compte que cet élève commence par réaliser correctement le 39a avec une petite erreur de manipulation ; puis vient une suite d'écritures, difficilement justifiables, jusqu'à la fin de l'exercice 39. Pourtant, cet élève possède un très bon niveau au regard de son évaluation d'entrée en sixième. La longueur du texte et la multiplicité des réponses demandées dans le 39b semblent avoir eu raison de sa motivation et lui pose des difficultés par rapport aux habitudes d'utilisation du calcul arithmétique pour résoudre des problèmes en primaire. Cet élève est sans doute capable de résoudre ce problème, mais semble refuser d'entrer dans ce

⁸¹ Voir l'analyse des problèmes dans *LiliMath*.

nouvel environnement de résolution. Cet élève finit l'exercice n°39 avec une note de 15 % ce qui ne correspond en rien à ses capacités de résolution de problèmes. Nous allons suivre le même élève qui poursuit sa séance avec le deuxième chapitre de la section Problèmes de *Smao*, *Deux opérations*.

iii - Le chapitre Deux opérations

♦ La leçon du chapitre *Deux opérations*

Comme dans le chapitre précédent, la difficulté ne repose pas sur la complexité du problème, car celui-ci est encore un problème connecté, mais sur la reconnaissance des différentes étapes nécessaire pour le résoudre.

<p>16 cars conduisent 860 supporters de l'équipe de Volley-Ball du club de Poitiers ce samedi 13 mars. Le match est à 20h. 15 cars de 55 places sont pleins. Chacun n'a eu droit qu'à un maximum de 3kg de bagages. Je monte avec mes copains dans le car numéro 16. Combien y-a-t-il de passagers dans ce car ?</p>	<p>Etapes pour résoudre le problème ci-contre</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Lire la question. 2. Lire les données et repérer celles qui sont utiles pour la question. 3. Choisir les opérations. 4. Effectuer les opérations. 5. Conclure : répondre à la question.
--	---

Figure 156 : Texte de la leçon n°42 du chapitre *Deux opérations* dans *Smao*

L'élève doit faire au minimum quatorze actions qui se répartissent en six Unités de Travail. Il commence par devoir sélectionner la question puis les données utiles pour résoudre le problème. Ensuite, il doit choisir les opérations utiles, les poser puis les effectuer. Il doit ensuite prendre la peine de conclure la résolution du problème.

Comme dans chapitre précédent, l'élève Pierre-Loup a du mal à entrer dans l'environnement de résolution que lui propose ce chapitre. Le graphique n°158 nous montre effectivement deux parties. Les quatre premières étapes doivent permettre à l'élève d'entrer dans la résolution du problème mais sans commencer à résoudre le problème. L'élève y passe très peu de temps, moins que l'expert, et commet de nombreuses erreurs. À partir du moment où il retrouve une activité plus classique, poser et effectuer des opérations, il accepte de passer plus de temps et obtient quelques réponses justes. Il semble retrouver sa motivation. Cet élève semble toujours privilégier un mode de calcul avant tout arithmétique et a beaucoup de difficultés à accepter de prendre le temps de lire la question, de choisir les données et les opérations utiles, étapes fondamentales dans la phase de traduction d'un problème. En reprenant notre description schématique du mode résolution d'un problème rappelé à la figure n° 153, l'élève semble tout faire pour rester dans le chemin arithmétique et refuse de changer de direction en choisissant la traduction et en sortant de la réalité. Ce qui n'empêche pas cet

élève de poursuivre pendant cette même séance du 08 avril 2004 la section *Problèmes* de *Smao* pour aborder l'exercice n°43 du chapitre *Deux opérations*.

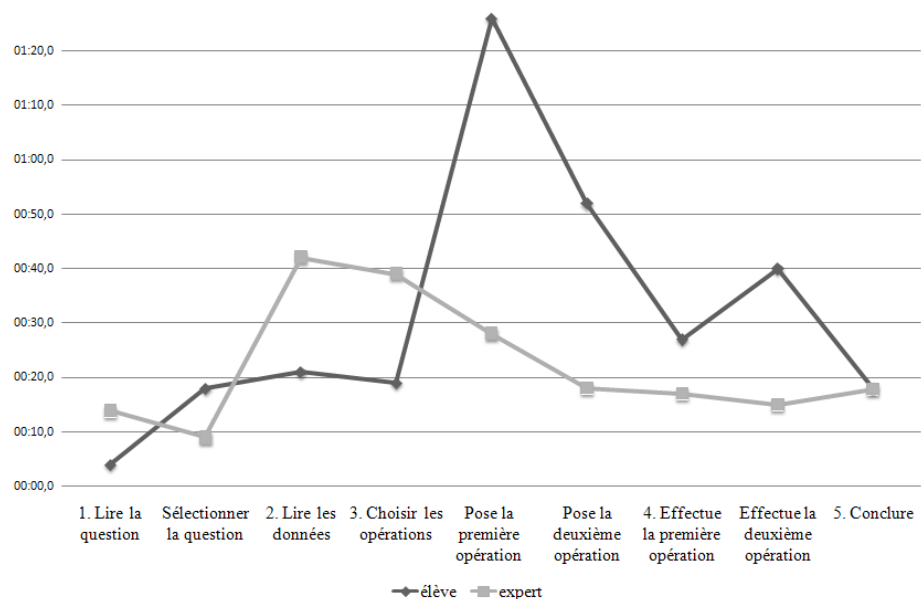


Figure 157 : Temps de réalisation de la leçon n°42 par un élève et l'expert.

♦ L'exercice du chapitre *Deux opérations*

Comme depuis le début de la section *Problèmes* de *Smao*, tout est fait pour que l'élève ne se concentre pas exclusivement sur la solution du problème. Il doit commencer par sélectionner les deux ou trois phrases, selon les problèmes proposés dans ce début d'exercice, qui contiennent des données utiles à la résolution du problème et la question. Après avoir choisi les opérations nécessaires, il doit écrire en ligne la suite de calculs qui va lui permettre d'obtenir la solution du problème. Cette phase appartient sans conteste à la construction par l'élève de la partie liée au calcul numérique élémentaire de son ETC. Il ne doit pas se contenter de faire des calculs pour obtenir un résultat mais il doit prendre la peine de proposer une forme écrite, en ligne, de la suite de calculs qui va former le résultat du problème. Ce travail sur l'écriture en ligne du calcul nécessaire à la résolution du problème se retrouve dans les trois activités de cet exercice.

Nous retrouvons dans l'activité 43a ce qui a été travaillé dans les leçons et découvertes de ce chapitre.

Exercice n° 43

a

Le jardin rectangulaire de Mr Glop est bordé sur un côté par un mur de 16 mètres de long. Sur tout le côté suivant est plantée une haie de laurier.
 Au centre, on aperçoit 3 peupliers de 10 m de hauteur et un massif circulaire de rosiers de 5 m de rayon.
 Le tour du jardin fait exactement 100 m.
 Quelle est la longueur de la haie ?

Juste

1. Lisez les données, sélectionnez la question et les données utiles.

2. Choisissez les opérations : $+$ $-$ \times $:$

3. Ecrivez la suite des calculs : $(100/2)-16$

4. Calculez le résultat : 34

5. Conclusion : écrivez le résultat avec l'unité 34 m

b

Tapez une réponse dans chaque case. Vous pouvez passer d'une case à l'autre à l'aide de la souris ou de la touche "Tabulation".

Dans cette activité, vous devez choisir l'opération traduisant le

Juste

M Maupertuis a deux petits enfants de 25 ans et 11 ans
 Le jour de son anniversaire, il a le double de la somme de leurs âges
 Quel est son âge ?

Opération Résultat avec l'unité

$(25+11)\times 2$ 72 ans

Opérations

25:2:11	25-11x2	11x25x2	(25+11)x2	(25x11)+2
25+2x11	11x25:2	25+11x2	(25-11)x2	(25-11):2

c

Voici un problème et sa résolution. Comme vous pouvez le voir, le texte de la résolution est dans le désordre.

Le but de cet exercice est de remettre ce texte dans un ordre

Juste

Texte du problème	Texte de la résolution
Dans une station de métro, 500 personnes descendent. Le quai mesure 400 m de long. La rame de métro comporte 4 voitures de 80 places assises chacune. Il est exactement 10h15min. Combien de personnes étaient debout ?	500 personnes descendent Il y a 4 voitures dans la rame Il y a 80 places assises par voiture Soit p le nombre de personnes debout, $p = 500 - (4 \times 80)$ $p = 500 - 320$ $p = 180$ Il y avait 180 personnes debout.

 Figure 158 : Activités a, b et c de l'exercice n°43, *Deux opérations*, de Smao

Le texte du problème 43c considère que tous les passagers descendent du métro, ce qui n'est précisé nulle part. Mais l'élève ne doit pas trouver la solution, il doit mettre dans l'ordre les phrases du texte de résolution. Ce manque dans les hypothèses n'a donc pas d'impact sur la réussite de l'exercice. Il peut, par contre, en avoir un sur la légitimité du LTF quant à sa précision.

La réalisation de cet exercice par le même élève, Pierre-Loup, depuis le début de la section *Problèmes* nous montre toujours les nombreuses difficultés qu'il rencontre pour trouver les outils dans son ETC nécessaires pour répondre correctement aux questions posées. Le niveau de réussite de cet élève aux tests d'évaluation d'entrée en sixième nous montre que nous avons un élève tout à fait capable de résoudre ce type de problèmes numériques mais dans un cadre avant tout lié au Calcul Arithmétique ou Calcul I. Cet élève semble refuser de passer le temps nécessaire à la lecture du texte des problèmes, au choix des données utiles, et à toute démarche propre aux Calcul II ou III, des attitudes qu'il aurait dû s'approprier grâce aux activités précédentes. Le temps qu'il passe à réaliser cet exercice n°43 est presque toujours moins long que celui de l'expert.

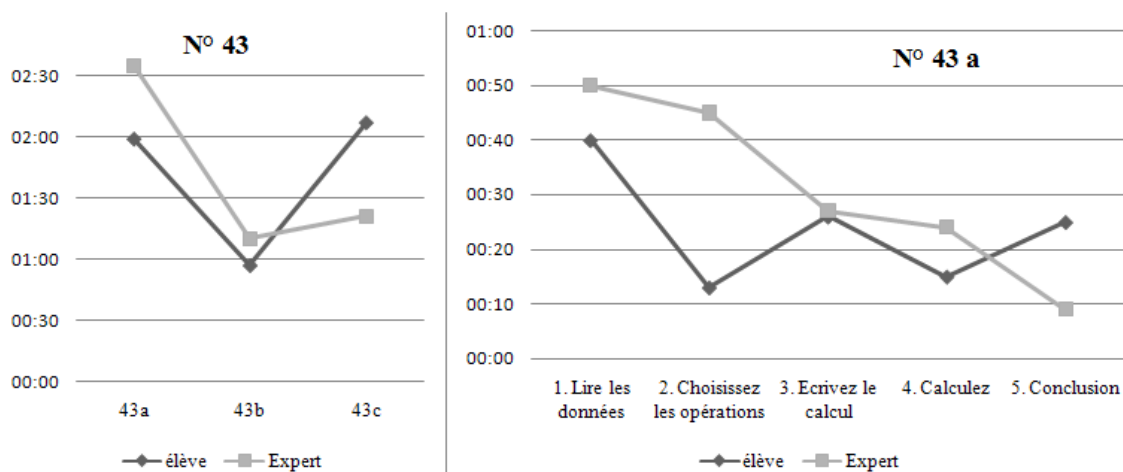


Figure 159 : Temps de réalisation du n°43 et du n° 43a de Smao de l'expert et de l'élève

L'analyse en détail de la réalisation de cette séance du 8 avril 2004 montre une évolution au fur et à mesure des exercices. Nous n'avions pas eu conscience de l'intérêt de cette évolution lors de la première analyse des captures vidéos des élèves car nous avons rapidement considéré que Pierre-Loup répondait souvent au hasard, comme dans la réalisation de l'exercice n° 39 du premier chapitre *Une opération* de la section *Problèmes*. C'est l'analyse de la gestion du temps passé pour chaque question de chaque exercice qui nous a permis de déceler cette évolution. Le hasard n'est plus présent dans la réalisation cet exercice n°43

même si presque toutes les réponses de la partie 43a ne sont pas justes. L'élève commence par ne pas choisir toutes les phrases où des données sont nécessaires ; il sélectionne ensuite l'addition et la soustraction, ce qui pourrait être correct dans une réalisation liée au Calcul I :

- La figure est un rectangle de largeur 16 ;
- $16+16=32$;
- $100 - 32 = 68$;
- je sais que $34+34 = 68$;
- donc la longueur que je cherche est de 34 m.

La ligne de calcul qu'il écrit ensuite montre qu'il est bien dans la recherche d'une solution à ce problème :

3. Ecrivez la suite des calculs : $16-100/4$

Il effectue le calcul et il se trompe encore :

3. Ecrivez la suite des calculs : $(100/2)-16$
 4. Calculez le résultat : ~~36~~

Pierre-Loup réalise ensuite toute la suite de l'exercice n°43 en ne faisant plus aucune erreur que ce soit dans la conclusion de la partie a, dans le choix du calcul et le calcul de la partie b puis dans l'organisation logique du texte de résolution du problème de la partie c. Ces trois minutes trente d'activité nous montrent cette fois un élève qui est vraiment entré dans la réalisation des tâches qui lui sont proposées qu'il remplit avec succès. Nous ne devons donc pas nous contenter de décrire les refus de cet élève pour réaliser les exercices du début de cette séance du 8 avril 2004 par un simple problème de motivation.

L'ETC du LTF *Smao* propose un environnement de travail spécifique du paradigme du Calcul II notamment avec la nécessité de traduire un problème par une expression symbolique, objet du Calcul II. Mais les problèmes qui sont proposés ne nécessitent pas une démarche spécifique de ce paradigme. Le calcul arithmétique élémentaire peut suffire à trouver la solution à chacun de ces problèmes. Les questions qui sont posées sont donc assez artificielles et un élève qui peut résoudre directement tous ces problèmes peut avoir des difficultés à trouver la motivation nécessaire. C'est une explication qui est envisageable dans le cas de Pierre-Loup.

L'élève finit l'exercice n°43 avec une note de 43 % que nous allons maintenant essayer de comprendre.⁸²

♦ L'évaluation du n°43

L'exercice n°43 du deuxième chapitre de la section *Problèmes de Smao, Deux opérations*, comporte au minimum 10 questions.

43a :

Lisez et sélectionnez les données utiles et la question : 1 réponse ;

Choisissez les opérations : 1 réponse ;

Écrivez le calcul : 1 réponse ;

Calculez le résultat : 1 réponse ;

Conclure : 2 réponses ;

43b : Choisir le calcul correct, l'effectuer et donner l'unité : 3 réponses ;

43c : Mettre dans l'ordre le texte : 1 réponse.

Chacune des réponses donne lieu à une deuxième réponse en cas d'erreur à la première et, pour le 43c, une troisième réponse est possible.

43	Barème minimum	Barème maximum	Nombre de questions	bonne réponse	erreur	Nombre de questions	bonne réponse	erreurs	Nombre de questions	bonne réponse	erreurs	Nombre de questions	bonne réponse	erreurs
43a	1	2	1	1	0	1	1	0	1	1	0	2	1	1
	1	2	2	1	1	2	1	1	1	1	0	2	1	1
	1	2	2	1	1	2	0	2	1	1	0	2	1	1
	1	2	2	1	1	1	1	0	1	1	0	2	1	1
	2	4	4	3	1	2	2	0	2	2	0	4	3	1
43b	3	6	6	5	1	6	4	2	6	0	6	6	5	1
43c	1	3	1	1	0	1	1	0	2	1	1	2	1	1
Total	10	21	18	13	5	15	10	5	14	7	7	20	13	7
note			72 %			67%			50%			65 %		

Tableau 88 : Exemples de notes selon le nombre de questions dans le n°43 de *Smao*

⁸² Même si nous avons déjà traité l'évaluation dans les LTF dans le chapitre précédent, nous souhaitons profiter des détails de cet exercice n°43 pour décrire les particularités de l'évaluation dans *Smao*.

La note maximale est obtenue si l'élève répond correctement aux dix questions sans aucune erreur : il obtient 100 % ou 10 réponses correctes sur 10 questions. La note minimale est obtenue si l'élève ne répond correctement à aucune question : avec le doublement ou le triplement des questions, il obtient 0 % ou 0 réponse correcte sur 21 questions. Entre ces deux cas extrêmes, voici, dans le tableau suivant et les représentations graphiques de la page suivante, tous les cas possibles.

Nbre d'erreurs	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Nbre de questions																						
10	100																					
11		91																				
12		92	83	75																		
13		92	85	77	69	62																
14			86	79	71	64	57	50	43													
15			87	80	73	67	60	53	47	40												
16				81	75	69	63	56	50	44	38	31										
17					76	71	65	59	53	47	41	35	29	24								
18						72	67	61	56	50	44	39	33	28	22	17						
19							68	63	58	53	47	42	37	32	26	21	16	11				
20								65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5		
21									62	57	52	48	43	38	33	29	24	19	14	10	5	0

Tableau 89 : Les notes possibles, sur 100, pour le n°43 de *Smao*

La note qui est calculée correspond au rapport entre le nombre de réponses correctes et le nombre total de questions exprimé en pourcentage. Par exemple, l'élève que nous avons suivi dans la réalisation du n°43 a obtenu 43 % de réussite à cet exercice. Il a obtenu :

- 43a : Lisez et sélectionnez les données utiles et la question : 0/2 ;
- Choisissez les opérations : 0/2 ;
- Écrivez le calcul : 0/2 ;
- Calculez le résultat : 0/2 ;
- Conclure : 2/2 ;
- 43b : Choisir le calcul correct, l'effectuer et donner l'unité : 3/3 ;
- 43c : Mettre dans l'ordre le texte : 1/1.

Ce qui correspond à 6 bonnes réponses sur 14 questions et 8 erreurs. Il obtient pour cet exercice une note de 43 % qui est bien une valeur approchée de la fraction 6/14. Il aurait obtenu la même note s'il avait fait 12 erreurs et 9 bonnes réponses en répondant à 21 questions. Ce mode de notation privilégie les bonnes réponses par rapport aux erreurs par rapport aux évaluations classiques papier-crayon en mathématiques où les erreurs sont systématiquement sanctionnées. La deuxième, ou troisième, chance qui est offerte aux élèves pour se corriger est valorisée et peut permettre à un élève de véritablement se rattraper ; une possibilité qui n'existe pas dans l'évaluation de l'institution classique.

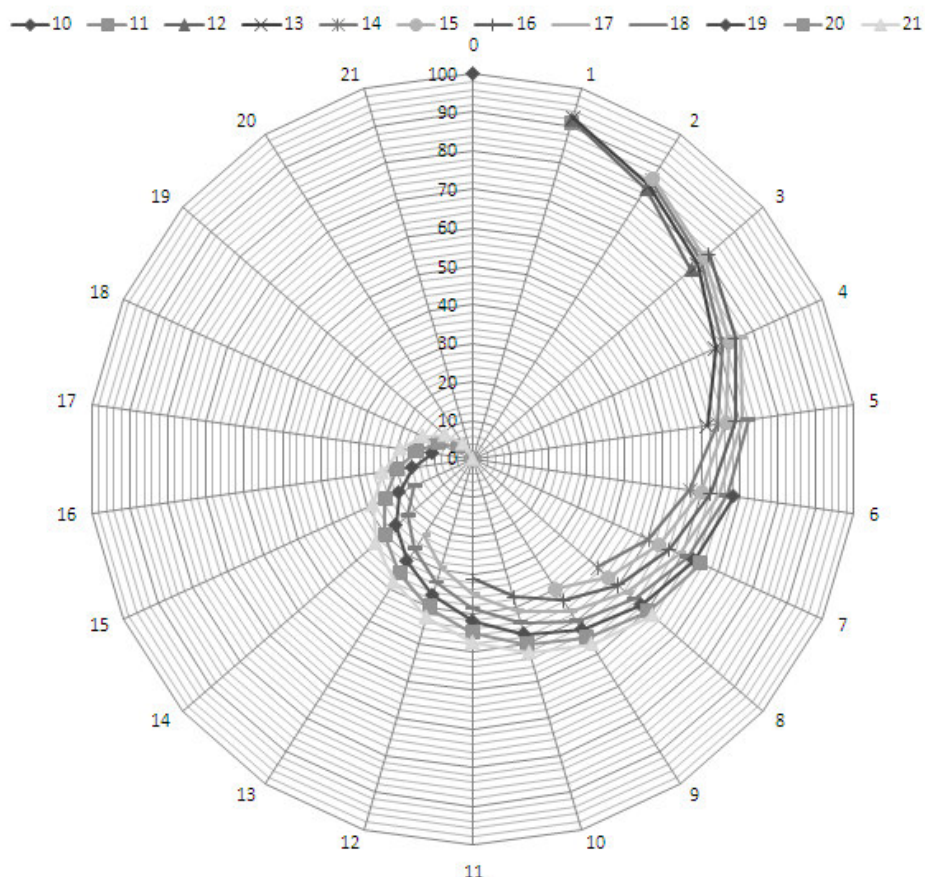


Figure 160 : La répartition des notes sur 100 du n°43 de *Smao* en fonction du nombre d'erreurs et du nombre de questions

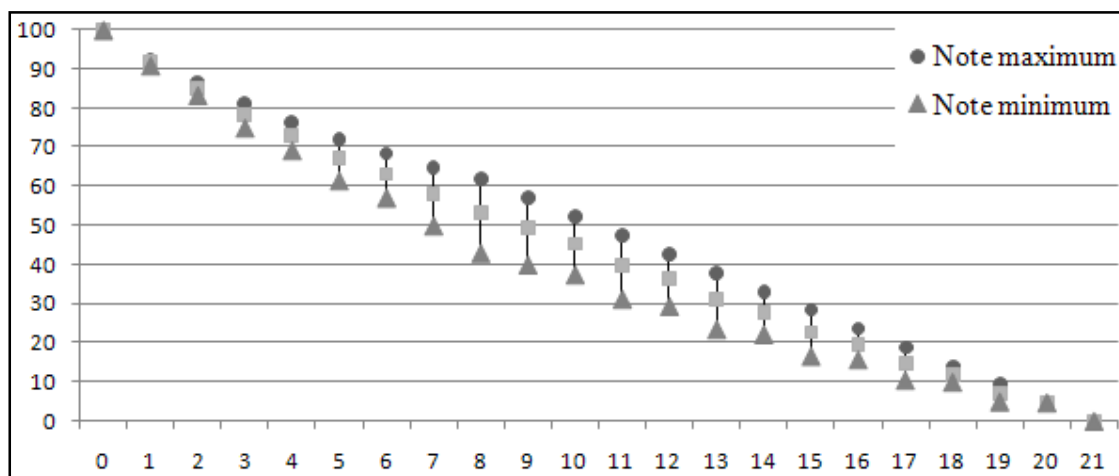


Figure 161 : Les écarts des notes possibles dans le n°43 de *Smao* selon le nombre d'erreurs

Ces remarques sur l'évaluation confirment ce que nous avons remarqué depuis près de vingt ans d'utilisation de *Smao* avec des élèves où plus l'élève fait des erreurs plus il a envie de poursuivre son travail pour obtenir la meilleure évaluation possible. Plus l'élève répond à des questions, plus il a de chances d'obtenir une note correcte et, ceci, malgré les erreurs

commises au départ de l'exercice. À la différence du LTF *Tdmaths*, il ne peut cependant pas réussir à obtenir une note de 100 % un exercice si une seule erreur est commise.

iv - Le chapitre *Niveau supérieur*

47a.	<p>Madame Lémate a 3 enfants de 15 ans, 11 ans et 8 ans. Elle part au marché avec son panier de 1,3 kg Elle en revient avec un poisson de 0,7 kg qu'elle a payé 6,40 €, deux kilogrammes de tomates à 1,30 € le kg, un lot de bouteilles de cidre de 0,75 cl pour 3,43 € le lot. Elle a donné un bon de réduction de 0,23 €. On sait que 1 litre de cidre pèse 1 kg. Le panier plein pèse 6,250 kg.</p> <p>Combien y a-t-il de bouteilles de cidre ?</p>
1er.	<p>– Pour répondre à la question, mettez en évidence les données utiles en cliquant dessus.</p>
2e.	<p>Donnez la suite des opérations à effectuer en ligne</p> <p>$6,250 - (1,3 + 0,7 + 2)$</p> <p>Masse du panier plein : 6,250 kg Masse du panier vide : 1,3 kg Masse du poisson : 0,7 kg Masse des tomates : 2 kg Masse d'une bouteille : 0,75 kg</p> <p>Cherchez la masse des bouteilles. Que faut-il faire ensuite ?</p>
3e.	<p>$(6,25 - (1,3 + 0,7 + 2)) / 0,75$</p> <p>Calculez (en suivant l'ordre des données dans le texte)</p> <p>= $(6,25 - 4) / 0,75$</p> <p>= $2,25 / 0,75$</p> <p>= 3</p> <p>Il y a donc trois bouteilles dans le panier de Mme Lémate.</p>
47b.	<p>Une course de VTT est organisée sur un parcours en colline de 27,6 km suivi d'une boucle en forêt de 1,6 km. Michel, qui a 12 ans, fait la course "moins de 16 ans". Il doit effectuer le tiers du parcours en colline, puis le double de la boucle.</p> <p>Quelle distance parcourt-il ?</p>
1er.	<p>– Pour résoudre le problème, cliquez sur la valeur recherchée.</p>
2e.	<p>– Cliquez sur les données utiles à la mise en équation.</p>
3e.	<p>– Donnez un ordre de grandeur du résultat</p> <p>12 km</p>
4e.	<p>– Organisez les calculs en ligne</p> <p>d = $(27,6/3) + (1,6 \times 2)$</p> <p>aide : Longueur du parcours : 27,6 km Longueur de la boucle : 1,6 km Il fait le tiers du parcours Il fait le double de la boucle</p>
5e.	<p>Calculez</p> <p>d = 9,2 + 3,2</p> <p>d = $27,6 / 3 + 1,6 \times 2$</p> <p>d = 12,4</p>

Tableau 90 : Les activités de l'exercice n°47 du chapitre *Niveau supérieur* de *Smao*

♦Activité 47a, 1^{ère} et 2^{ème}

L'exercice n° 47 du chapitre *Niveau supérieur* de la section *Problèmes* de *Smao*, est constitué de deux problèmes à résoudre. Les problèmes qui sont proposés sont tous du même type que ceux du tableau n°90. Le deuxième est toujours un problème de type connecté où la relation peut se faire facilement entre le connu et l'inconnu et qui induit un mode de résolution favorisant le calcul arithmétique. Le premier, par contre, propose chaque fois une complexité plus importante même si nous ne pouvons pas parler de problème déconnecté. Par exemple, le problème proposé dans le tableau n°90 peut se résoudre par une procédure liée au calcul arithmétique élémentaire :

- pour connaître le nombre de bouteilles de cidre, je dois savoir le poids du cidre dans le panier ;
- pour cela, je calcule le poids de ce qui est présent dans le panier, en dehors du cidre ;
- $0,7+2 = 2,7$ kg
- J'ajoute ensuite le poids du panier : $2,7 + 1,3 = 4$ kg
- Le calcule la différence entre le poids total du panier et le total des poids connus : $6,25-4 = 2,25$ kg
- il y a donc 2,25 kg de cidre
- Sachant qu'une bouteille de cidre pèse 0,75 kg, je dois diviser le poids total de cidre par le poids d'une bouteille de cidre pour avoir le nombre de bouteilles de cidre
- $2,25/0,75 = 3$
- il y a donc 3 bouteilles de cidre.

Mais certaines tâches qui sont proposées à l'élève ne lui permettent pas de mettre en place une procédure utilisant avant tout le calcul arithmétique. La première tâche est celle qui a été travaillée depuis le début de la section *Problèmes* de *Smao* et qui demande à l'élève de vérifier les données qui sont utiles à la résolution du problème. Nous trouvons là la première difficulté du problème comme nous l'avons constatée en analysant la séance de Camille et Arthur réalisant ce chapitre *Niveau supérieur*. Douze données numériques sont proposées et seules six sont nécessaires à la résolution du problème. Cette première question renferme une ambiguïté liée à l'utilisation de l'expression « données utiles » qui ne dit pas que ce sont uniquement les données numériques qui doivent être sélectionnées. Sur les trois erreurs qui sont répertoriées par le LTF, une seule en est vraiment une : 3,13€ ; les autres, « le lot de bouteilles de cidre » et le « panier » sont utiles à la résolution du problème, mais ne sont pas des données numériques. Rien n'est indiqué pour que l'élève comprenne la raison pour laquelle le LTF ne valide pas sa réponse. Cependant, cette ambiguïté n'est pas prise en compte dans l'évaluation du travail de l'élève car cette partie n'est pas évaluée, même si elle est corrigée, comme pour les parties *Découverte* et *Leçon* de chaque chapitre de *Smao*.

04:00,4	A: <i>Donc heu ...</i>	
04:02,2	C: <i>Donc ...</i>	
	Camille clique sur « un lot de bouteilles de cidre »	
04:03,5	vrai/faux	Ce n'est pas la réponse attendue
04:05,0	A: <i>Donc ça... elle part au marché avec son panier ..</i>	
	Camille clique sur « panier »	
04:14,4	vrai/faux	Ce n'est pas la réponse attendue
04:16,5	C: <i>combien y a-t-il de bouteilles de cidre ?</i>	
	A: <i>Ah, d'accord.</i>	
04:25,3	A: <i>de 0,75 cl ...</i>	
04:27,9	C: <i>le lot de bouteilles de cidre ... 0,75 ...</i>	
	Camille clique sur « 3,43 € »	
04:30,5	vrai/faux	Ce n'est pas la réponse attendue
	A: <i>ça doit être</i>	
04:32,5	correction	
04:36,5	correction de la première question : les six données nécessaires apparaissent en vert.	

Tableau 91 : L'activité 47a, 1^{er}, de l'exercice n°47 de *Smao* par Camille et Arthur⁸³

Camille et Arthur ont mis une minute pour lire le texte et n'ont pas réussi dans les 30 secondes suivantes à trouver les données numériques attendues pour résoudre le problème. Ils passent très peu de temps à regarder la correction, trois secondes, et passent vite à la suite.

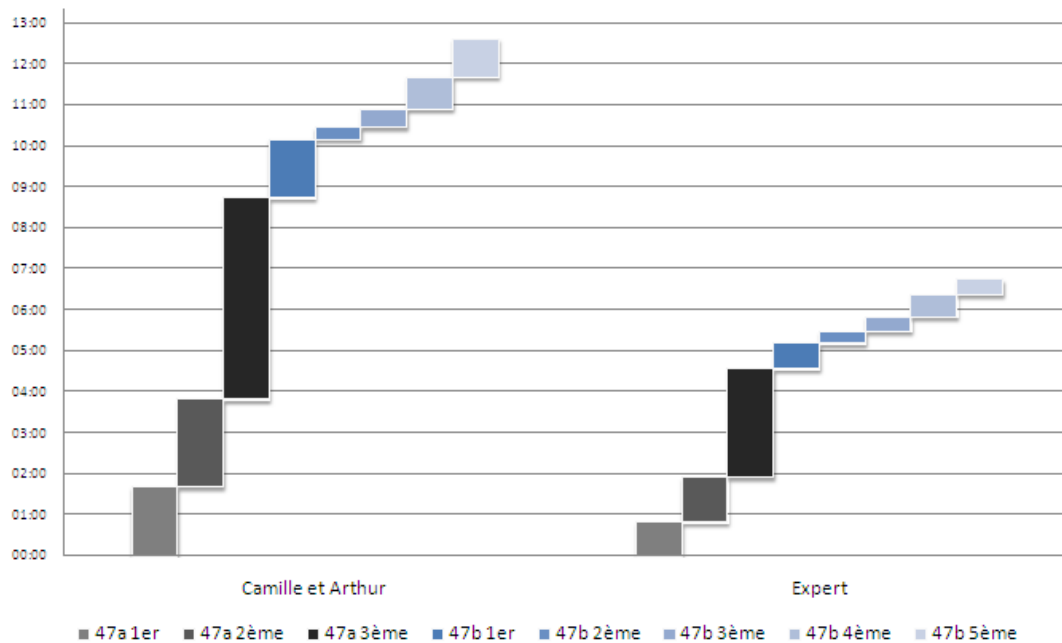


Tableau 92 : Comparaison du temps de réalisation, en min, du n°47 de *Smao*

La suite de l'activité nous montre les deux élèves qui traduisent le problème par une expression symbolique en ligne, incomplète mais correcte que le LTF ne valide pas sans préciser que ce qui écrit est juste.

⁸³ Voir le montage vidéo en annexe.

	Donnez la suite des opérations à effectuer en ligne		
04:38,0	47a. 2 ^{ème}	6,250-(1,3+0,7+2)	
	Cherchez la masse des bouteilles. Que faut-il faire ensuite ?		
04:43,5	Camille : Combien y a-t-il de bouteilles de cidre ? On sait que 1 litre de cidre fait un kg		
04:50,1	C: que son panier vide il fait 1,3 kg que son poisson il fait 0,7 kg		
04:58,5	C: Heu ..2. kg ... de tomates		
05:00,0	Arthur : oui, d'accord mais		
05:05,0	A : mais on sait ... ce n'est pas la peine de ... il nous dit que combien il y a de bouteilles de cidre... mais ce n'est pas la peine de savoir ...		
05:09,8	C: Si parce que ... on va savoir combien il y a de bouteilles de cidre par rapport au fois où il y a ...		
	A : Ah, si, si ...		
05:15,3	A : Le poids du panier plein (pendant que Camille écrit)		
05:24,0	début d'écriture par Camille : 6,25		
05:33,5	A: moins ... le ...		
05:37,6	C: son panier vide		
	A : le panier vide		
05:41,0	A: moins ... plus(en voyant ce que Camille écrit) ...	6,250 – (1,3 +	
05:43,9	C: 0,7	6,250 – (1,3 + 0,7	
05:51,0	C: plus deux kilogrammes pour les tomates	6,250 – (1,3 + 0,7 + 2	
05:54,7	A: plus 0,75 cl pour heu... le lot des bouteilles de cidre (Camille n'écrit pas ce que Arthur vient de lui dire)		
05:55,5	6,250-(1,3+0,7+2+		
06:06,1	C: non parce que on n'a pas besoin de ...		
06:09,3	A: Ah bon ? Mais si		
06:09,0	6,250-(1,3+0,7+2		
06:16,8	C: tu vois comme ça	6,250-(1,3+0,7+2)	
	A: Ah oui, et ensuite on fait moins ...		
	A : OK		erreur
06:20,1	vrai/faux	pas réponse attendue	0/1
06:22,7	L'aide suivante apparaît à l'écran : <div>Masse du panier plein : 6,250 kg Masse du panier vide : 1,3 kg Masse du poisson : 0,7 kg Masse des tomates : 2 kg Masse d'une bouteille : 0,75 kg</div>		
	6,250-(1,3+0,7+2)		
06:26,3	Camille clique sur OK sans avoir changé la formule		erreur
06:26,6	vrai/faux	pas réponse attendue	0/2
06:28,1	L'aide qui apparaît : « Chercher la masse des bouteilles. Que faut-il faire ensuite ? »		
06:28,1	A: masse du panier plein ...		
06:33,8	A: Chercher la masse des bouteilles.		
	C : La masse des bouteilles		
06 :40,0	A : Ah bon ???		
	6,250-(1,3+0,7+2)		
06:41,5	Camille clique sur OK sans avoir changé la formule		erreur
06:43,3	vrai/faux	pas réponse attendue	0/3
06:45,0	La correction apparaît avec le nouvel écran et la suite de l'activité n° 47a – 3 ^{ème} : (6,25-(1,3+0,7+2))/0,75		

Tableau 93 : L'activité 47a, 2^{ème}, de l'exercice n°47 de Smao par Camille et Arthur

Le premier constat que nous pouvons faire concernant cette partie de l'activité n° 47a, concerne le texte qui décrit la tâche à effectuer : « Donner la suite des opérations à effectuer en ligne ». Le résultat auquel les élèves doivent arriver est celui-ci :

$$(6,25-(1,3+0,7+2))/0,75$$

. C'est une expression symbolique typique des objets du Calcul II qui ne correspond pas exactement à la phrase de la consigne qui propose de « donner la suite d'opérations à effectuer » pour trouver la solution du problème. La tâche, qui consiste à effectuer une suite d'opérations, peut être comprise dans le cadre du Calcul I :

- Additionner les masses du panier vide, du poisson et des tomates ;
- Effectuer la soustraction entre la masse du panier plein et le résultat précédent ;
- Diviser le résultat de cette soustraction par la masse d'une bouteille.

L'ETC de *Smao* propose donc, dans cette activité, une démarche ambiguë : le texte de la tâche à effectuer se situe dans le paradigme du Calcul I alors que le résultat est complètement intégré au Calcul II. Cependant, la forme de la case à remplir ne permet pas d'envisager une autre forme de réponse qu'une expression symbolique.

Camille et Arthur passent 30 secondes à relire les données puis une minute pour écrire l'expression : $6,250-(1,3+0,7+2)$. Les trente dernières secondes consacrées à cette question ne sont pas valorisées car aucune correction n'est effectuée pas plus qu'un ajout. Ils sont persuadés que leur écriture est exacte. Ils ne comprennent pas pourquoi le LTF n'accepte pas leur réponse et que le logiciel ne peut leur dire la raison. Ils ont effectivement raison car leur calcul est correct mais ce n'est pas l'étape finale. Ils ne semblent pas avoir compris que c'était l'expression complète qui leur était demandée. Ils n'ont à aucun moment essayé de résoudre le problème avec leur papier et leur crayon ou, au moins, de le schématiser sur une feuille et sont capables d'écrire une expression en ligne parenthésée qui représente une partie de celle qui leur était demandée. Ils ont construit un objet du Calcul II comme le leur proposait l'ETC du LTF, même s'ils auraient eu besoin d'une étape supplémentaire pour finaliser l'expression symbolique.

La difficulté rencontrée par les élèves nous montre que ces élèves n'ont pas encore développé suffisamment le paradigme du Calcul II de leur ETC mais qu'ils sont bien en train de le construire. Ils ont réussi à traduire en ligne deux étapes de calcul, mais ils sont bloqués pour traduire la troisième étape. La traduction de deux étapes ne leur posera pas plus de difficulté

dans le n° 47b, 4^{ème}. Cette difficulté qui apparaît pour les élèves dans le passage de deux à trois étapes à traduire est peut-être caractéristique du changement de paradigme entre le Calcul I et le Calcul II. La relation avec le sens du calcul semble encore aisée alors que ce lien est beaucoup plus difficile à conserver avec trois opérations ou plus.

♦ Activité 47a, 3^{ème}

La suite de l'exercice n°47 est réussie sans difficulté par Camille et Arthur comme cela a été le cas pour le premier chapitre de la section *Problème de Smao, Une opération*, qu'ils ont finalement réussi à 100 % après trois essais. Nous constatons, malgré cette réussite et un FUT presque toujours inférieur à 2, quelques hésitations.

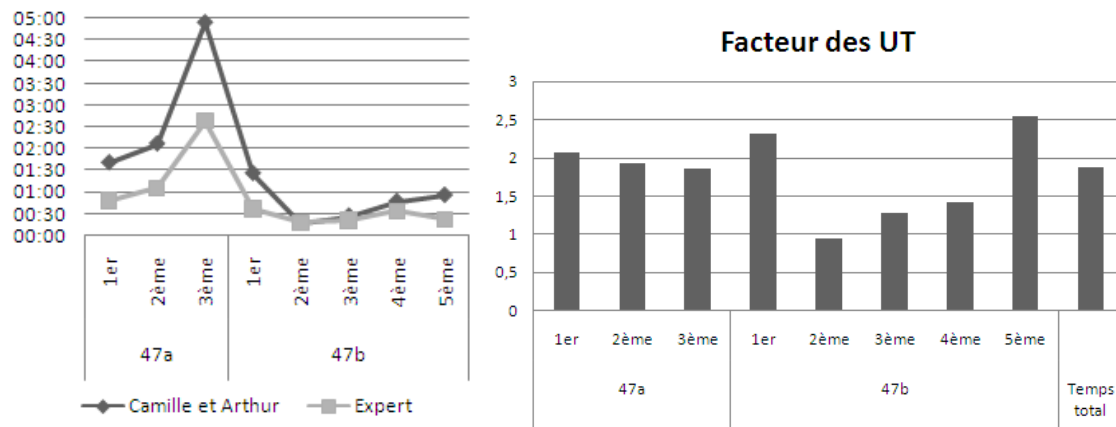


Figure 162 : Comparaison du temps de réalisation de l'exercice n°47 de *Smao* par l'expert et des élèves.

La fin de l'activité 47a devrait se passer exclusivement dans la partie liée au calcul numérique élémentaire de leur ETC car c'est une expression numérique qui doit être calculée en utilisant les règles, ou les références théoriques du calcul numérique élémentaire. Mais la phrase entre parenthèses « en suivant l'ordre des données dans le texte » les sort de la gestion exclusive de l'expression symbolique en rappelant le lien des données numériques avec le problème à résoudre, ce qui leur pose problème. Ceci est illustré par le moment où Camille commence à écrire « 1,3 » dans la deuxième case, puis par la phrase d'Arthur qui semble vouloir obéir aux consignes du LTF malgré ce que lui dit Camille.

Arthur : *Il faudrait commencer par le panier vide ; et on nous parle du panier plein quand elle revient chez elle.*

Camille : *mais là on a une opération et ... 6,25-4*

Arthur: *oui, mais il faut suivre l'ordre des données dans le texte ! Ah !*

47a. 3 ^{ème} :	$(6,25 - (1,3 + 0,7 + 2)) / 0,75$ <p>Calculez (en suivant l'ordre des données dans le texte)</p> $= (6,25 - 4) / 0,75$	$= 2,25 / 0,75$ $= 3$
06:49,0	C: calculez (en suivant l'ordre des données dans le texte)	
07:05,2	Camille lit les données dans sa tête mais Arthur se déconcentre.	
07:06,8	A: On a le panier vide	
07:11,4	C: on a 6,25 ...	
07:19,1	A: oui mais en suivant l'ordre des données dans le texte donc c'est le dernier truc il faut commencer par le premier truc en fait.	
07:46,3	Après avoir effacer le 6,25, Camille l'écrit à nouveau	
07:59,2	Camille écrit 1,3 puis l'efface	
08:03,3	A: non mais ...	
	C: attends	
08:15,4	A: il faudrait commencer par le panier vide	
08:18,5	A: et nous on parle du panier plein quand elle revient chez elle	
08:22,8	C : mais là on a une opération (elle montre l'expression numérique) et ... 6,25-4	
08:33,1	A: oui mais il faut suivre l'ordre des données dans le texte ! Ah !	
	« Réponse incomplète » (deux fois)	
08:37,6	car il faut remplir toutes les cases de l'ensemble du calcul.	
08:50,2	A: donc 6,25-4, ça fait... heu... ça fait deux ... (Camille se met à écrire sur sa feuille)	
09:05,5	Arthur écrit 2 dans la case	
09:09,6	il efface 2	
	A: ça fait 2 virgule ... 25	
09:19,5	C: ça fait 2,25 (après avoir effectuer son calcul sur son papier)	
	A: mais là on pourrait multiplier par 100 ... et on ferait 225 moins diviser par 75.	
09:29,3	Hein ?	
09:38,3	C : comment tu vois ça ?	
	A: on pourrait multiplier ça et ça par ...heu... 100 comme ça on aurait pas de virgule.	
09:42,5		
09:57,6	Camille fait sa division sur son papier	
10:01,1	A: mais il y a la calculatrice ! ah non	
10:07,2	C: fais le sur ton cahier, comme ça ...	
10:09,4	A: oui, d'accord	
10:13,6	A: quelle bonne idée !!!	
10:37,6	C: moi je trouve 3 (Arthur n'a toujours pas trouvé son cahier)	
10:41,2	C: moi je trouve 3	
	A: attends, attends (il commence son calcul sur son cahier)	
10:44,6	Camille écrit 3 dans la case	
10:54,9	A: moi je fais directement 225 divisé par 75.	
11:02,7	A: ... divisé par 75 (Camille attend qu'Arthur ait fini)	
11:19,4	A: 7 fois 3... 21 ...	
11:30,5	A: je trouve 3 moi aussi	
11:32,8	Juste	
11:34,8	A: voilà !	
11:38,8	C: Il y a donc trois bouteilles dans le panier de Mme Lémate	

Tableau 94 : Dialogue entre Camille et Arthur lors de la réalisation de l'activité 47a, 3^{ème}

Ensuite, le dialogue porte sur la façon dont les calculs peuvent être effectués ce qui peut faire partie du Calcul I comme du Calcul II. Le dialogue entre les deux élèves, lors de la réalisation de l'activité 47a, 3^{ème}, dans le chapitre *Niveau supérieur* de la section *Problèmes* de *Smao*, nous montre, encore une fois une ambiguïté dans la présentation des paradigmes de calcul à partir de l'ETC de ce LTF.

D'un côté, le LTF propose aux élèves de gérer l'expression numérique en ligne qu'ils ont presque réussie à construire à la question précédente, 47b, 2^{ème} ; l'ETC de *Smao* se situe à cet instant dans le Calcul II et entraîne les élèves à poursuivre la construction, dans leur ETC, de ce paradigme. D'un autre, le LTF les ramène à la réalité du problème avec une phrase qui n'a aucune raison d'être à cet instant : « en suivant l'ordre des données dans le texte ». Nous pouvons visualiser ce phénomène par une flèche qui s'ajoute au milieu d'une démarche de résolution numérique ou algébrique d'un problème.

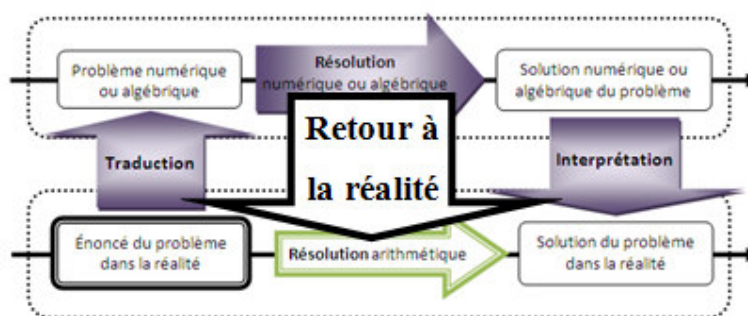


Figure 163 : Retour à la réalité pour la résolution numérique ou algébrique d'un problème

À partir de là, tous les dialogues portent sur la forme du calcul à effectuer. Mais, cette partie nous montre aussi des élèves qui se précipitent pour faire des calculs multiplication et division, sur leur cahier sans utiliser la calculatrice du LTF. Les algorithmes du calcul posé font partie des artefacts les plus visibles et les plus valorisés du Calcul I et l'absence de disponibilité de la calculatrice dans cet exercice de *Smao* montre un ETC du LTF pas particulièrement centré vers le Calcul II. Ce qui pousse les élèves à travailler dans le paradigme du calcul arithmétique élémentaire, malgré les utilisations répétées du Calcul II à partir de leur ETC.

♦ Activité 47b

La première question leur pose des difficultés car ils ont compris le terme « valeur » par « valeur numérique » ; ils cherchent donc à répondre à la question : « cliquer sur la valeur numérique cherchée », phrase qui n'a en réalité aucun sens puisqu'ils n'ont pas encore trouvé

cette valeur numérique. Ils finissent après deux minutes par cliquer sur le mot « distance » dont ils cherchent la valeur. Les tâches qui suivent sont du même type que celles de la partie précédente mais ils les réussissent sans aucune difficulté dans un temps tout à fait prévisible d'à peu près deux fois celui de l'expert. La difficulté de la première partie de ce n°47 ne vient donc pas des tâches proposées mais de leur interprétation. Même si une phase traduction apparaît dans cette partie 47b, l'écriture numérique « $(27,6/3) + (1,6 \times 2)$ » est totalement reliée à la réalité du problème. Camille ajoute des parenthèses qui ne sont pas nécessaires mais elle écrit cette expression numérique en ligne sans difficulté. Cette démarche porte, sans doute, la trace de la manipulation d'expressions symboliques et numériques caractéristiques d'une démarche intermédiaire entre le Calcul I et le Calcul II comme nous avons pu le préciser dans la partie théorique qui porte sur les travaux de Radford et l'importance des parenthèses dans l'expression : $n + (n+1)$. L'ETC de *Smao* propose aux élèves de travailler dans une démarche propre au Calcul II mais avec des objets qui peuvent être gérés à partir du Calcul I. Nous constatons dans le travail de Camille et d'Arthur, des élèves qui ne sont pas encore totalement dans la partie Calcul II de leur ETC car ils utilisent des techniques qui proviennent de la partie Calcul I de leur ETC. Ils utilisent les parenthèses pour renforcer l'indépendance de chacun des deux calculs sans se poser la question des priorités opératoires. Cette question n'a pas lieu d'être en Calcul I car elle est liée à la nécessité d'exprimer des règles pour connaître la façon dont il faut calculer des expressions numériques écrites. Elle ne se pose pas dans un mode de résolution centré sur l'obtention du résultat et non sur l'expression du calcul. Le Calcul II n'est pas absent de cet exercice, mais, encore une fois, l'ETC du LTF *Smao* a une démarche qui n'aide pas les élèves à rester dans ce paradigme. Il les entraîne souvent à revenir au paradigme du Calcul I de leur Espace du Travail Calculatoire personnel alors qu'ils étaient en pleine construction du paradigme du Calcul II.

v - Les Jeux de la section *Problèmes* de *Smao*

Comme presque tous les *Jeux* de *Smao*, ceux de la section *Problèmes* sont des QCM imagés, des RCM, Représentation à Choix Multiples, ou des Manipulations. Chaque problème du premier chapitre, intitulé *Une opération*, doit être réalisé dans un temps limité⁸⁴ à 40 secondes. La résolution de chacun des dix problèmes permet d'obtenir 50 points. Il est

⁸⁴ Deux autres jeux de *Smao* proposent aussi un temps limité, les numéros n°4 et n°24, dans les chapitres *Lettres et chiffres* et *Technique de la multiplication*.

possible de trouver la solution de la majorité de ces petits problèmes en analysant les valeurs numériques qui sont proposées dans les ballons qui s'envolent. La composante durée limitée permet à l'élève d'entraîner sa rapidité de résolution dans son Espace du Travail Calculatoire, ce qui n'est plus le cas dans les deux autres jeux de la section problème. La réalisation par les élèves de nombreux jeux dans *Smao* dans le cadre de l'expérimentation nous a montré des attitudes souvent guidées par le hasard comme dans le cas, par exemple, de Pierre-Loup avec le n°44, bien qu'il n'y ait qu'une seule réponse possible.

On achète une boîte de 200 taquets pour étagères à 0,24 € l'unité.

Quel prix paie-t-on pour la boîte ?

Score : 325

Notre ami le monstre ne se nourrit que de bonnes réponses.

Lisez bien le texte du problème et donnez la bonne réponse en à notre ami le monstre.

Il y a 50 hirondelles sur un fil. 10 partent, 9 reviennent puis 8 partent, 7 reviennent puis 6 partent et 5 reviennent, etc... jusqu'à ce que 2 partent et 1 revienne.

Combien y-a-t-il maintenant d'hirondelles sur le fil ?

Score : 3

Dans la famille Durand, il y a cinq frères.

Chaque frère a une soeur.

Combien y a-t-il d'enfants dans cette famille ?

Figure 164 : Les jeux de la section Problèmes de *Smao*, n°40, 44 et 48.

L'évaluation des jeux dans *Smao* n'est pas présente dans le bilan de l'élève et le score qu'il obtient a donc un rôle qui ne sort pas de sa relation avec le tutoriel. Le professeur n'a pas accès à son travail dans un jeu, sauf dans le cas où une demande particulière est exprimée. Dans les parties jeux de *Smao*, les erreurs de l'élève sont sans aucune conséquence. C'est d'ailleurs la seule explication que nous sommes capables d'envisager pour expliquer le décalage entre, d'une part, la volonté d'obtenir coûte que coûte un bon résultat aux exercices quitte à les recommencer plusieurs fois, même si le pourcentage de réussite ne sort pas de la salle d'informatique d'une part et, d'autre part, la façon dont la plus grande partie des élèves gère les jeux sans se préoccuper aucunement, cette fois, de l'évaluation.

Avant de faire le bilan de la section *Problèmes*, puis de l'ensemble de *Smao*, nous allons parcourir l'ensemble du tutoriel et analyser les quelques cas qui, comme une partie de la section *Problèmes*, permettent de découvrir une partie de l'ETC du LTF dédiée à d'autres paradigmes que celui du calcul arithmétique élémentaire que les élèves ont, avant tout, l'habitude d'utiliser pour résoudre leurs problèmes de mathématiques en début de collège.

c - Dans les autres chapitres de la partie *Travaux Numériques* de *Smao*

i - Remarques générales

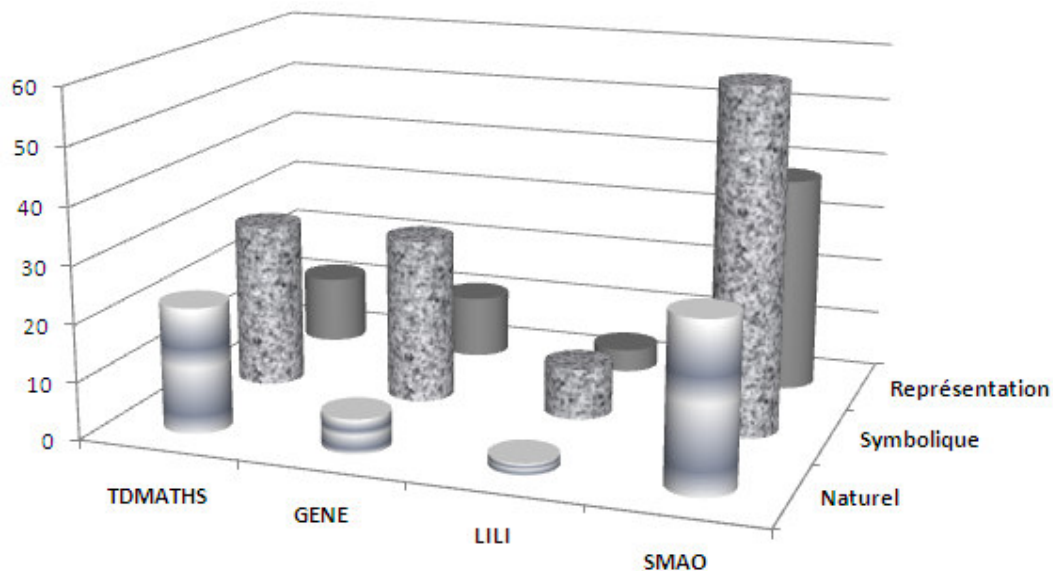


Figure 165 : Les formes du langage algébrique et numérique dans les LTF

Comme dans le cas des tâches liées à la résolution de problèmes, celles qui sont liées à l'apprentissage du langage algébrique et numérique sont beaucoup plus nombreuses dans *Smao* que dans les trois autres LTF. Les trois dernières sections du tutoriel *Smao*, *Fractions*,

Relatifs et Graphiques, concentrent la majorité des tâches liées à l'apprentissage de la partie du langage naturel et de représentation. Le langage symbolique est très présent dans les trois premières sections, *Addition et soustraction*, *Multiplication et division*, *Problèmes*, et nous avons pu le constater dans l'analyse des chapitres de cette dernière section.

Dans de nombreux chapitres, l'apprentissage est plus centré sur l'approfondissement des connaissances de l'enseignement primaire que sur la découverte et construction de nouvelles notions et concepts. L'ETC de *Smao* ne semble pas, dans ces chapitres, permettre de développer les autres paradigmes de l'ETC de l'élève que celui lié au Calcul I. Le travail spécifique sur la nécessité de l'écrit, qui est un des aspects les plus distinctifs entre le Calcul I et les paradigmes du calcul numérique élémentaire et du calcul algébrique élémentaire, n'est pas particulièrement présent dans les trois dernières sections.

Un des chapitres de la deuxième section, *Multiplication et division*, attire plus particulièrement notre attention en ce qui concerne l'apprentissage du langage numérique. Il est le dernier que nous analysons en détail avant de conclure sur les organisations mathématiques dans *Smao*. Il s'agit du chapitre *Expressions numériques*.

ii - Le chapitre Expressions numériques

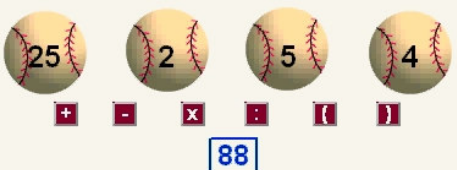
35a	Cliquez sur l'opération qu'il faut effectuer en premier :	$A = 99 - 45 : 9 + (16 - 4)$ $A = 99 - 45 : 9 + 12$ $A = 99 - 5 + 12$ $A = 94 + 12$ $A = 106$
35b	Placez les parenthèses dans le calcul pour que le résultat soit juste.	$62 - (8 \times 6) = 14$ $62 - 48 = 14$
35c	Cliquez les bonnes étapes du calcul :	$5 + 5 \times 3 =$ <div> $5 + (5 \times 3)$ 1 $(5 + 5) \times 3$ 2 $5 + 15$ 3 10×3 30 20 </div>
36	<p>Chaque balle ne peut servir qu'une seule fois. Pour trouver le nombre encadré, tu dois utiliser 3 ou 4 balles, n'importe quelle opération et des parenthèses si besoin.</p> 	<p>Disposez le calcul en ligne</p> $(25 + 2 - 5) \times 4$ <p>Effacer</p>

Tableau 95 : Chapitre *Expressions numériques* de *Smao*, Exercices et Jeux, n° 35 et 36

La découverte et la leçon de ce chapitre traitent des mêmes expressions qui se retrouvent dans les exercices. Ces deux parties permettent à l'élève de se sensibiliser à l'importance de la place des parenthèses dans un calcul. Les manipulations sont minimales et c'est surtout dans les parties exercices et jeux que des tâches autres que celle de lire un texte sont proposées aux élèves.

Il est intéressant de noter que, en dehors de la partie Jeux, aucune tâche ne concerne le calcul des expressions. L'élève est placé, dès le début de ce chapitre, dans une démarche d'apprentissage centrée sur l'écriture, puis la lecture, d'une expression numérique. Cela permet d'indiquer que ce n'est pas le Calcul I qui est proposé dans l'ETC du LTF, dans le cadre de ce chapitre, mais le Calcul II. Dans l'exercice 35a, l'élève doit cliquer à chaque étape sur l'opération à effectuer en premier ; dans le 35b, il doit choisir le premier calcul à effectuer pour que l'égalité soit vérifiée ; dans le 35c, il doit ordonner les étapes de calcul en respectant les priorités opératoires. Le Jeu est une variante du compte est bon mais il est cette fois nécessaire d'écrire en ligne la façon d'obtenir le résultat correct à la différence du jeu original où les opérations sont valorisées. La lecture et l'écriture sont bien au cœur de ce chapitre qui permet aux élèves de travailler sur le thème des priorités opératoires en étant, plus ou moins, libérés des tâches de calcul.

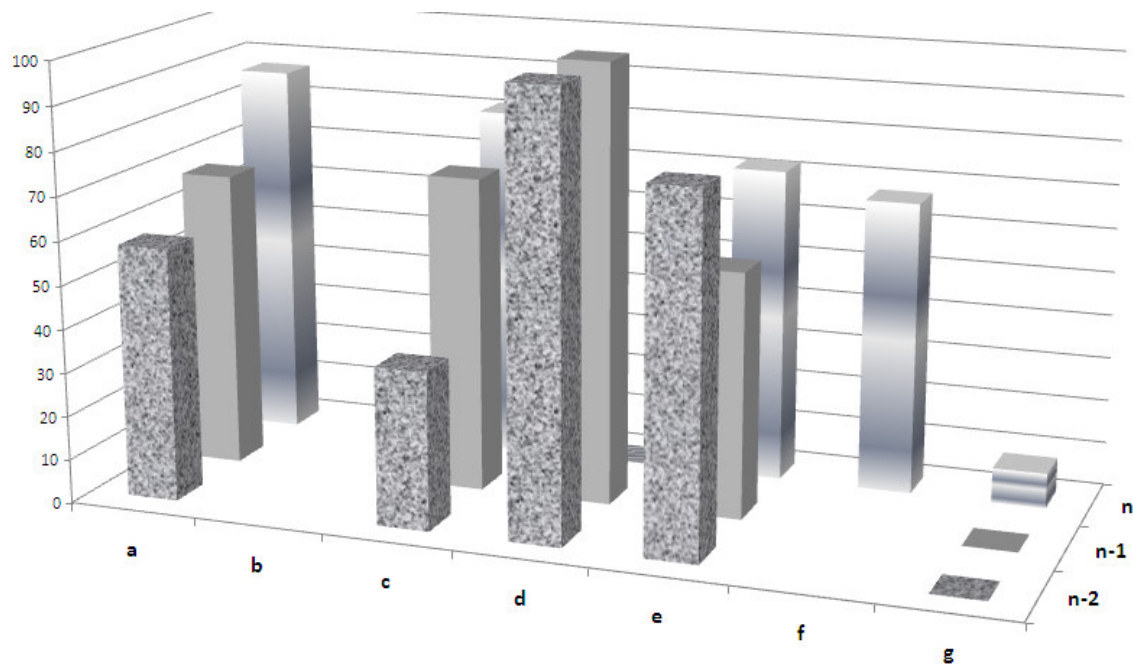


Figure 166 : Résultats des élèves dans le chapitre *Expressions numériques* de Smao⁸⁵

⁸⁵ n, n-1 et n-2 représentent les trois derniers résultats que les élèves ont obtenus à ce chapitre.

Dans tout ce chapitre, l'élève ne remplit pas une seule case ; toutes ses réponses proviennent de Représentations à Choix Multiple. Nous avons eu l'occasion de constater qu'il arrive souvent que, dans ce type d'activité, les élèves soient tentés de répondre au hasard pour avancer dans l'exercice. Nous avons pourtant remarqué, dans le cadre de l'expérimentation et des sept groupes et neuf élèves qui ont travaillé avec *Smao*, que ce chapitre, *Expressions numériques*, est celui qui a été le plus testé avec celui qui porte sur les techniques opératoires pour l'addition et la soustraction.

Les captures vidéos ne montrent pas d'attitude d'élève répondant au hasard. En moyenne, chaque équipe a testé 18 chapitres dont 11 chapitres distincts ; ce qui nous permet de dire que les groupes d'élèves ont testé, en moyenne, chaque chapitre 1,5 fois, à peu près. Nous constatons que ce chapitre a été testé par 5 équipes sur 7, trois fois, c'est-à-dire deux fois plus que les autres chapitres et, de plus, en faisant progresser leurs résultats, pour la majorité d'entre elles. Ces résultats ne sont d'ailleurs pas très bons avec une moyenne de 68 % quand l'ensemble des résultats des élèves se situe aux alentours de 75%%.

L'analyse du détail des activités de ce chapitre, nous montre que dans dix actions sur les 13 que l'élève doit réaliser, la tâche consiste à cliquer sur la bonne opération entre deux, trois ou quatre opérations dans une écriture numérique. Les techniques utilisables sont réduites : ordre des opérations et priorité des opérations qui se situent entre des parenthèses. Les trois derniers exercices consistent à mettre dans l'ordre la série d'écritures qui permet de calculer correctement l'expression numérique qui est proposée. Le choix réduit des techniques que l'élève peut utiliser pour résoudre les activités de cet exercice peut nous faire penser que deux cas se présentent : l'élève connaît ces techniques et l'exercice ne lui pose pas de difficulté, ou bien, il ne connaît pas les règles de priorités opératoires et, dans ce cas, il passe vite à un autre exercice. L'analyse des évaluations des élèves montre qu'au contraire de ce que pouvait nous faire penser le peu de complexité des activités et des actions des élèves nécessaires pour réaliser ce n° 35 de *Smao*, les élèves sont perturbés par l'exercice. Ils n'hésitent cependant pas à le refaire plusieurs fois pour le réussir à un niveau satisfaisant. Ces difficultés nous font penser que l'élève est, à ce moment-là, en face la nécessité de construire une nouvelle partie de son ETC en relation avec l'écriture des expressions numériques et symboliques du Calcul II, notamment au niveau des priorités opératoires et de l'usage des parenthèses.

d - L’ETC de Smao

Dans la description des chapitres de *Smao*, et donc, de l’ETC de ce LTF, nous étions tenté de considérer que près de 40 % du temps de l’expertise pouvait être liés au développement du paradigme du Calcul II.

<i>Parties</i>	<i>Chapitres</i>	<i>N°</i>	<i>% du tps</i>
Addition et soustraction	Lettres et chiffres	1	
	Graduation, comparaison des décimaux	2	
	Tables, calcul mental	3	
	Technique	4	
Multiplication et division	Tables de multiplication, calcul mental	5	
	Technique de la multiplication	6	
	Tables de division, caractères de divisibilité	7	
	Technique de la division	8	
	Expressions numériques	9	
Problèmes	1 opération	10	20,6%
	2 opérations	11	
	Niveau supérieur	12	
Fractions	Fraction d’une figure	13	7,5 %
	Fraction d’un nombre	14	
	Fractions égales	15	
	Pourcentages	16	
	Echelles	17	
Relatifs	Approche	18	10,6 %
	Graduation, comparaison	19	
	Repérage dans le plan	20	
Graphiques	Histogramme, diagramme en bâtons	21	
	Diagramme circulaire	22	
	Graphique, proportionnalité	23	

Tableau 96 : Chapitres de *Smao* liés au Calcul II

Certaines activités des parties Fractions et Relatifs sont liées au Calcul II comme celles qui portent sur l’égalité des fractions mais la grande majorité se placent dans une démarche avant tout d’application de techniques déjà rencontrées dans les classes de l’enseignement primaire. Les chapitres de ces deux parties concernent assez peu la partie Calcul II de l’ETC de *Smao*. À la différence du LTF *Les Maths, C’est facile*, le calcul algébrique élémentaire n’apparaît pas dans toute la partie sixième du LTF, comme les programmes officiels du ministère le suggèrent. La seule fois, dans la partie numérique, où des lettres sont utilisées pour représenter des nombres apparaît dans la leçon du chapitre 16 sur les pourcentages.

Prendre $y\%$ d'un nombre n , c'est calculer $\frac{y}{100} \times n$

Figure 167: Une des seules expressions symboliques dans *Smao*

Les exercices de ce chapitre n'utilisent ensuite jamais cette expression. Les quatre chapitres que nous avons analysés plus en détail semblent bien avoir été conçus pour permettre aux élèves de développer des démarches spécifiques du Calcul II. Nous avons détaillé la présentation de démarches spécifiques au paradigme du Calcul II pour résoudre un problème. La place du travail sur des expressions numériques et symboliques en ligne est aussi non négligeable. Mais la rédaction de certaines activités ne nous permet pas de confirmer notre sentiment de départ et cette importance du Calcul II dans ce LTF. La réalisation par les élèves de ces chapitres nous a permis de constater que le Calcul II est bien présent dans l'ETC de *Smao* mais qu'il ne permet pas toujours aux élèves de construire leur apprentissage dans ce paradigme. Dans de nombreux cas, ils sont ramenés dans le cadre du calcul arithmétique élémentaire.

Ces remarques ne doivent pas être comprises indépendamment des autres LTF et de leurs ETC dont nous pouvons maintenant proposer une nouvelle série de caractéristiques.

V.3.6 - Troisième série de caractéristiques des ETC des LTF

Ce troisième paragraphe du chapitre 6 que nous achevons nous a permis de visiter la façon dont les quatre Logiciels Tuteurs Fermés de notre étude proposent aux élèves d'apprendre des mathématiques. Pour cela, chacun possède un Espace du Travail Calculatoire avec ses propres caractéristiques concernant les trois paradigmes de calcul qui composent tout ETC : le calcul arithmétique élémentaire ou Calcul I, le calcul numérique élémentaire ou Calcul II et le calcul algébrique élémentaire ou Calcul III. Dans le but de comparer et de différencier les LTF, nous nous sommes concentré sur la place du Calcul II dans leurs ETC. En effet, au début du collège, en classe de sixième, une des visées de l'enseignement des mathématiques, comme le rappellent les programmes officiels de 2004 comme ceux de 2008, est de « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) » (B.O. 2004, p. 7 et B.O. 2008, p.13). L'accès à l'algèbre est un des buts du collège et passe, selon notre modèle, par la construction par chaque élève d'une partie de son ETC liée au calcul numérique élémentaire ou Calcul II. L'élève doit avoir accès à la construction et à la consolidation de ce paradigme via des institutions dont l'ETC propose un apprentissage spécifiquement lié au Calcul II.

- ❖ La première remarque que nous pouvons faire en ce qui concerne la place du Calcul II dans les ETC des LTF de notre étude concerne les différences entre les quatre produits. Il n'y a, à ce niveau-là, aucun point commun entre les quatre logiciels. Le

Calcul II est présent dans les quatre LTF mais à des degrés et selon des modalités très différentes.

- ❖ Parmi les objets des ETC des LTF, les lettres ne sont utilisées que dans *Les maths*, *C'est facile* et, pratiquement, jamais dans les trois autres. L'usage des lettres ne signifie pas que ce LTF a la partie de son ETC consacrée au Calcul III particulièrement développée car de nombreuses activités sont plus à considérer comme provenant d'une extension du Calcul I que comme permettant un apprentissage symbolique ou numérique véritable. Il en effet difficile d'envisager un apprentissage lié au Calcul II ou Calcul III indépendamment de l'écrit comme le propose ce LTF.
- ❖ Les activités liées à l'apprentissage de la gestion d'expressions numériques et symboliques ne sont pas négligeables dans *Smao* et dans *Les maths*, *C'est facile*. Seul *Smao* possède un ETC où l'apprentissage par l'écrit est une nécessité même si la rédaction de certaines de ses activités empêche l'élève de rester dans le cadre du Calcul II. Le travail sur les expressions numériques est présent dans *LiliMath* mais de façon presque négligeable et il est totalement absent dans *Tdmaths*.
- ❖ Le travail de traduction d'un problème du langage naturel au langage symbolique passe par le passage de la gestion d'objets du Calcul I à la gestion d'objets du Calcul II. Cette démarche n'est vraiment présente que dans le LTF *Smao*.
- ❖ Parmi les objets du Calcul II, les nombres relatifs sont présents dans les LTF mais souvent d'une façon qui peut être intégrée par l'élève à la partie Calcul I de son ETC.
- ❖ Les différentes possibilités d'écrire des fractions, quelques fois non décimales, sont aussi proposées par les LTF.
- ❖ Même si de nombreux objets propres au Calcul II sont présents dans les ETC des quatre LTF, les usages qui sont scénarisés dans les activités ne nous permettent pas de prédire avec certitude que les élèves vont pouvoir développer la partie liée au Calcul II de leur ETC. Une des raisons de cette prudence est l'absence de présentation d'artefacts liés au Calcul II dans les ETC des LTF. Seul *LiliMath* propose un tel artefact dans le tiers de ses chapitres, ceux qui concernent la résolution de petits problèmes. Mais l'expérimentation ne nous a jamais permis de constater l'utilisation

de cet artefact par les élèves. La raison tient, entre autres, au type de problème qui est proposé dans ce LTF et qui reste totalement ancré dans le paradigme du Calcul I.

- ❖ La partie théorique des ETC des LTF est, elle aussi, surtout consacrée au paradigme du Calcul I malgré quelques activités qui peuvent permettre aux élèves de commencer à enrichir la partie théorique liée au Calcul II de leur ETC personnel. Les différentes écritures des fractions en sont un exemple qui se retrouve dans les quatre LTF. Les méthodes de résolution d'équations du premier degré sont un autre exemple que nous avons rencontré dans *Tdmaths* et *Les maths, C'est facile*.

V.4 - Conclusion

Les trois séries de caractéristiques que nous avons construites dans ce chapitre nous permettent d'avoir une vision maintenant plus précise de la façon dont les organisations mathématiques sont proposées dans les LTF de notre étude. Tout au long de ce chapitre, nous avons eu l'occasion de confirmer que la majorité des activités qui sont proposées, dans les quatre LTF, permet surtout de « consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire » et est à classer dans les visées de type V_1 (Ibid.).

LiliMath est le LTF le moins complet des quatre logiciels de notre étude qui permet avant tout le développement de compétences rencontrées dans les classes du primaire. Il propose un environnement de résolution de problèmes assez complet avec un artefact particulier qui peut prendre en charge les calculs. Cet outil n'a pas été utilisé par les élèves, mais son usage mériterait d'être scénarisé. Ce LTF est aussi très développé en ce qui concerne les calculs simples et il peut permettre à des élèves de s'entraîner sur ce thème en révisant toutes leurs tables et leurs méthodes de calcul mental. La partie sixième de *LiliMath* est surtout centrée sur ces deux thèmes. Certains exercices qui sont proposés sont intéressants mais leur présence trop ponctuelle ne permet pas d'imaginer que les élèves vont, grâce à eux, développer de façon satisfaisante quelques aspects de leurs ETC personnels liés au Calcul II.

Les maths, C'est facile est un peu plus complet que *LiliMath*, mais il est le seul LTF dont le nombre de questions sous forme de QCM est majoritaire. Ce qui entraîne une importance moindre de l'utilisation et de l'apprentissage de l'écrit. Ce rapport à l'écrit est pourtant un des aspects les plus importants qui puissent permettre aux élèves d'entrer dans les mathématiques de l'enseignement secondaire avec, en ligne de mire, la découverte de l'algèbre. Ce LTF est pourtant le seul qui propose une partie consacrée à l'algèbre. Cette partie aurait pu être

orientée plus explicitement vers le calcul numérique élémentaire et en tirer un bénéfice plus important car l'algèbre n'est souvent présent dans cette partie qu'à travers l'usage des lettres.

Tdmaths est un LTF dont toutes les activités sont basées sur un même modèle qui propose un découpage extrême des exercices en activités unitaires. Chaque tâche peut en général être réalisée en utilisant une unique technique. Nous avons pu remarquer que cette méthode enferme les élèves dans un apprentissage décontextualisé et centré la plupart du temps sur une unique technique. L'élève est capable d'apprendre une technique et ne cherche ensuite qu'à appliquer cette technique sans prendre le recul nécessaire pour réfléchir à l'ensemble des techniques qu'il devrait être capable d'utiliser à partir de son ETC personnel. C'est le seul LTF qui propose un cours disponible à tout moment mais dont la rédaction comporte de nombreuses imprécisions didactiques.

Smao est le LTF le plus complet et qui propose les formes d'activités les plus diverses. L'importance de l'apprentissage de la résolution de problèmes et le nombre d'activités liées au langage nous ont permis de considérer que ce LTF est celui qui est le plus dirigé vers les visées de type V_2 . Une des six parties de ce logiciel est effectivement consacrée à la façon dont il faut lire un problème, analyser les données utiles ou, encore, choisir les opérations nécessaires à la résolution du problème. L'analyse en détail de la réalisation de ces activités et des instructions données aux élèves nous a permis de constater que, dans de nombreux cas, au lieu de pousser les élèves vers la construction du paradigme du Calcul II, la rédaction des instructions avait tendance à les ramener vers le Calcul I et des démarches avant tout arithmétiques.

Nous pouvons finalement conclure que la presque totalité des quatre LTF est centrée sur les visées de type V_1 qui permettent de « consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire » même si certaines activités semblent avoir été conçues avec des visées de type V_2 pour « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) » (B.O. 2004, p. 7 et B.O. 2008, p.13). Le développement du paradigme du Calcul II dans l'ETC de l'élève est donc rarement possible avec les LTF de notre étude. Tantôt, trop peu d'activités liées à ce paradigme sont présentes dans l'ETC du LTF, comme c'est le cas pour *Tdmaths* et *LiliMath*. Tantôt, ces activités veulent trop vite concerner le Calcul III, comme avec *Les maths*, *C'est facile*, ou encore, parce que la rédaction des tâches à accomplir entraîne l'élève à revenir dans le cadre du Calcul I comme avec *Smao*. Dans chacun des cas, nous avons constaté que la prise en

compte d'un apprentissage véritablement tourné vers le Calcul II n'est pas simple à mettre en place et qu'une volonté explicite ne suffit pas à sa réussite. Chaque mot doit être pris en compte dans la rédaction d'une activité, ce qui ne semble pas avoir été le cas dans la grande majorité des activités que nous avons rencontrée dans les quatre LTF.

Ce chapitre nous a permis de découvrir les mathématiques qu'un élève peut espérer travailler quand il utilise un des quatre LTF de notre étude. Les différences entre ces quatre logiciels sont importantes et nous ne sommes pas loin de pouvoir proposer une description de chacun d'eux en termes d'institution que ce soit au niveau de la réalité sociale, de la stabilité, de la vérité en nature ou de la vérité en raison en ce qui concerne la spécificité des logiciels. Une des conditions d'existence d'une institution, et que nous n'avons pas encore abordée, concerne la légitimité. Nous allons, à travers la parole des élèves, reçue en fin d'expérimentation, découvrir s'il est possible d'envisager une autorité légitimante qui justifie l'usage des LTF en tant qu'institution. Cet aspect est le dernier des quatre points qui vont nous permettre de décrire si nos quatre LTF peuvent être utilisés, de façon autonome, comme institution d'apprentissage et d'enseignement pour des élèves de début de collège.

Chapitre VI - Les LTF : institutions légitimes ?

VI.1 - Introduction

Rappelons que Mary Douglas entend

institution au sens de groupement social légitimé. L'institution en question peut être une famille, un jeu ou une cérémonie ; l'autorité légitimante peut venir d'une personne ou bien se fonder sur un consensus ou sur un principe fondateur. Ce qu'on exclut ici sous le nom d'institution, ce sont des arrangements pratiques purement utilitaires ou provisoires et reconnus comme tels. (Douglas, 2004, p. 81)

La détermination de l'autorité légitimante est une nécessité pour que la description d'un LTF en tant qu'institution soit complète. La légitimité est la caractéristique de l'institution que nous considérons comme une des plus subjectives et, par ailleurs, la plus difficile à mettre à jour ; nous allons avoir l'occasion de le constater. Nous allons commencer ce chapitre par analyser ce que disent les élèves lors des entretiens ou dans leurs réponses aux petits questionnaires pour y déceler si la légitimation de l'usage des LTF est perceptible. Nous reviendrons ensuite sur les analyses des LTF et sur leurs caractéristiques qui peuvent aider ou bloquer ce processus de légitimation.

VI.2 - La légitimité dans les paroles des élèves

La prise de décision de l'usage d'un LTF par un élève est conditionnée à l'autorité légitimante, c'est-à-dire que l'élève comme tout sujet d'une institution a besoin qu'une autorité légitime sa position, de sujet de cette institution. Comme le dit Mary Douglas, cette autorité légitimante « peut venir d'une personne ou bien se fonder sur un consensus ou sur un principe fondateur » (Ibid.). Dans le cas d'un LTF pour un élève de sixième, la personne peut, a priori, être le professeur, un éducateur, un parent ou l'élève lui-même. Les notions de consensus et de principe fondateur peuvent se référer à l'usage comme cela peut être le cas avec le LTF en ligne *Mathenpoche*⁸⁶ lorsque la majorité des élèves de collège d'une académie utilise ce logiciel d'entraînement. Le nombre d'utilisateurs de ce logiciel permet de créer un consensus autour de son utilisation qui concerne autant les élèves, les professeurs que l'institution de référence. La généralisation d'usage peut ainsi créer le consensus. Ces notions,

⁸⁶ www.mathenpoche.com

le consensus et le principe fondateur, peuvent aussi être reliées à la vérité en nature du logiciel mais aussi à sa vérité en raison. La nécessité d'apprendre les mathématiques fait partie des principes fondateurs qui permettent de légitimer les institutions classiques d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. De façon générale, pour savoir d'où pourrait venir l'autorité légitimante, nous avons interrogé les élèves à la fin de l'expérimentation dans le cadre d'entretiens compréhensifs dont nous avons décrit la méthodologie dans le chapitre III. Les entretiens portent sur les façons dont les élèves ont intégré l'usage des LTF dans leurs habitudes d'apprentissage des mathématiques. Nous avons essayé de découvrir et de comprendre comment les élèves ont utilisé ces logiciels. Notre but est de poser le problème de la légitimité en allant chercher dans les propos des élèves des réponses possibles ou envisageables à ce type de questionnement.

Ce concept de légitimité de l'usage d'un logiciel est à rapprocher de la condition d'acceptabilité que Tricot⁸⁷ considère comme une des conditions nécessaire pour le bon usage d'un EIAH. Tricot lui associe la question suivante :

est-ce que le dispositif est compatible avec les pratiques, les ressources, les contraintes, les objectifs des apprenants et de l'institution de formation ?
(Tricot, 2004, p. 3)

La notion d'acceptabilité prend donc en compte la compatibilité de l'EIAH avec certains traits de l'apprenant et de l'institution à laquelle il est assujéti. Le concept d'acceptabilité nécessite de connaître l'institution dans laquelle l'EIAH va être utilisé par les apprenants. Celui de légitimité permet de fonder l'existence même d'une institution. Il peut, par exemple, être possible de ne pas pouvoir légitimer l'usage d'un LTF en tant qu'institution mais que, dans le cadre d'une autre institution, l'acceptabilité par les sujets de cette institution soit suffisante pour que l'usage du LTF soit une réalité. La gratuité du LTF *LiliMath* a, semble-t-il, participé à faire accepter son usage par de nombreux professeurs dans leur classe à la fin des années 90.

Cette notion de légitimité doit nous permettre de cerner les raisons qu'un élève va trouver pour accepter, ou non, de rentrer dans l'apprentissage que propose un LTF. Nous allons essayer d'identifier dans le discours des élèves, lors des entretiens qui ont clos notre expérimentation, sous quelles formes les questions de légitimité s'y expriment. Nous avons aussi utilisé quelques réflexions que les élèves nous ont écrites en fin d'expérimentation lorsque nous leur avons demandé de rédiger les réponses aux questions ouvertes suivantes :

⁸⁷ Voir chapitre III, paragraphe 6.1.

- Aujourd’hui, comment utilisez-vous l’informatique ? A la maison ? A l’école ? En mathématiques ?
- Demain, comment utiliserez-vous l’informatique ? A la maison ? A l’école ? En mathématiques ?

VI.2.1 - Analyse quantitative

Comme nous l’avons déjà précisé dans le chapitre III, Méthodologie, la première partie de l’analyse des entretiens, provient d’un bilan quantitatif où nous avons répertorié les références auxquelles l’élève fait appel pour légitimer, ou au moins décrire, l’usage du LTF lors de l’expérimentation. Nous rappelons, dans le tableau suivant, les trois domaines qui nous ont permis de classer les propos des élèves lors de ces entretiens.

	<i>Sens du complément</i>	<i>Codage</i>
Personnes ou institution	Le professeur de la classe légitime l’usage du LTF	prof
	L’institution classe légitime l’usage du LTF	classe
	L’institution « faire des maths » légitime l’usage du LTF	mathématiques
	L’institution scolaire légitime l’usage du LTF	école
	L’institution famille légitime l’usage du LTF	parents
	Une autre institution légitime l’usage du LTF	autre
	Remise en cause de la légitimité	non légitimé
Vérité en nature	L’utilisation de l’ordinateur est importante et positive	ordinateur
	L’utilisation de l’ordinateur n’apporte rien de plus par rapport à la classe	non ordi
	L’évaluation est importante	évaluation
	L’évaluation est négative ou pas fiable	non évaluation
	La vision de l’apprentissage est positive	apprentissage
	La vision de l’apprentissage est négative	non apprentissage
Vérité en raison	L’élève considère qu’il fait des maths avec le LTF	maths
	L’élève considère qu’il ne fait pas vraiment des maths avec le LTF	non maths
	Le LTF permet de faire réfléchir	réflexion
	Absence de réflexion dans l’usage du LTF	non réflexion
	L’élève considère qu’il répond au hasard dans son travail avec le LTF	hasard

Tableau 97 : Codage des entretiens

Codage	Thème de l'intervention	Codage	Thème de l'intervention
prof	Légitimation	évaluation	Evaluation
classe		non évaluation	
mathématiques		apprentissage	Apprentissage
école		non apprentissage	
parents		maths	Maths
autre		non maths	
non légitimé		réflexion	Réflexion
ordinateur	Ordinateur	non réflexion	
non ordi			

Tableau 98 : Thèmes des interventions des élèves

Sur les 864 interventions des élèves, 486 ont été classées dans une des catégories précédentes. Il est important de souligner que près de 300 de ces interventions comportent moins de 4 mots. L'interprétation peut alors être problématique. En classant les interventions des élèves selon les grands thèmes du classement, nous sommes arrivés à la répartition suivante.

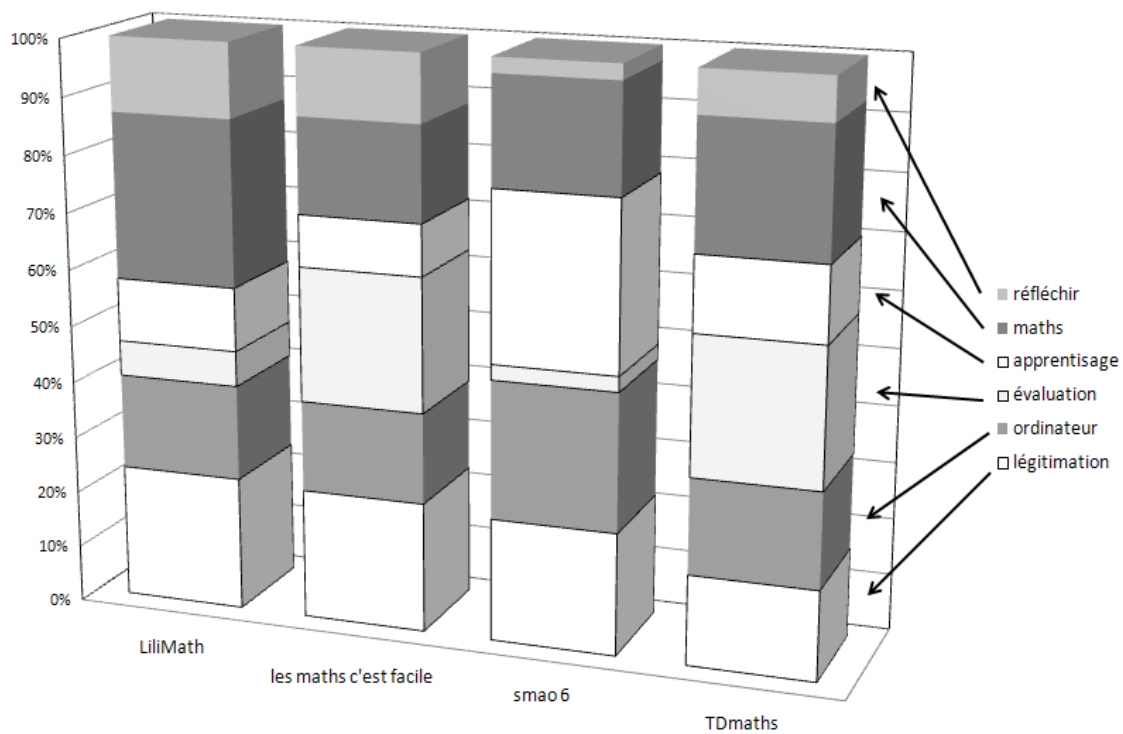


Figure 168 : Répartition des interventions des élèves par thèmes et par LTF

La répartition des thèmes est relativement équilibrée pour *Tdmaths* et *Les Maths, C'est facile*, ce qui n'est pas le cas pour les deux autres LTF. Pour *Smao*, les thèmes de l'évaluation et de la réflexion sont très peu abordés et le thème de l'apprentissage est nettement majoritaire. Le thème des mathématiques est majoritaire pour *LiliMath*.

Dans le cas de la légitimité, les références aux contextes hors scolaires (maison...) sont très peu présentes, sinon de façons négatives, comme dans le cas de cet élève qui nous précise : « « En fait, j'ai des logiciels chez moi et je ne les utilise jamais » (ligne 633⁸⁸). Il semble que l'usage de logiciels d'entraînement à la maison soit très loin d'être entré dans les habitudes des élèves et que les parents n'interviennent pas pour promouvoir cet usage.

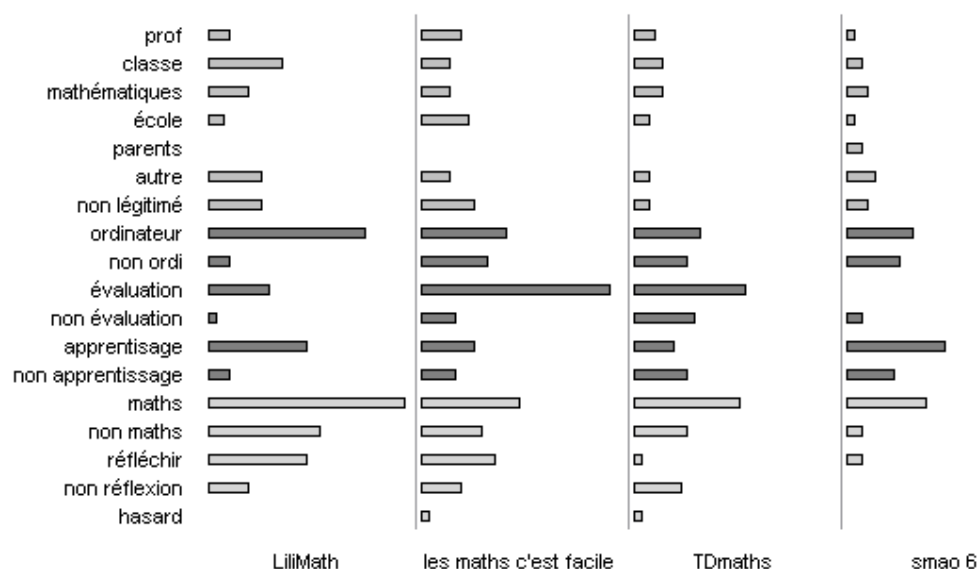


Figure 169 : Répartition des interventions des élèves pendant les entretiens par LTF

Un autre thème qui est pratiquement absent des propos des élèves est la place du hasard dans l'usage des LTF. Nous ne pouvons bien entendu pas en tirer des conclusions de l'absence de réponses au hasard dans la façon dont l'élève utilise le LTF. Nous retenons simplement que cette pratique ne semble pas pouvoir être considérée comme centrale dans l'usage des LTF de notre étude par les élèves.

Cette description quantitative n'est présente que pour orienter notre analyse des propos des élèves. Elle nous conduit à nous interroger notamment sur les raisons d'être d'interventions majoritairement négatives pour les deux thèmes sur la réflexion et l'apprentissage dans le cas du LTF *Tdmaths*. La description qualitative qui va suivre va être l'occasion de poursuivre la construction de notre modèle d'analyse des LTF à travers les questions que les propos des élèves soulèvent au regard du thème de la légitimité.

⁸⁸ La retranscription des entretiens est disponible en annexe. Les interventions de l'expérimentateur et des élèves sont numérotées de 1 à 1478.

VI.2.2 - Analyse qualitative

Nous avons choisi de conserver une répartition par LTF pour faciliter la lecture des entretiens d'autant plus que les questionnements qui sont construits grâce aux propos d'un élève qui utilise un LTF donné peuvent être facilement transposés aux autres logiciels. Notre but est la construction d'une démarche qui puisse nous permettre d'appréhender cette quatrième condition d'existence d'une institution qu'est la légitimité.

a - Les Maths, C'est facile

Six élèves ayant utilisé *Les Maths, C'est facile* ont participé à deux entretiens. Tous les thèmes ont été abordés avec une mention particulière pour l'évaluation qui ressort assez nettement comme nous allons le constater dans les deux entretiens.

Dans le premier groupe (ligne 1 à 156), Charlotte est l'élève qui a obtenu le meilleur résultat aux tests de début de sixième avec 76 bonnes réponses sur 78. Un des aspects que nous retenons de ses propos est la notion d'enjeu.

Dans l'utilisation du LTF, Charlotte nous dit « qu'il n'y avait pas d'enjeu » (l. 24) à la différence d'un logiciel qu'elle utilisait l'année précédente et qui « était un énorme jeu de l'oie ; on devait gagner une charrette et plein de bidules alors on s'appliquait et tout » (l. 26 26). C'est la seule élève qui a utilisé en fin d'année les autres logiciels. Un des seuls aspects de comparaison est encore cette même notion : « il n'y a toujours aucun enjeu » (l. 148). L'enjeu pour cette élève n'est pas la note comme elle nous le précise : « Je ne me préoccupe pas des notes ; je bosse chez moi ; après, j'ai une bonne note c'est tant mieux, sinon tant pis je m'en f... ma mère, je me fais démonter, mais bon ». Nous retrouvons cette notion d'enjeu dans la description de l'usage personnel de l'informatique que cette élève nous a faite, par écrit, en fin d'expérimentation. Elle nous y décrit des environnements virtuels où elle a la possibilité de « gagner des points, de l'argent » (Fig. 171).

Je vais aussi sur internet:
- sur neopets j'ai ma créature,
lililamone, j'en ai adapté une,
Cassie-Crystal, et j'en ai une
avec maillys, teamminislare. Je
les nourrit régulièrement pour qu'elles
ne meurt pas, je les fait jouer, et je
gagne des récompenses, de l'argent, en
jouant à des jeux. Je préfère le
berger de l'enfer, bulle de fée, et
masse-mus. Je vais aussi faire les
boutiques pour leurs acheter des
lots de petit trucs...

Figure 170 : Description de l'usage de l'informatique par Charlotte

Un peu plus loin, elle précise qu'en mathématiques, elle voudrait gagner des objets ou des points qui lui donneraient le droit d'aller « faire ce qu'on veut ». Cette élève considère qu'elle s'est « tellement embêtée devant les logiciels » (le 68), que « c'était des maths, mais c'était embêtant » (le 140), en étant tout de même « moins embêtant que la normale » (le 142).

Nous avons choisi de reproduire les propos de cette élève car ils permettent d'imaginer le décalage entre la légitimité du point de vue de l'élève ou de l'institution scolaire. Cette élève est brillante et elle peut donc se permettre, sans risque, une remise en cause de la façon dont l'institution scolaire lui permet de travailler. On peut penser que de travailler avec un LTF sur un ordinateur devrait se rapprocher de la façon dont elle utilise l'informatique hors école : construire des mondes virtuels et y naviguer en toute liberté. Au contraire, ce qui est demandé par le LTF reste très scolaire et, pendant toute l'expérimentation, Charlotte a eu du mal à s'investir et obtenir des résultats en rapport avec son niveau. La légitimité chez cette élève semble se situer dans la possibilité de concevoir un espace virtuel de liberté comme un environnement informatique peut en proposer. C'est en ces termes qu'il nous semble possible de comprendre la notion d'enjeu que cette élève soulève à plusieurs reprises. L'évaluation ou l'apprentissage des mathématiques ne sont pas, pour elle, des éléments à relier à la légitimité d'un LTF en tant qu'institution.

A la différence de Charlotte, Laura considère que la note est « essentielle » (l. 59) et que c'est pour cela qu'elle préfère les exercices faciles : « je les passe vite et ça augmente plus vite la note » (l. 57). Nous retrouvons chez Amel, la troisième élève de cet entretien, cette importance associée à la note. Elle questionne d'ailleurs les règles de l'évaluation dans *Les Maths, C'est facile* :

Quand, par exemple on avait une mauvaise question ça descendait tout de suite ... mais si on faisait quatre ou cinq questions ça ne montait pas, il en fallait six ou sept pour que la note remonte. Quand même on a fait des efforts ... il faut qu'elle remonte la note. (l. 34-36)

Pour cette élève, l'évaluation semble être un critère important pour légitimer l'usage d'un tutoriel. L'injustice qu'elle perçoit quand elle constate que sa note ne progresse pas malgré ses efforts semble aller jusqu'à remettre en cause l'utilisation de ce LTF.

Alors que le premier entretien nous présente trois élèves qui expriment leurs opinions successivement, avec peu d'interférences entre les discours, le deuxième entretien nous montre trois élèves pratiquement en concurrence, notamment sur le thème de l'évaluation.

<i>Félix</i>	oui, et puis après qu'on fait des exercices ; pour les maniaques c'est les notes...
<i>Expérimentateur</i>	c'est qui les maniaques ?
<i>Aïmen</i>	Thibault, non, non, c'est surtout Félix ; c'est Félix le pire.
<i>Thibault</i>	oui ça c'est clair
<i>Aïmen</i>	c'est surtout Félix le maniaque des notes
<i>Expérimentateur</i>	et vous ?
<i>Aïmen</i>	non, non
<i>Thibault</i>	oui, il s'en fiche, la preuve il a tout le temps zéro.
<i>Aïmen</i>	hein ? non, ça ne se fait pas !

Tableau 99 : Dialogue sur les notes (l. 192-198)

Cet entretien est, parmi les neuf que nous avons conduits, celui où ce thème est de très loin le plus présent. Alors que dans tous les entretiens, l'évaluation représente moins de 10 % des interventions, dans celui-ci, 28 % des interventions concernent ce thème. La concurrence qui ressort du dialogue fait apparaître un aspect négatif associé à la note.

Nous ne retenons dans ce dialogue que l'impact de cette idée de notation sur les relations entre les élèves. Que la note soit déclarée importante ou non, que l'élève se vante d'avoir réussi à obtenir un zéro comme le fait un des élèves dans la suite du dialogue, qu'un autre mette en avant sa très bonne moyenne, tous ces propos nous montrent l'impact de l'évaluation dans la réunion des élèves autour d'un même environnement d'apprentissage. Même si ni le professeur de la classe, ni le collègue, ni les parents n'ont connaissance des notes des élèves, ceux-ci attachent beaucoup d'importance à l'évaluation dans le cadre du LTF : parce que les notes « nous renseignent sur notre travail » (l. 237), pour savoir si « c'est faux ou pas » (l. 239), ou pour se situer par rapport aux autres comme le dialogue précédent peut le faire penser. Même si les élèves n'ont pas vraiment précisé les raisons de cette importance, Thibault nous les laisse entrevoir quand il rappelle que : « Les professeurs, ils nous ont stressés avec les notes. Ils disent que c'est très important, et voilà, maintenant, c'est très important dans notre tête » (l. 339).

Deux des élèves de ce deuxième entretien, nous ont précisé par écrit, en fin d'expérimentation, les réticences qu'ils avaient à utiliser l'informatique en mathématique. Aïmen nous dit : « je n'ai pas envie car je préfère encore réfléchir avec ma tête », et Thibault considère « que cela n'apporte pas plus que si on le fait sur papier ». Laura, dans le premier entretien, avait réussi à trouver la place de l'usage du LTF dans le cadre de ses pratiques : « en cours de maths, c'est plutôt du par cœur, il faut réciter dans les contrôles ; et donc là, on les applique plutôt » (l. 131). Nous ne souhaitons pas juger de la pertinence de ces observations des élèves mais, plutôt, les prendre en compte en ce qui concerne

l'individualisation de l'intégration du LTF dans les habitudes des élèves. Chaque élève ne profite pas, ou n'a pas envie de profiter, d'un LTF de la même façon que ses camarades. Mais celui qui va considérer que l'usage d'un logiciel comme *Les Maths, C'est facile* ne lui apporte rien de plus que le papier et le crayon, est aussi capable de montrer sa fierté d'avoir obtenu une bonne note : « moi, en note générale j'ai 17/20 sur génération cinq, cinquième, cinquième ! » (l. 206). L'aspect individuel de la légitimation nous semble une donnée importante à prendre en compte qui en complexifie d'autant l'analyse.

Ces deux premiers entretiens d'élèves ayant utilisé le logiciel *Les Maths, C'est facile* nous permettent de retenir la notion d'enjeu qui peut aider à légitimer ou non l'usage d'un LTF par un élève. Dans le cas où l'élève associerait une importance suffisante à l'évaluation, cet enjeu participe à la légitimation. Sinon, un autre enjeu doit être trouvé. Des solutions peuvent être trouvées dans la construction d'environnements virtuels comme nous le laisse entendre Stéphane Natkin dans ses travaux sur les Jeux Sérieux ou Serious Games (Natkin, 2009). Dans tous les cas, l'élève désire que l'usage du logiciel lui rapporte.

Les Maths, C'est facile est le LTF qui propose l'environnement d'évaluation du travail des élèves le moins évolué et le moins détaillé des quatre logiciels de notre étude et c'est celui qui a provoqué le plus d'intervention des élèves sur ce thème. Même si les élèves n'ont été que très peu capables de décrire les manques de l'évaluation dans ce LTF, la quantité de leurs interventions sur ce thème est un indicateur de leur besoin de décrire cet aspect.

b - Smao

A l'opposé de *Les Maths, C'est facile*, le LTF *Smao* est celui qui a provoqué le moins d'intervention des élèves sur le thème de l'évaluation avec seulement 3% des interventions. Les cinq élèves qui ont participé aux entretiens n°3 et n°4, utilisateurs de *Smao6*, n'ont pas soulevé le cas de l'évaluation sauf pour souligner la difficulté qu'ils avaient à comprendre le résultat final par rapport à ce qui a été réalisé (ligne 489). Les trois quarts du tutoriel *Smao* ne sont pas évalués par une note finale car seule la partie exercice conserve un pourcentage de réussite. Les trois autres parties de chaque chapitre, la découverte, la leçon et les jeux, sont évaluées à chaque question sans que le bilan soit conservé. Les élèves ne se situent donc pas dans un environnement où toutes leurs actions aboutissent à une évaluation chiffrée conservée par le tutoriel, à la différence des trois autres.

L'entretien n°3 concerne Camille et Arthur dont nous avons analysé la partie Problèmes de *Smao* dans le chapitre précédent. Camille est une élève qui n'utilise l'ordinateur qu'à l'école alors qu'Arthur l'utilise quotidiennement chez lui. Ils ont travaillé tous les deux pendant toute l'expérimentation et une certaine hiérarchie s'est établie entre ces deux élèves. Dans la capture vidéo de la résolution des problèmes du chapitre 12, Camille prend souvent la direction des opérations : elle décide de ce qu'il faut écrire, demande à Arthur de vérifier les calculs sur une feuille, corrige les erreurs de son partenaire. Pendant l'entretien, Arthur se sent obligé de préciser : « et moi, je corrige ses étourderies » ; quand l'expérimentateur demande aux deux élèves : « et, lequel corrigeait plus l'autre ? », Camille précise : « moi je ne peux pas le dire » (l. 409). Le rire qui suit montre que chacun est bien conscient du rôle qu'il a eu dans le groupe même si aucun ne veut l'explicitier clairement. Nous avons retenu ces passages pour indiquer la façon dont un LTF, ici *Smao*, a pu être utilisé par les élèves, inconsciemment bien entendu, pour organiser, au fur et à mesure des séances, leur groupe de travail en définissant, par défaut, le rôle de chacun. Les bonnes réponses que Camille a obtenues en prenant la direction de l'usage du LTF ont poussé Arthur à la suivre sans trop d'hésitation. Ce que nous voulons soulever à propos de cette collaboration entre les deux élèves, est l'impact d'un LTF dans la gestion de la réalité sociale, entendue dans le sens de la relation qu'un tel logiciel permet de construire entre deux élèves, indépendamment de toute autre intervention.

Les propos concernant l'apprentissage sont très présents dans *Smao* avec 30 % des interventions alors qu'il y en a moins de 10 % sur ce thème pour les trois autres LTF. Les deux élèves considèrent que le LTF explique bien « grâce des phrases courtes et claires ; on comprend tout de suite » (l. 377). Mais ils soulèvent aussi l'absence de possibilité de dialogue avec le LTF : « les explications en plus car quand, c'est sur un logiciel comme ça, on ne peut pas poser de questions (...) Tandis que quand c'est quelqu'un qui nous explique, on peut poser des questions lorsqu'il y a quelque chose qu'on n'a pas compris » (l. 42 422). Ce manque se retrouve dans la réalisation du chapitre *Problèmes, niveau supérieur*, lorsque les deux élèves arrivent à construire la plus grande partie de l'expression numérique qui leur est demandée et que *Smao* leur valide négativement, trois fois de suite, sans aucune explication. Les élèves nous rappellent que le dialogue entre l'apprenant et l'enseignant est un aspect important, sinon central, dans l'apprentissage et que son absence peut remettre en cause la légitimité de l'usage d'un LTF.

Une des élèves du deuxième entretien portant sur *Smao* soulève un aspect qui nous a beaucoup occupé dans l'analyse des LTF, celui du temps d'apprentissage. Mathilde nous dit

que « pendant une heure de cours, on fait une leçon alors que là, on en fait deux ». Ce à quoi Jules lui répond : « mais là, on ne peut pas les écrire pour les garder, pour les apprendre chez nous. Là, il faut les apprendre tout de suite (...) On en fait plus ici, mais c'est moins efficace » (l. 509-513). À plusieurs reprises, Jules a précisé l'importance d'un cours de qualité ce qui n'est pas le cas selon lui dans *Smao*. Mathilde ne semble pas accorder une telle importance au cours et elle se satisfait du fait que le LTF lui permette de réaliser plus d'exercices que durant un cours ordinaire. Encore une fois, nous constatons que deux élèves ne vont pas attacher la même importance aux mêmes caractéristiques du LTF. Pour l'un, la légitimité du LTF est renforcée grâce à une meilleure gestion du temps d'activité, alors que pour l'autre, cette légitimité est remise en cause car le LTF ne permet pas une gestion satisfaisante des cours. Tous ces aspects sont sans aucun doute importants pour analyser la légitimité d'usage d'un LTF, mais chaque élève les pondère différemment.

c - LiliMath

Dans les entretiens, certains élèves déclarent que l'utilisation de l'ordinateur leur rappelle les jeux informatiques où, soulignent-ils, il y a des images. S'amuser ou utiliser un LTF comme un jeu résulte de l'expérience sociale de l'élève. Dans le premier entretien, Charlotte va un peu plus loin quand elle nous dit « je m'amuse » (l. 63), et que cela signifie qu'elle « ne se préoccupe pas des notes » (l. 65). Dans l'entretien n°5 d'élèves ayant utilisé le LTF *LiliMath*, Arthur nous décrit sa vision de l'utilisation du LTF et un autre sens d'amusant apparaît :

Au départ j'ai cru que c'était quelque chose pour nous embêter. Mais en fait, quand on fait des maths (avec le LTF), j'ai l'impression que c'est pour comprendre les maths mais en s'amusant ... pas en s'amusant en faisant les sauvages mais... En s'amusant ... Je sais pas... Il n'y a personne qui nous gronde ! (l. 589)

Et Laurène de renchérir : « ben je sais pas, c'est pas très drôle de se faire gronder » (l. 611). Comme dans tous les entretiens, sauf un seul, ces élèves ont utilisé le terme « amusant » pour décrire leur activité avec le LTF. Mais cette fois, le sens que l'élève associe à ce terme est lié à la liberté de faire des erreurs, sans prendre le risque de « se faire gronder ». Arthur est un élève d'un très bon niveau, d'après les tests de début de sixième, qui nous dit, par écrit, détester les mathématiques sur ordinateur, mais qui a été très actif pendant toute l'expérimentation. Il a utilisé le LTF *LiliMath* de façon très autonome en essayant des exercices de géométrie et d'algèbre de niveau cinquième qui ne faisaient pas partie du cadre de l'expérimentation. Arthur, dans ce propos, donne l'impression de légitimer l'usage du LTF

par la liberté d'aller faire les exercices qu'il veut, par la liberté de se tromper, par la liberté de n'avoir de compte à rendre qu'à lui-même. Il a par exemple essayé trois fois un exercice d'algèbre de cinquième sur le calcul littéral en obtenant un score de 2 % de réussite.

Ce rapport à la liberté s'exprime aussi dans l'entretien n°6 avec d'autres élèves qui ont utilisé *LiliMath*. Hassine et Clément essayent de décrire les spécificités de la recherche d'exercices avec le logiciel. Le jugement du professeur dans la classe est encore présent dans les propos de Clément : « ... Quand on est en cours de mathématiques on est noté un peu alors que là on n'est pas vraiment... C'est pas obligatoire, on est sur notre ordinateur, on n'est pas... » (l. 738). Et Hassine d'ajouter : « on va dire, on est libre » (l. 739). Cette élève essaie de définir cette impression qu'elle a quand elle travaille avec le LTF en insistant sur la diversité des exercices qu'elle peut choisir de tenter : « mais en fait, on peut essayer tout, on peut tout essayer, on peut essayer ça, comme on peut essayer ça, comme on peut essayer ça, il y a différent calcul (...) c'est qu'en classe il y a un exercice, faut le faire (...) alors qu'en maths, (en classe), on commence sur des divisions et on fait toute une série de divisions » (l. 743-755). Et Clément renchérit : « Par exemple, (avec *LiliMath*), quand j'avais fini le calcul mental ou d'autres choses, on pouvait quitter et aller dans la géométrie et faire des longueurs » (l. 751).

Après l'absence de jugement de l'autre ou de l'institution, c'est l'accès à la diversité qui est mis en avant par ces deux élèves. Ils peuvent choisir, seuls et selon leurs envies, les thèmes sur lesquels vont porter les exercices qu'ils décident de réaliser. Nous découvrons là un nouvel aspect qui peut permettre de légitimer l'usage d'un LTF par des élèves.

Dans le troisième entretien d'élèves ayant utilisés *LiliMath*, Thomas et Carole ont du mal à associer le travail en mathématiques et l'utilisation de l'ordinateur, et ceci, malgré la reconnaissance de la réflexion qui leur a été nécessaire pour résoudre les problèmes : « pour moi, l'ordinateur on l'utilise pour jouer, pour faire des recherches mais pas pour faire des mathématiques (...) c'est pas un ordinateur, c'est pas quelque chose pour faire des mathématiques je trouve » (l. 918-921). Ils associent avant tout l'ordinateur « aux jeux et à la recherche sur internet » (l. 929). En termes d'institution, nous interprétons ces difficultés d'associer mathématiques et ordinateur par le besoin de ces élèves de ne pas avoir à remettre en cause le fonctionnement de la classe qui est l'institution de référence pour l'apprentissage de cette discipline. Aucune institution ne semble disponible pour légitimer la place de l'ordinateur dans les habitudes de travail de ces élèves. La légitimation du LTF comme institution peut alors poser problème.

d - Tdmaths

De nombreux thèmes que nous venons d'aborder se retrouvent dans les entretiens des élèves ayant utilisé le LTF *Tdmaths*, que ce soit, par exemple, l'évaluation ou le fait de s'amuser. La différence provient du nombre de remarques négatives. Alors que pour les trois autres LTF, le rapport entre les réflexions positives et le total des réflexions des élèves se situe entre 71 et 73%, celui de *Tdmaths* est de 56%.

Dans l'entretien n°8, les élèves décrivent la façon dont ils se sont adaptés aux caractéristiques du LTF pour réussir les exercices :

La technique, tu comprends pas la technique ; car la technique c'est tu mets une réponse fausse, et après tu regardes la réponse qu'il te donne pour voir le corrigé, et tu fais la même chose après. (l. 998)

Les exercices de *Tdmaths* sont en effet toujours exactement du même type dans une même série, à l'intérieur d'un chapitre. À chaque exercice où la réponse n'est pas correcte, une correction est proposée. François nous décrit la façon qu'il a eu de prendre l'habitude de travailler la correction pour la reproduire quand il recommence l'exercice. Puisque la méthode d'évaluation de ce LTF est basée sur les derniers exercices qui sont réalisés, cette technique peut ne pas avoir d'impact sur la note finale. La seule difficulté de cette technique est, comme le précise Léa, que « c'est pas les mêmes nombres » (l. 999). Mais nous avons pu constater que les nombres sont toujours du même type et que les changements de valeurs n'entraînent pas des changements de techniques. Nous pouvons comprendre les propos de cet élève en considérant donc que le LTF lui donnait les réponses. Il ne peut, dans ce cas, que difficilement envisager de légitimer, comme il le fait avec les devoirs en classe, les notes obtenues avec le LTF. D'autant que, comme les élèves vont le dire lors de cet entretien, les exercices sont beaucoup plus faciles que ce qu'ils font avec leur professeure habituelle : « avec ma professeure, c'est beaucoup plus dur » (l. 1048). C'est le seul LTF où les élèves soulèvent avec autant de clarté une réelle différence sur la complexité des exercices entre le LTF et la classe ordinaire.

En ce qui concerne l'évaluation, les élèves soulèvent l'intérêt avec le LTF, à la différence de la classe, de pouvoir recommencer autant de fois qu'ils veulent un exercice, jusqu'à obtenir une bonne note : « c'est que-là, c'est un peu plus facile d'avoir une bonne note, parce qu'on peut toujours l'avoir, alors que en classe, non... » (l. 1438). Mais, dans le même temps, ils ne comprennent pas toujours la façon dont leur travail est évalué, ce qui semble les déranger : « ben des fois, on fait trois essais, on a 10... Et je trouve que c'est bizarre la notation » (l. 1443). Et Julien conclut en fin d'entretien que la notation de *Tdmaths* ne permet pas vraiment de connaître

son niveau « parce que tout le monde était capable de le faire » (l. 1476). Là encore, la légitimité est remise en cause car il est délicat, pour un élève, de donner une importance à une note dont il ne comprend pas l'origine ou que tout le monde est capable d'obtenir.

Camille est une élève d'un très bon niveau qui a montré une grande exigence dans la réalisation des exercices. Elle n'hésitait pas à en recommencer de nombreuses fois pour obtenir une note proche de 100%. Ces propos sur l'utilisation de *Tdmaths* soulèvent le problème de l'absence du professeur : « quand on est en cours, on nous explique, là, il n'y avait pas » (l. 1331). Mais, dans le même temps, elle admet que les corrections des exercices lui permettaient de faire évoluer sa compréhension : « au départ c'était faux mais au bout d'un moment... au fur et à mesure on comprenait (...) avec les erreurs, quand ils expliquaient à la fin » (l. 1337). Toutes ces réactions ne nous permettent pas de trancher avec certitude sur la légitimation de l'utilisation du LTF *Tdmaths* par Camille ou par les autres élèves. Leurs attitudes nous confirment simplement la nécessaire prudence pour aborder ce concept, comme condition d'existence d'une institution.

VI.2.3 - Bilan

La sanction de la note, le gain d'un bon point, les félicitations de « monsieur Patate », un petit bonhomme qui apparaît dans le LTF *Les Maths, C'est facile* pour féliciter ou réprimander l'élève selon ses résultats (l. 328), ces références aux sanctions et récompenses sont présentes dans tous les entretiens. Nous pourrions être vite tenté à les utiliser comme outils de validation pour légitimer l'usage de LTF. En effet, nous avons rencontré de nombreux élèves qui ont dépensé une grande énergie dans le seul but que leur évaluation atteigne un niveau correct, même si ce résultat ne dépassait pas le cadre de la salle d'informatique. Mais, comme nous le rappelle Mary Douglas :

il nous faut rejeter les explications psychologiques qui dépassent le cadre axiomatique dans lequel le problème est posé. Nous pouvons donc exclure d'emblée toute référence à des processus encourageants le sacrifice de soi en tant qu'il satisfait le besoin d'estime de soi ou le plaisir de faire plaisir à d'autres. De telles satisfactions psychologiques ne fonctionnent pas de façon assez fiable pour servir d'argument de poids. (Douglas, 2004, p. 63)

Comme dans cet extrait, nous ne pouvons nous satisfaire des « satisfactions psychologiques » que les élèves ressentent dès l'obtention d'évaluation positive. Une justification exclusivement fonctionnaliste ne peut nous suffire pour aborder la légitimation de l'usage d'un LTF en tant qu'institution.

La suite du raisonnement de Mary Douglas fait intervenir le concept d'analogie que nous voudrions introduire par quelques réflexions d'élèves lors du huitième entretien à propos du LTF

Tdmaths. Les trois élèves ont travaillé dans des groupes de deux pendant une grande partie de l'expérimentation et ils considèrent que le travail à deux « c'est plus sympa » (l. 1107). François et Nicolas nous expliquent comment ils arrivent à travailler aussi à deux pendant les cours ordinaires en se cachant de leur professeur. Même s'ils décrivent une situation centrée sur l'apprentissage des mathématiques, Léa considère que leur attitude : « c'est de la délinquance ! » (l. 1129). La suite de ce même entretien porte sur l'usage de la calculatrice par des élèves en classe. François nous parle de ces autres élèves qui parlent en classe : « ils utilisent calculatrice (...) mais ils trichent. » (l. 1137). Les trois élèves reconnaissent qu'ils ont aussi utilisé la calculatrice de l'ordinateur qui peut toujours être disponible quand on utilise *Tdmaths* ; ils précisent : « c'est grâce à la calculatrice qu'on n'est pas nul » (l. 1149). Que ce soit au niveau du travail en groupe ou de l'usage de la calculatrice dans la classe, les élèves ont « intériorisé un modèle de l'ordre social » (Douglas, 2004, p. 79) et, font avant tout référence à ce qui se fait, ce qui doit se faire, ce qu'il est naturel de faire pour apprendre des mathématiques en classe. Ces propos d'élèves nous poussent à avancer que la calculatrice et le travail en groupe ont beaucoup de difficultés à faire partie des habitudes socialement acceptées en France pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, et ce, en dépit des injonctions curriculaires. « Les analogies sociales les plus communes perdurent et résistent aux changements » (Ibid., p. 99). Les élèves semblent avoir besoin de cette analogie avec l'institution de référence qu'est la salle de classe ordinaire avec leur professeur et leurs camarades pour décrire leurs façons d'apprendre les mathématiques avec un LTF. Cette notion d'analogie se situe « au fondement de l'institution » (Ibid. p.79).

Avant de pouvoir jouer son rôle de réducteur d'entropie, l'institution naissante doit se doter d'un principe stabilisateur qui empêche sa disparition prématurée. Ce principe stabilisateur, c'est la naturalisation des classifications sociales. Il doit y avoir une analogie qui fonde la structure formelle d'un ensemble de relations sociales essentielles par référence avec le monde naturel ou supranaturel, l'éternité ou n'importe quel champ qui ne soit pas considéré comme déterminé socialement. Dès que cette relation d'analogie est étendue à d'autres ensembles de relations sociales, et, par effet en retour, à l'ordre naturel lui-même, sa récurrence formelle lui permet d'être aisément reconnue et de tirer sa vérité d'elle-même. (Ibid. p. 83)

L'analogie ne signifie pas l'identification et les élèves peuvent construire une légitimité de l'utilisation d'un LTF par analogie avec la salle de classe en remarquant les différences entre les deux environnements d'apprentissage. Les entretiens des élèves ont été l'occasion de constater les nombreuses analogies avec l'institution ordinaire que les élèves utilisent pour décrire leur travail avec un LTF. La complexité de cette condition d'existence d'une institution ne nous permet pas

de répondre qu'il y a eu, ou non, par les élèves, légitimation de l'usage d'un LTF pour apprendre des mathématiques. Le cas de Camille qui utilise *Tdmaths* est à ce titre significatif. Elle est capable d'être très critique en remettant en cause la possibilité d'apprendre des mathématiques avec son LTF et, dans le même temps, elle semble assumer l'énergie qu'elle a dépensée pour obtenir coûte que coûte de bonnes notes.

La légitimation peut aussi venir du phénomène d'analogie⁸⁹ qui a pu exister dans la structuration de notre expérimentation : une classe, des élèves et un professeur qui prend en charge l'organisation du travail des élèves. Cela peut aussi suffire à ce que la condition de légitimation soit vérifiée. Dans ce cas, le LTF n'aurait rien, ou peu, à voir avec cette condition. La comparaison entre les LTF pour savoir lequel permet une meilleure légitimation par l'élève devient alors non pertinente.

La condition de légitimité est donc difficile à cerner. Il est, certes, nécessaire de la prendre en compte et d'identifier les diverses raisons qui font que telle convention se transforme en véritable institution. Mais il semble difficile de tirer des conclusions de la comparaison entre des LTF sur la légitimation. Les propos des élèves nous ont montré que la légitimation est possible tout comme sa remise en cause, et, selon une grande diversité de facteurs. Il nous semble donc particulièrement hasardeux de classer nos quatre LTF selon cette condition d'existence. Un tel classement est cependant envisageable à partir des trois autres conditions décrites dans notre travail et qui peuvent nous permettre de décrire comment il est envisageable qu'un LTF puisse réussir à « tirer la vérité » de lui-même.

VI.3 - La légitimité à partir des autres caractéristiques

La réalité sociale, la stabilité et la vérité, en nature et en raison, sont des aspects qui peuvent permettre de construire ou de remettre en cause tous les phénomènes de légitimation d'une institution. Reprenons les analyses de ces trois caractéristiques dans les LTF à travers le prisme de la légitimité.

⁸⁹ Le phénomène *Mathenpoche* est à ce titre assez significatif. L'analogie avec la classe ordinaire a été poussée très loin par les créateurs et gestionnaires de ce LTF : « tout est fait pour que le professeur soit le véritable chef d'orchestre et maîtrise d'un bout à l'autre la séance avec *Mathenpoche* » (Hache, 2004, p. 18). Le professeur, comme l'élève, a pu légitimer l'usage du LTF par une analogie forte et positive avec la salle de classe où le professeur reste maître du temps, de l'apprentissage, de l'enseignement. Cette démarche ajoutée à l'évolution du nombre d'utilisateur, au nombre de connexion sur les sites de l'association, aux reconnaissances internationales, au nombre de professeurs impliqués dans la création d'exercices, a créé un véritable phénomène d'autolégitimation : « sa récurrence formelle lui permet d'être aisément reconnue et de tirer sa vérité d'elle-même » (Douglas, p. 83). *Mathenpoche* peut alors commencer à trouver une partie de sa légitimité dans sa propre existence. La référence au monde naturel, à *ce qui se fait*, comme dans la classe ordinaire, a permis ce phénomène de légitimation. Il n'aurait pas pu avoir lieu si les créateurs de ce phénomène *Mathenpoche* avaient basé leur démarche sur des modèles « déterminés socialement », à construire ou à créer aujourd'hui.

VI.3.1 - La réalité sociale

La réalité sociale concerne un ensemble d'individus et suppose la description de la place de l'individu dans cette réalité. Les quatre LTF se divisent de ce point de vue en deux catégories : *LiliMath* et *Les Maths, c'est facile* d'une part et *Smao* et *Tdmaths* d'autre part.

a - LiliMath et Les Maths, c'est facile

Ces deux premiers LTF ne proposent que le minimum en termes d'inscription de l'élève dans le tutoriel et dans la gestion de son évaluation. L'élève n'a pas besoin de code d'accès pour entrer dans un environnement personnalisé ; il suffit qu'il fasse apparaître la liste des noms de tous les élèves déjà inscrits dans le tutoriel sur le même ordinateur pour cliquer sur son nom et accéder à son environnement. Les individus dans une institution ne sont pas interchangeables et la confidentialité est une composante nécessaire pour donner une importance au travail de chacun, ce qui peut ne pas être le cas pour ces deux LTF. En termes d'analogie, le bulletin scolaire de l'élève n'est pas accessible aux autres élèves. Nous avons eu l'occasion de constater, lors de nos années d'enseignement dans les classes de secondaire avec *LiliMath*, qu'il est arrivé que des élèves aillent travailler sous le nom d'un autre élève. Même si ces cas ont toujours été très réduits, il est nécessaire de faire en sorte que l'élève s'approprie son environnement de travail ce qui n'est pas possible sans une certaine confidentialité et, ainsi, une reconnaissance de l'existence de chacun. L'élève doit être reconnu de façon unique, sans aucun risque, par le LTF.

Après la reconnaissance de l'existence de chacun dans le LTF, la gestion des résultats de l'élève nous permet de savoir comment celui-ci reconnaît sa place ou sa position dans le LTF. Là encore, les deux LTF, *LiliMath* et *Les Maths, c'est facile*, ne permettent pas de décrire avec précision la position de l'élève par rapport à l'avancée de son travail, de ses activités et de ses résultats. Nous avons constaté que l'élève a une image très globale de l'ensemble de ses activités dans le LTF. Dans le cas de *LiliMath*, il peut connaître le meilleur résultat aux chapitres effectués et dans celui de *Les Maths, c'est facile*, il connaît son évaluation par grande partie, sans détail, et le nombre de chapitres réalisés, avec à chaque fois le risque qu'un autre élève a réalisé un de ses exercices.

La réalité sociale peut malgré tout être visible dans les phrases de certains élèves dont, par exemple, Amel qui a travaillé avec *Les Maths, c'est facile*, quand elle dit : « ils devraient faire plus d'efforts pour les consignes parce que quelquefois on ne les comprend pas » (l. 152). Elle

a intégré l'auteur du LTF dans l'environnement dans lequel elle travaille et lui fait des remarques ergonomiques par l'intermédiaire de l'expérimentateur. Cette élève a commencé son entretien en exprimant le besoin de cette relation sociale avec le créateur du tutoriel en posant la question : « mais, c'est vous qui l'avez fait le logiciel ? » (l. 3). La réalité sociale est présente dans ces propos car, par analogie avec l'institution de référence qu'est la classe ordinaire, l'élève s'adresse directement aux créateurs du logiciel et crée ainsi une réalité sociale composée d'individus, acteurs de l'institution.

La réalité sociale peut exister pour chaque LTF ; elle est cependant facilitée par l'organisation et la visibilité de la place de l'élève dans le tutoriel, ce qui n'est pas vraiment le cas des deux logiciels *LiliMath* et *Les Maths, c'est facile*. La légitimation rencontre alors une première difficulté.

b - Smao et Tdmaths

Les deux autres LTF, *Smao* et *Tdmaths*, proposent des environnements beaucoup plus riches au niveau de la réalité sociale. Dans les deux environnements, l'élève existe grâce à son nom, son prénom et un code d'accès qui sont accessibles au professeur dans un environnement parallèle. Cette notion de code d'accès personnel est importante car elle permet à l'élève de savoir qu'il existe de façon unique dans le groupement social que peut représenter un LTF. Le cas où deux élèves travaillent ensemble avec un code d'accès commun peut prêter à confusion en ce qui concerne l'appartenance à ce groupement social sauf si les unités de celui-ci sont des couples d'élèves. La partie du logiciel accessible uniquement par le professeur permet de créer une analogie avec l'institution principale qu'est l'école et donne encore plus de force à cette appartenance sociale pour l'élève. Alors que dans la version la plus classique de *Smao*, seul un niveau de gestion de la classe est présent pour la gestion des élèves, *Tdmaths* propose la gestion de toutes les classes de l'école avec la liste des professeurs, des classes et des élèves. L'analogie avec le fonctionnement classique de l'école est encore plus forte avec ce logiciel et, selon la façon dont le tutoriel va être utilisé dans l'établissement scolaire, l'élève peut se retrouver appartenir à plusieurs groupements : le groupe, la classe, l'école.

Comme nous l'avons précisé plus haut, la place de l'élève dans le LTF est aussi accessible grâce à la mémorisation du travail de l'élève par le LTF. Il se passe exactement le même phénomène que dans la réalité scolaire où l'élève construit aussi sa place dans l'école notamment à la suite des évaluations et autres conseils de classe et examens. Chacun des deux

LTF, *Smao* et *Tdmaths*, propose un environnement assez complet de ce point de vue qui permet de suivre, tout au long de l'année, le travail de chaque élève.

Smao garde en mémoire jusqu'à quatre résultats différents d'essais du même exercice. L'élève, comme le professeur, peuvent suivre l'évolution de la réussite par chapitre. Quand le LTF est installé en réseau, il est aussi possible d'avoir accès à un bilan par classe. À chaque instant, l'élève peut se situer dans le LTF par rapport à son niveau de réussite, à son évolution et, dans certains cas, par rapport à l'ensemble d'un groupe. La réalité sociale s'exprime dans le cas de ce LTF par la mémoire du travail effectué par l'élève.

Tdmaths ne propose pas cette mémoire de l'évolution des scores à un exercice, mais il est le seul LTF de notre étude à introduire la dimension temporelle dans le bilan du travail de l'élève. Celui-ci peut connaître les exercices qui ont été effectués à telle date et le temps passé par chapitre. Il a aussi accès à un bilan par chapitre, systématiquement comparé à celui qui provient de l'ensemble des élèves de la classe, quand le LTF est installé en réseau. Chaque élève a donc, comme dans *Smao*, la possibilité de se situer par rapport à son niveau de réussite et par rapport au groupe qui travaille, comme lui, avec le même LTF, et ceci, tout au long de l'utilisation du logiciel dans le courant de l'année scolaire. La gestion de la réalité sociale dans ces deux LTF apporte une pierre au phénomène de légitimation de l'usage de ces logiciels en tant qu'institution.

c - Bilan

Les Logiciels Tuteurs Fermés *Smao* et *Tdmaths* proposent un environnement de travail qui permet aux élèves d'exister par rapport au logiciel comme par rapport aux autres élèves qui travaillent avec le même tutoriel. Ces deux LTF peuvent permettre que la condition de réalité sociale soit vérifiée. Ce n'est pas le cas des deux autres LTF, *LiliMath* et *Les Maths*, *c'est facile*, qui nécessiteraient un environnement supplémentaire pour que les élèves existent réellement par rapport à ces environnements de travail.

Pour les quatre LTF, par ailleurs, en ce qui concerne la réalité sociale, l'analogie avec l'institution de référence peut être constatée : les élèves sont dans un environnement de travail où ils ont des exercices à réaliser qui sont évalués régulièrement. Ces évaluations, comme dans la classe ordinaire, leur permettent de se situer et d'exister dans un groupe social. *Smao* et *Tdmaths* proposent des environnements de gestion des élèves, des groupes d'élèves, des classes et, même, de l'école, qui permettent de concevoir qu'il soit possible que ces LTF tirent la vérité

d'eux-mêmes en ce qui concerne la réalité sociale. Les deux autres LTF, par contre, ne proposent pas un tel environnement et les quelques propos des élèves qui concernent ces aspects soulèvent plus les manques de ces deux LTF. Il est, dans ce cas, difficile d'envisager un phénomène de « récurrence formelle » qui permette à *LiliMath* et *Les Maths, c'est facile* de tirer la vérité d'eux-mêmes en ce qui concerne la réalité sociale.

VI.3.2 - La stabilité

La stabilité est une condition de régularité pour permettre à la réalité sociale d'exister ce qui serait difficile dans le cas d'un arrangement purement utilitaire. Nous n'avons abordé ce concept de stabilité au niveau des conditions nécessaires que représentent les outils de gestion du temps et de l'évaluation du travail des élèves. Comme dans le cas de la réalité sociale, seuls les LTF *Smao* et *Tdmaths* proposent un environnement où une telle gestion est envisageable. Pour *Smao*, le temps est présent dans le cadre de l'évaluation car le LTF permet à l'élève et au professeur de mesurer l'évolution des résultats dans la réalisation de chaque exercice pour cinq essais. *Tdmaths* ne propose pas cette possibilité, mais, d'une part, conserve la dernière évaluation de chaque exercice et de chaque chapitre et, d'autre part, conserve la date ainsi que la durée de réalisation de chaque exercice. Les deux artefacts de gestion du travail des élèves sont des particularités de chaque LTF qui ne se retrouvent pas dans l'institution principale. Au départ, lorsque l'élève commence à utiliser le LTF, il peut commencer par légitimer cet usage par une analogie fondatrice basée sur ce qui se fait en classe. L'élève a l'habitude d'être évalué par son professeur dans le cadre de l'institution classique. Les particularités des outils de gestion de *Smao* et *Tdmaths* peuvent lui permettre de passer à une autre étape et de trouver dans ces possibilités que lui offrent les outils de gestion des LTF « un principe stabilisateur de récurrence formelle ». Ce principe peut alors renforcer la stabilité du LTF en tant qu'institution. Nous pourrions alors constater un phénomène d'autostabilisation. Nous aurions sans eu besoin d'organiser notre expérimentation sur une période encore plus longue et dans un cadre suffisamment ordinaire pour nous permettre de constater de tels phénomènes. Nous n'avons, non plus, jamais constaté ce phénomène de stabilisation de l'utilisation d'un LTF d'un élève dans son environnement familial malgré les tentatives que nous avons tentées avec des enfants proches de nous. Le seul environnement où nous avons perçu ce phénomène de stabilité a été notre expérience d'enseignant où nous gérons l'usage régulier de *Smao* avec nos classes de collèves. C'est pourquoi nous considérons que la stabilité ne semble pas pouvoir être gérée par l'élève utilisant seul un LTF. Un apport extérieur doit donc s'avérer nécessaire. Comme dans le cas de la

gestion de la réalité sociale, l'usage de *Smao* et *Tdmaths* peut être légitimé par les outils de gestion du temps de travail des élèves ; ce qui n'est pas le cas pour les deux autres LTF.

VI.3.3 - La spécificité

L'analyse des spécificités des quatre LTF de notre étude a occupé la plus grande partie de notre travail. Trois grands thèmes en sont ressortis : le temps, l'évaluation et l'analyse de l'Espace du Travail Calculatoire. Les deux premiers concernent la vérité en nature des LTF et le troisième concerne la vérité en raison.

a - Le temps et l'évaluation

La gestion du temps, ou plutôt, la relation au temps est spécifique dans le cadre d'un environnement organisé autour de l'usage d'un Logiciel Tuteur Fermé. Nous avons voulu, dans notre travail, décrire cette spécificité en nous basant sur la notion d'Unité de Travail. Rappelons qu'une UT correspond à l'intervalle de temps dont les bornes sont deux instants consécutifs d'évaluation du travail de l'élève par le LTF. Les instants d'évaluation sont pratiquement les seuls d'interaction que proposent les LTF de notre étude. Dans le cas de LTF plus évolués, nous pouvons envisager qu'une UT corresponde à l'intervalle de temps dont les bornes sont deux instants consécutifs de réaction du LTF au travail de l'élève.

Afin de rendre plus explicite la spécificité de la place du temps dans l'usage d'un LTF, nous avons souhaité décrire la réalité temporelle de la salle de classe. Dans le cadre de notre activité professionnelle actuelle, inspecteur de mathématique et d'informatique dans l'enseignement agricole, nous avons l'occasion de découvrir tout type de classe de l'enseignement général, technique, professionnel, en formation initiale ou en apprentissage, au collège et au lycée. Nous avons choisi quatre professeurs qui enseignent depuis de nombreuses années pour certains et depuis peu de temps pour d'autres. La variable à laquelle nous nous sommes intéressé est le nombre d'élèves par classe en présentant quelques situations extrêmes : de 30 élèves dans une classe de 1^{ère} professionnelle à 8 élèves en classe de 3^{ème}. Notre but est de présenter le nombre d'interactions entre le professeur et les élèves dans des classes ordinaires. Nous avons pour cela utilisé le logiciel *The Observer*, version 8, dont proviennent les graphiques de la figure 171.

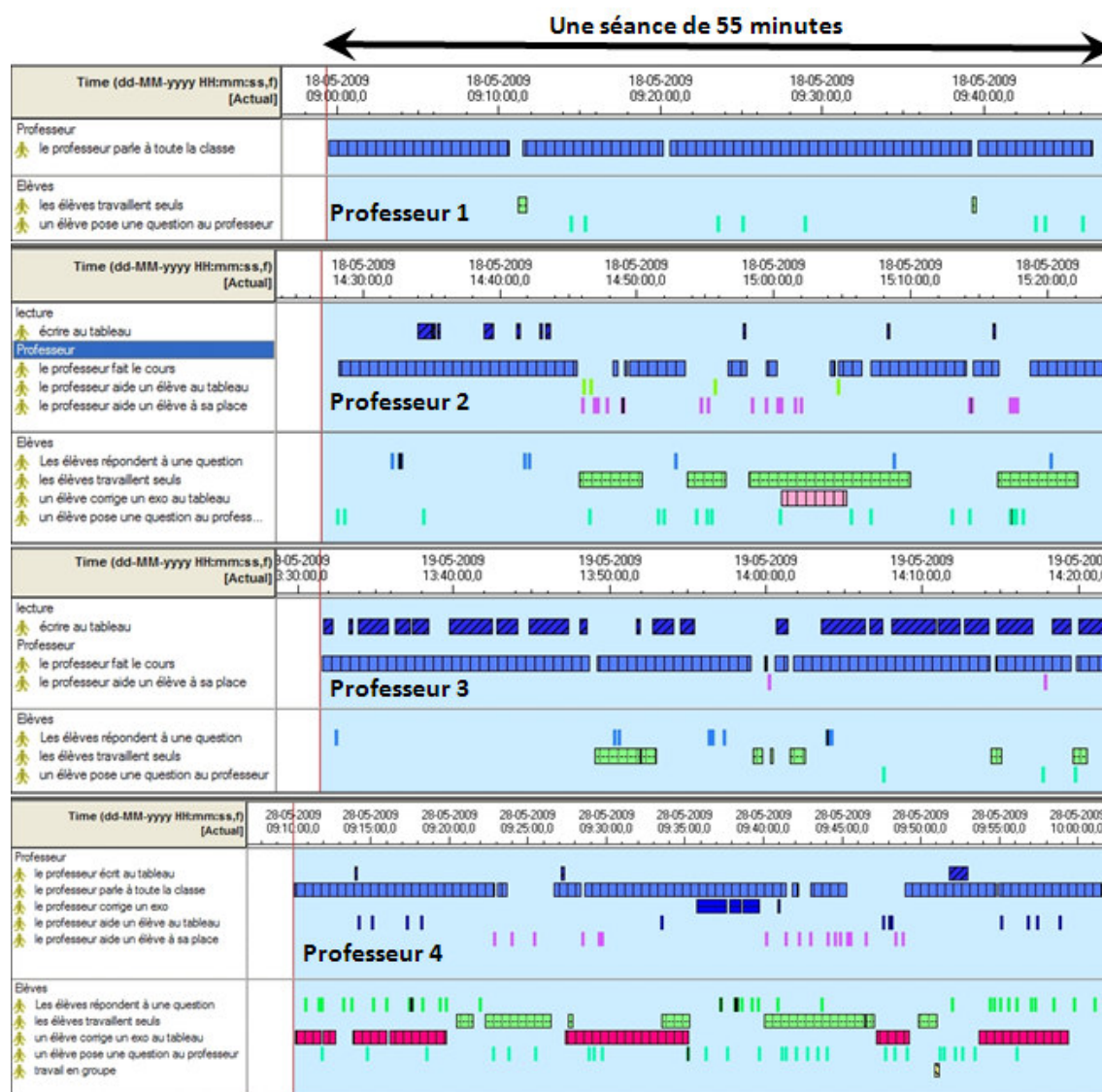


Figure 171 : La gestion du temps en classe ordinaire

	le professeur aide un élève au tableau	le professeur aide un élève à sa place	un élève pose une question au professeur	Les élèves répondent à une question	Nombre d'élèves en classe
Nombre d'interactions					
professeur 1			8		30
professeur 2	4	19	18	9	16
professeur 3		2	3	9	11
professeur 4	12	19	29	37	8
Nombre d'interactions rapporté au nombre d'élèves dans la classe					
professeur 1			0,3		30
professeur 2	0,3	1,2	1,1	0,6	16
professeur 3		0,2	0,3	0,8	11
professeur 4	1,5	2,4	3,6	4,6	8

Tableau 100 : Nombre d'interactions en classe ordinaire

Le premier cas est celui d'une classe de 30 élèves où le professeur ne va provoquer que 8 moments d'interaction sous la forme de questions posées par des élèves. Les élèves travaillent seuls pendant moins d'une minute. La presque totalité du temps de la séance est donc gérée par le professeur et le nombre total d'interaction ramené au nombre d'élèves montre que la grande majorité des élèves ne peuvent profiter d'aucune interaction individualisée. Les séances avec les professeurs 2 et 3 montrent que le nombre d'élèves n'est pas toujours en corrélation avec le nombre d'interactions dans la classe. Avec le professeur 2, en moyenne, il y a 3 interactions par élève, avec 16 élèves dans la classe, alors que pour le professeur 3, il n'y en a qu'une seule par élève, alors qu'il n'y a que 11 élèves dans la classe. Le professeur 4 nous propose une situation sans aucune comparaison avec les trois autres cas avec plus de 12 interactions par élève en moyenne. Nous avons bien conscience que ces valeurs ne représentent que quatre séances vécues avec quatre professeurs particuliers, mais notre but est, ici, simplement, de restituer dans la réalité de la classe les interactions que peut espérer vivre un élève. La situation du professeur 4 est une situation de classe extrême avec un professeur expérimenté qui sait valoriser au maximum son environnement spécifique. Même dans un tel cadre de travail, le nombre d'interactions n'est en rien comparable avec celui résultant de l'utilisation d'un Logiciel Tuteur Fermé par un élève, où celui-ci reçoit, en moyenne, une réponse du logiciel chaque minute. La place du temps et de l'évaluation qui lui est, dans le cadre d'un LTF, intimement liée, sont bien deux aspects très spécifiques des LTF.

À l'intérieur de cette spécificité, nous avons eu l'occasion de constater des différences entre les quatre logiciels de notre étude mais aussi quelques constantes. Trois des quatre LTF, par exemple, ont deux tiers de leurs UT expert qui sont comprises entre 10 et 40 secondes. Seul *LiliMath*, ne vérifie pas cette condition. C'est d'ailleurs le LTF le plus atypique avec le nombre d'activités le plus important dans la catégorie d'UT expert très rapides et, dans le même temps, autant d'activités que *Smao* avec des UT expert de plus de 40 secondes. Les médianes dans chacune des catégories nous ont aussi montré le côté particulier de ce LTF. *Smao* est, sur l'ensemble des activités, le logiciel le plus lent des quatre. *Les Maths*, *C'est facile* et *Tdmaths* sont, quant à eux, des LTF très rapides car le nombre d'activités qui sont réalisables avec des UT expert supérieures à 40 secondes est très réduit. Dans le cadre d'une classification générale de Logiciels Tuteurs Fermés, nous proposons un début de référentiel temporaire avec la description des quatre LTF de notre étude.

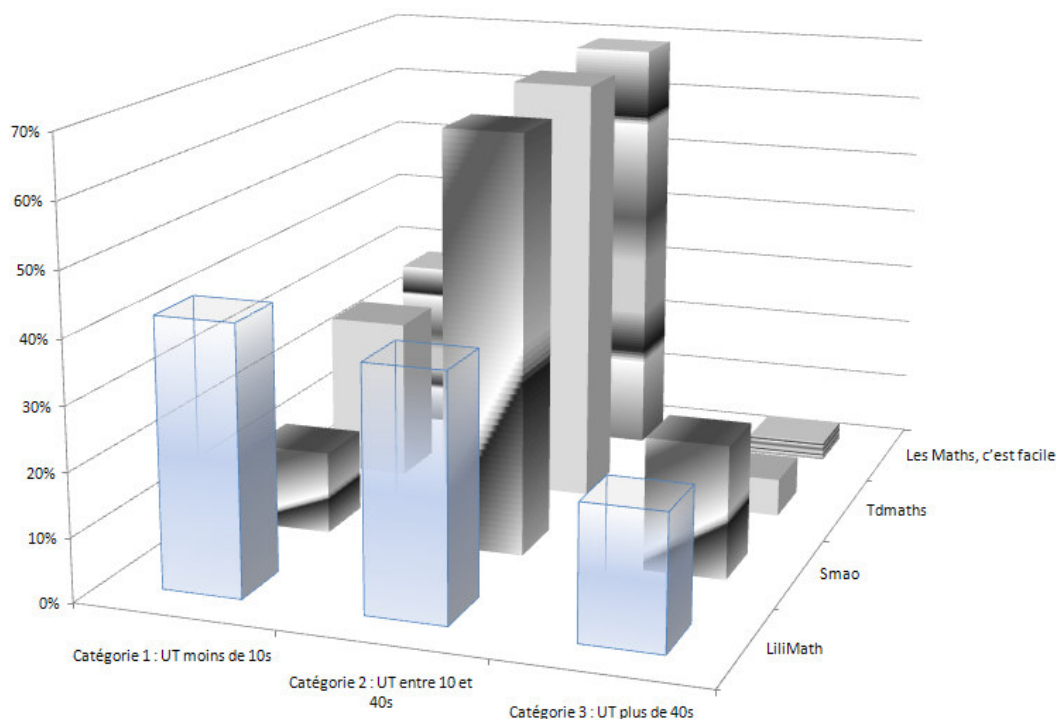


Figure 172 : Durée des UT expert dans les LTF

L'évaluation ne peut pas être considérée en dehors de cette analyse temporelle du LTF car le nombre de moments d'évaluation est lié au nombre d'Unités de Travail. *Smao* est le seul LTF dont l'évaluation n'est pas toujours chiffrée, avec plus de la moitié du temps de l'expertise associé à des évaluations ponctuelles qui ne sont pas mémorisées par le LTF. Ce n'est pas le cas des trois autres logiciels où toute action induit une mémorisation du résultat. Chaque produit propose sa façon à lui de noter le travail de l'élève. *LiliMath* est le plus classique dans le sens où il ressemble le plus à la façon habituelle de noter dans la classe ordinaire. *Les Maths, C'est facile* est celui dont l'évaluation est la plus globale : l'élève ne peut pas avoir accès à son évaluation détaillée par chapitre mais simplement sur les trois grandes parties du logiciel. L'élève a seulement accès un taux de réussite dans la partie Algèbre, la partie Arithmétique ou la partie Opérations. Les deux autres LTF proposent un environnement d'évaluation beaucoup plus spécifique. L'aspect le plus caractéristique de l'évaluation dans *Smao* est que les erreurs commises ne remettent pas en cause la possibilité d'obtenir une évaluation correcte. L'effort est valorisé. C'est aussi le cas avec *Tdmaths* malgré la différence entre les modes d'évaluation des deux LTF. Ce dernier logiciel va jusqu'à permettre à l'élève d'obtenir 10/10 même dans le cas où il aurait commis des erreurs à certains exercices. Il suffit, pour cela, de recommencer suffisamment de fois le même exercice. Cette possibilité donnée aux élèves a été l'occasion de certains excès avec des élèves qui recommençaient plus de 50 fois le même exercice pour obtenir

une évaluation parfaite. Même si l'intérêt didactique est difficile à envisager dans ce cas, cela montre l'impact de la forme de l'évaluation sur le travail éventuel de l'élève, et donc, la spécificité de celle-ci. Les quatre LTF proposent quatre façons différentes d'évaluer globalement le travail de l'élève, mais ils se retrouvent dans le fait, qu'en moyenne, un élève peut espérer que son travail soit évalué par le LTF au moins une fois par minute⁹⁰.

b - Le calcul élémentaire

Ce domaine de l'apprentissage des mathématiques est celui que nous avons considéré comme suffisamment caractéristique en début de secondaire pour comparer les quatre LTF de notre étude en ce qui concerne les organisations mathématiques. Pour mener à bien notre analyse, nous avons été rapidement confronté à la nécessité de créer un paradigme du calcul numérique élémentaire car la bivalence ou l'opposition entre le calcul arithmétique élémentaire et le calcul algébrique élémentaire n'est pas satisfaisante. Le modèle de Houdement et Kuzniak qui, lui, concerne l'apprentissage de la géométrie, a été transposé à l'apprentissage du calcul. Pour cela, chaque élève, chaque enseignant, chaque institution d'enseignement et d'apprentissage, chaque individu, conçoit l'enseignement ou l'apprentissage à travers son propre Espace du Travail Calculatoire qui est construit autour des trois paradigmes du calcul élémentaire avec ses objets, ses artefacts et ses référentiels théoriques. Ce modèle nous a permis de décrire les quatre LTF à travers leur ETC et celui que l'élève peut envisager de se construire en utilisant un des tutoriels. Nous n'allons pas reprendre l'ensemble des conclusions du chapitre VI mais nous allons proposer une description rapide du type d'apprentissage calculatoire que propose chaque LTF.

LiliMath est un LTF résolument tourné vers le Calcul I qui propose, surtout, deux types de démarches. La première concerne l'entraînement à l'utilisation des opérations dans des calculs simples sans aucune nouveauté par rapport à l'école primaire. La deuxième propose aussi un entraînement qui, lui, est dirigé vers la résolution de problèmes du même type que ceux qui sont rencontrés à l'école primaire. Le Calcul II est présent dans quelques activités mais de façon beaucoup trop ponctuelle. Il est aussi visible dans l'artefact proposé pour aider à la résolution de problème mais pratiquement pas utilisé par les élèves. Cet artefact, appelé « brouillon » par le LTF, permet à l'élève d'écrire en ligne les calculs qui traduisent le problème à résoudre puis d'effectuer ces calculs par ligne. C'est cette place que cet artefact

⁹⁰ Rappelons que la durée moyenne de UT expert est de 20 secondes et que le Facteur de l'UT est souvent, dans nos exemples, de l'ordre de 2 ou 3.

consacre à l'écriture des calculs qui nous le fait classer dans la partie Calcul II de l'ETC de ce LTF.

Les Maths, C'est facile propose, en plus de deux parties résolument centrées sur le Calcul I, une partie Algèbre qui pourrait faire penser que le Calcul III est présent dans l'ETC de ce LTF. La réalité de l'analyse nous montre qu'il n'en est rien, et ceci pour deux raisons. La première est que la grande majorité des exercices proposés dans cette partie le sont sous la forme de QCM et que l'écrit, aspect fondamental dans le cadre de tout apprentissage lié aux Calcul II et III, est pratiquement absent. La deuxième est que les tâches proposées n'entraînent la mobilisation d'aucune technique liée au Calcul III, voire au Calcul II. Seul, l'usage important de lettres, objet des Calcul II et III, permet un lien avec ces paradigmes.

Tdmaths est un LTF dont les micro-tâches qui sont proposées morcellent l'apprentissage et ne permettent pas à l'élève une construction globale de son ETC, ce que nous avons illustré avec un cas typique. En début de collège, l'élève doit pouvoir entrer dans la complexité de la construction de son Espace du Travail Calculatoire grâce à une démarche de navigation entre les paradigmes de calcul. Il nous semble que le morcellement du savoir proposé par *Tdmaths* n'est pas compatible avec cette démarche qui semble cloisonner la réflexion de l'élève par paradigme. *Tdmaths* est finalement le LTF qui est le plus exclusivement centré sur le Calcul I car les quelques approches vers le Calcul II sont présentées trop indépendamment des autres paradigmes.

Smao est de très loin le LTF le plus complet de notre étude. Les activités qui sont explicitement tournées vers le développement du Calcul II sont les plus nombreuses avec de nombreuses tâches centrées sur l'écrit. Ce seul aspect nous permet de considérer que le développement du Calcul II est bien présent dans ce LTF, et de façon non négligeable à la différence des trois autres tutoriels. Cependant, l'analyse didactique nous a montré que la démarche globale d'un exercice ne suffit pas et que des questions intermédiaires proposées dans certains exercices allaient jusqu'à stopper l'apprentissage des élèves dans le cadre du paradigme du Calcul II pour les ramener vers le Calcul I.

L'analyse des quatre LTF nous a montré que la visée V_2 des programmes de début de collège, « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) » (B.O. 2004, p. 7 et B.O. 2008, p.13), est peu visible et difficile à mettre en place. Même si les raisons sont différentes, nous

considérons que les quatre tutoriels de notre étude, *Smao*, *Tdmaths*, *LiliMath* et *Les Maths*, *C'est facile*, proposent des ETC idoines qui permettent avant tout à l'élève de développer la partie Calcul I de son ETC personnel et, ainsi, de « consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire » comme le précise la visée V_1 des programmes de début de collège (Ibid.).

VI.4 - Conclusion

Les conditions d'existence d'une institution que sont la réalité sociale, la stabilité, la légitimité et la spécificité nous ont permis de décrire de nombreuses caractéristiques des Logiciels Tuteurs Fermés. Ces caractéristiques concernent toutes le phénomène de légitimation, sans lequel aucune convention peut être vécue comme une institution. Ce chapitre nous a permis de vérifier quelques conditions nécessaires pour que les LTF de notre étude peut être vus et utilisés comme des institutions.

- *Les Maths*, *C'est facile*, est le LTF qui, nous semble-t-il, peut le moins être considéré comme une institution d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Nous avons vu qu'il ne propose aucun environnement particulier qui puisse permettre de créer une réalité sociale dans laquelle l'élève peut exister et travailler de façon stable et régulière. Ce LTF propose, en effet, un apprentissage des mathématiques constitué d'Unités de Travail très rapides et peu diversifiées où l'écrit est pratiquement absent, ce qui n'est pas compatible avec les spécificités de l'apprentissage des mathématiques numériques en début de secondaire, au moins en France. Le phénomène d'autolégitimation est difficilement envisageable à partir de la méthode d'évaluation du travail de l'élève qui est extrêmement simplifiée par rapport à celles qui sont rencontrées dans l'institution classique de la classe ou dans les autres LTF. L'autolégitimation n'est pas plus envisageable dans le cas de la gestion de la stabilité ou de la réalité sociale.
- *LiliMath* nous semble, lui aussi, pouvoir difficilement être considéré comme une institution d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques même si le diagnostic n'est pas aussi clair que pour le LTF précédent. Le logiciel ne propose aucun environnement particulier pour gérer la stabilité d'usage du LTF comme pour envisager une réalité sociale dans laquelle l'élève pourrait travailler. Cependant, la façon dont il a été diffusé au moment de sa création, libre, gratuit et téléchargeable par

internet, à la fin des années 90, a créé une certaine émulation autour de ce produit. Il nous semble que cette méthode de diffusion a permis une certaine légitimation de ce LTF indépendamment des autres aspects qui concernent ses spécificités. L'évaluation, par exemple, laisse l'élève dans un environnement de travail très comparable à ce qui se passe en salle de classe ordinaire : l'élève fait dix exercices et obtient, très globalement, un point par exercice réussi. *LiliMath* porte bien le nom de logiciel d'entraînement, particulièrement pour deux domaines : la résolution de petits problèmes très arithmétiques qui permet de consolider ce qui a été rencontré en primaire et le calcul simple (deux nombres en général) avec les quatre opérations. Là encore, ce sont avant tout des formes déjà rencontrées en primaire. Ce LTF peut trouver une certaine légitimité en explicitant qu'il est avant tout centré sur l'entraînement de domaine des mathématiques de l'enseignement primaire.

- *Tdmaths* est le LTF qui est le plus contrasté des quatre produits de notre étude. D'une part, l'environnement de travail qu'il propose aux élèves, comme au professeur et à l'établissement scolaire, permet d'envisager une gestion de la réalité sociale comme de la stabilité particulièrement efficace et, même, novatrice. D'autre part, des modèles d'apprentissage sous-jacents remettent l'apprentissage lui-même en cause. Cette décomposition de l'accès au savoir en tâches uniques, voire en micro-tâches, ne permet pas à l'élève de se construire un Espace du Travail Calculatoire cohérent et utilisable globalement. *Tdmaths* est le LTF où nous considérons que la vérité en raison remet en cause la légitimité nécessaire à toute institution d'enseignement et d'apprentissage même si de nombreux autres aspects du logiciel peuvent aider à la légitimation de son usage par les élèves.
- *Smao* est sans aucun doute le LTF qui, parmi les quatre de notre étude, remplit le mieux les conditions d'existence d'une institution. Même sans une utilisation en réseau, la gestion de l'élève est suffisamment détaillée pour que la réalité sociale et la stabilité puissent être tangibles. Cette réalité sociale est amplifiée par le nombre, semble-t-il, important de collèges en France qui utilisent ou ont utilisé ce LTF⁹¹. L'analyse des Unités de Travail nous a permis de constater une grande diversité à la différence des autres LTF. La légitimité n'est pas remise en cause par la vérité en nature ou la vérité en raison que ce soit au niveau de l'évaluation ou de l'Espace du

⁹¹ « *Smao* déjà utilisée dans 1/3 des collèges de France » d'après le site de l'éditeur Chrysis : <http://www.chrysis.com/site/data/catalog/FicheProd.asp?id=94>, consulté en juin 2009.

Travail Calculatoire idoine de ce tutoriel. Cette non remise en cause de la légitimité n'est possible que si l'usage du LTF est envisagé dans le cadre du développement et de la consolidation des mathématiques du primaire malgré les activités qui, au départ, étaient conçu avec une visée V_2 ⁹². Nous avons en effet constaté que certaines questions proposées dans quelques activités centrées sur l'apprentissage de la résolution de problèmes arrivaient à bloquer la démarche des élèves qui commençaient à se placer avec cette visée V_2 en les entraînant vers des modes de raisonnement beaucoup plus arithmétiques. *Smao* est cependant le seul LTF où la volonté d'entraîner l'élève dans des démarches de type V_2 est explicite.

Ce bilan se place dans une démarche de comparaison de quatre LTF et, nous pouvons conclure que, par rapport aux trois autres produits, *Smao* est le seul où il a été difficile de constater que le phénomène de légitimation est impossible, voire difficile.

Même si la légitimité est un aspect incontournable de la création d'une institution, cette condition n'est pas suffisante et nous devons maintenant reprendre l'ensemble de notre recherche pour proposer une réponse cohérente en replaçant les LTF dans le cadre du système scolaire dans lequel ils sont utilisés.

⁹² Rappelons que la visée V_2 est définie par les programmes de sixième comme ceci : « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) ». (B.O. 2004, p. 7 et B.O. 2008, p.13)

Conclusion générale et perspectives

A - Problématique

Nous sommes en 2009 et nous avons l'impression, avec cette conclusion, de clore un travail commencé il y a vingt-cinq ans lorsque nous surveillions des élèves faisant de la comptabilité sur des PC dans une grande salle informatique. À partir de là, l'usage de l'informatique et plus particulièrement celui de Logiciels Tuteurs Fermés, ou logiciels d'entraînement, nous a toujours accompagné dans nos démarches d'enseignement. Le but de notre thèse a été de développer en tant que chercheur un regard réflexif sur ce type d'usage dans le but de cerner les potentialités et limites pour l'apprentissage et l'action didactique de ce type de produit. En particulier, ayant toujours fait travailler les élèves avec des logiciels comme *Smao* en parallèle de ce qui se passait en classe ordinaire, nous nous sommes posé la question de savoir si un tel logiciel, un Logiciel Tuteur Fermé, pouvait être utilisé de façon autonome et productive par les élèves. Pour comprendre la façon dont nous pouvions approcher cette question, il nous a fallu commencer par définir un cadre de recherche adapté.

B - La recherche

a - Cadres théoriques

En nous rappelant que « le contexte d'apprentissage que constitue un EIAH a peu de chose à voir avec la classe » (Balacheff, 2001), Balacheff nous incite à essayer de préciser ce qui fait la spécificité de ce contexte. Pour préciser ses caractéristiques, nous nous sommes situé, globalement, dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique de Chevallard, TAD, qui postule que « c'est par le truchement des institutions que les praxéologies parviennent jusqu'aux personnes, acteurs des institutions » (Chevallard, 2003). Ce choix provient de notre questionnement initial qui était de comprendre et de modéliser la place qu'avaient eus les LTF dans nos pratiques d'enseignement en parallèle à la classe ordinaire. Dans le cadre de la TAD, celle-ci est une institution, c'est même l'institution principale d'enseignement et d'apprentissage dans le système scolaire. Si « le contexte d'apprentissage que constitue un EIAH », un Logiciel Tuteur Fermé en ce qui nous concerne, « a peu de chose à voir avec la classe », la question se pose de savoir dans quelle mesure un LTF peut être considéré comme une institution et, si oui, quelles en sont les caractéristiques.

Pour aborder ces questions, nous nous sommes appuyé sur un certain nombre de cadres théoriques et avons développé certaines adaptations. Ces cadres sont principalement celui de la Théorie Anthropologique du Didactique déjà mentionnée et celui de la notion de paradigmes du calcul élémentaire qui provient de la transposition de la notion de paradigme géométrique due à Houdement et Kuzniak. L'apprentissage de l'algèbre au début du secondaire est aussi l'occasion de mobiliser un certain nombre de démarches théoriques, dont celle qui provient de l'Early Algebra avec, entre autres les travaux de Radford, qui nous permettent de justifier la constitution des paradigmes du calcul élémentaire.

Etant donné la position centrale dans notre travail de la notion d'institution, il nous a paru nécessaire de revenir aux sources du cadre anthropologique de ce point de vue, c'est-à-dire, dans notre cas, aux travaux de Mary Douglas. Nous sommes arrivé à déduire de ses travaux que cette dernière distingue quatre conditions d'existence pour qu'une convention puisse être considérée comme une institution : la réalité sociale, la stabilité, la légitimité et la spécificité. Cette spécificité se décompose elle-même en deux parties : la première concerne la vérité en nature de l'institution et, la deuxième, la vérité en raison. La réalité sociale concerne le lien de toute institution avec les individus qui la composent. La stabilité rappelle qu'une certaine régularité est nécessaire pour qu'une institution perdure. Une institution ne peut exister par ailleurs sans une certaine légitimité et doit trouver une autorité légitimante avant de mettre en place des processus d'autolégitimation. La vérité en nature permet de décrire la façon dont une institution existe. Par exemple, chaque LTF propose une façon bien spécifique d'évaluer le travail de l'élève. La nature et les spécificités de fonctionnement du LTF vont permettre de construire sa vérité en nature. Et, enfin, la vérité en raison, nous rappelle qu'une institution doit avoir une raison d'exister. Dans le cadre de la TAD, nous avons interprété ces deux conditions de vérité en nature et en raison en termes praxéologiques. Pour cela, nous nous sommes référé, pour la première, à la façon dont les praxéologies parviennent jusqu'aux personnes par le truchement de l'institution, et, pour la deuxième, à la description de ces praxéologies et, plus particulièrement, à l'analyse des organisations mathématiques proposées par l'institution. Pour mieux situer les caractéristiques institutionnelles des LTF, nous nous sommes de plus placé dans une perspective comparative en choisissant de considérer quatre LTF et de les étudier plus particulièrement. Nous reviendrons sur les choix des logiciels ultérieurement.

Par ailleurs, nous avons réduit notre champ d'études à un domaine particulier, celui qui concerne le cadre numérique et donc, à côté du cadre de la TAD, d'autres cadres ont été

mobilisés pour prendre en compte ce champ. Le numérique au début de l'enseignement secondaire, la classe de sixième en France, est souvent qualifié de pré-algébrique. Les travaux en didactique de l'algèbre, de la pré-algèbre ou de l'algèbre précoce montrent bien la complexité des démarches qui en relèvent. Nous nous sommes appuyé sur ces travaux, en particulier ceux de Grugeon (2000), Radford (1996), Kieran (1992, 2001, 2007), Bednarz (1996), Carraher (2007, 2008). Il nous est alors apparu nécessaire de transposer à ce cadre arithmético-algébrique le modèle des paradigmes de Houdement et Kuzniak qui provient de leur présentation de « la liaison entre la géométrie de l'école élémentaire et celle du collège » (Houdement, Kuzniak, 1998). L'analyse didactique d'un certain nombre d'activités dans les LTF ne nous satisfaisait pas : nous n'étions ni dans des démarches arithmétiques, ni dans des démarches algébriques. Nous étions dans un « entre deux » qu'il nous fallait définir. D'autant plus que les derniers développements de ce cadre nous permettent de le relier à celui de la TAD et au concept d'apprentissage institutionnel. « On ne peut comprendre les apprentissages personnels si l'on ne cherche pas à comprendre les apprentissages institutionnels » (Chevallard, 2003a). Nous avons donc été amené, par analogie avec ce qu'ont fait Houdement et Kuzniak dans le cadre de la géométrie, à distinguer trois paradigmes du calcul élémentaire : un du côté de l'arithmétique, le Calcul I, un du côté de l'algèbre, le Calcul III, et, entre les deux, un paradigme Calcul II ou calcul numérique élémentaire. Pour calculer, l'utilisateur a besoin d'un univers organisé pour le travail du calculateur, ce que Kuzniak appelle dans le cadre de la géométrie un Espace de Travail Géométrique (Kuzniak, 2008) et que nous définissons comme un Espace du Travail Calculatoire ou ETC dans le cadre du calcul élémentaire. Chaque personne doit disposer d'un ETC pour calculer. La personne se construit son ETC, composé d'objets, d'artefacts et de référentiels théoriques, à partir de ses assujettissements aux différentes institutions auxquelles elle a accès. Chaque institution I propose des savoirs dans des positions p_I spécifiques qui, en prenant en compte tous les objets, les artefacts et référentiels théoriques des paradigmes du calcul élémentaire disponibles pour l'individu dans l'institution, vont constituer un Espace du Travail Calculatoire propre ou idoine à cette institution, l'ETC $_I$. Notre travail a notamment consisté à essayer de caractériser l'ETC qui est offert par chacun des LTF et qui va, bien sûr, conditionner les apprentissages possibles des élèves à travers l'usage du LTF et la construction de leur ETC personnel.

b - Méthodologie de la recherche

Nous avons gardé les trois logiciels déjà utilisés dans une première étude, lors de notre DEA : *Smao* qui est le LTF le plus ancien, qui a une longue histoire, qui était le plus utilisé dans les collèges au moment du démarrage du travail ; *LiliMath*, sans doute plus limité mais qui s'est développé, non pas dans une entreprise commerciale mais dans le contexte des IREM et du logiciel gratuit, ce qui n'était pas si courant dans les années 90 ; *Tdmaths* qui représente une nouvelle génération de LTF en 2001. *Les Maths, C'est facile* est le LTF que nous avons ajouté à ceux de notre travail de 2002, c'est un logiciel plutôt grand public. Nous faisons l'hypothèse qu'à travers la diversité des caractéristiques de ces LTF, nous allons pouvoir mettre en évidence à la fois des similarités et des différences intéressantes par rapport à la question que nous nous posons qui est de savoir jusqu'à quel point ces LTF peuvent constituer des institutions et, dans ce cas, comment elles se situent par rapport à l'institution principale de la classe. Pour cela, nous avons mis en place la méthodologie suivante.

L'idée de combiner une analyse par inspection, conforme aux usages de l'ergonomie cognitive des EIAH et une analyse des usages effectifs par des élèves est venue, d'une part, de la nécessité de découvrir l'ensemble de ce que propose chaque LTF et, d'autre part, de la nécessité de placer l'élève en situation réelle d'utilisation du LTF. L'évolution des technologies informatiques nous a permis de réaliser les deux. Pour l'analyse par inspection, nous avons choisi de faire une inspection intégrale, complète en capture vidéo, par un expert, et de l'instrumenter par le logiciel d'analyse du comportement *The Observer* de chez Noldus. Ce logiciel nous a permis de recueillir de nombreuses données, en particulier celles concernant les temps de réalisation des activités, à la seconde près, et la répartition des activités dans les LTF selon les compétences qui doivent être travaillées par les élèves en début de secondaire. Mais cette vision des LTF ne prend tout son sens que dans la vérification de la réalisation de ces activités par les élèves. Nous avons pour cela organisé des usages avec des élèves de sixième. Ceux-ci ont été aussi peu contraints que possible par l'institution principale pour que le cadre institutionnel et la vérification du fait qu'un LTF puisse être utilisé comme une institution soit possible. L'intégration d'un LTF dans une institution existante, la classe, nous aurait obligé à prendre en compte et analyser les caractéristiques de cette institution classe ordinaire et ce n'était pas le but de notre travail. D'où un choix différent de celui que nous avons fait dans notre mémoire de DEA avec le choix d'un thème d'apprentissage bien spécifique pour tous les élèves. Nous nous sommes mis en condition d'observer des usages d'élèves le plus possible en autonomie, bien sûr, pas complètement

coupés de l'institution principale, mais des usages qui donnent la possibilité de pouvoir mieux appréhender les caractéristiques institutionnelles des LTF. Pour cela, nous avons eu accès à des parties de deux classes de sixième. Seuls les élèves ne suivant pas les cours de soutien ont assisté aux 16 séances de l'expérimentation réparties sur une année scolaire. Nous n'avions que des élèves n'ayant que peu de lacunes en mathématiques, ce qui nous a permis d'éviter les biais rencontrés lors de précédentes expérimentations. Lors de notre DEA, nous avons effectivement rencontré certains élèves qui n'arrivaient pas à utiliser le LTF à cause de leurs lacunes en mathématiques. Nous avons constitué quatre groupes travaillant chacun avec un LTF pendant toutes les séances. La capacité des ordinateurs de l'établissement ne nous a pas permis de systématiser, comme pour l'expertise des LTF, les captures vidéos des élèves et nous avons donc dû faire des choix. La fin de l'expérimentation s'est conclue par des entretiens avec les élèves pour que ceux-ci abordent la façon dont ils pouvaient décrire les séances de travail avec les LTF. La légitimité d'une institution doit, entre autres, être cherchée dans la vision qu'en ont ses sujets.

c - Les cadres d'analyse

L'analyse a débuté par la description de l'environnement que propose chaque LTF en ce qui concerne la gestion pédagogique des élèves et de la classe. Comme dans le cadre de notre DEA, nous avons abordé cette description dans une démarche d'analogie avec l'institution principale.

Le cadre d'analyse de l'inspection des LTF provient de la TAD et des organisations didactiques ou moments de l'étude. Quatre moments ont retenu notre attention car ce sont les seuls qui sont présents dans les quatre LTF de notre étude : les moments de travail de la technique, codés M5, les moments d'activité d'étude et de recherche, AER, les instants d'évaluation, codés M6, et les moments de manipulation des LTF. Les moments M6 ont aussi été l'occasion de décrire la forme des réponses dans les quatre LTF : ouvertes ou fermées. Les recherches sur l'apprentissage de l'algèbre nous ont montré que l'entrée dans l'algèbre en début de secondaire passe avant tout par la résolution de problèmes et le travail sur le langage. Tous les moments M5 et AER en relation avec ces deux entrées ont été répertoriés. D'autre part, parmi les quatre moments, seul l'instant d'évaluation M6 n'a pas de durée dans le temps car il correspond à l'instant où le LTF précise la validité du travail de l'élève. Il nous a permis de mettre en place le concept de rythme de travail avec la notion d'Unité de Travail, UT, qui correspond à l'intervalle de temps compris entre deux moments consécutifs d'évaluation M6.

Ce cadre a aussi été utilisé pour analyser le travail des élèves et, notamment, comparer les UT de l'élève avec les UT de l'expert. La mise en place du Facteur des UT, FUT, nous a permis de quantifier cette comparaison. Ce facteur est égal au rapport entre la durée de l'UT élève et la durée de l'UT expert pour une tâche ou une série de tâches particulières. Il nous a permis de déceler des moments particuliers dont le FUT était un des seuls indicateurs à nous interpeller et ainsi, de mettre en relation l'inspection des LTF avec les usages des élèves. Il s'agit, par exemple, d'un moment où une élève réussit entièrement toutes ses activités mais avec un FUT en décalage avec le reste du chapitre du LTF *Tdmaths*. Nous avons alors pu remarquer que l'élève avait mis en place une technique de résolution beaucoup plus complexe que ce à quoi on pouvait s'attendre. Ce FUT particulier nous a permis de constater, malgré la réussite de l'élève, que ce LTF semble enfermer l'élève dans des modes de résolution propre à un unique paradigme.

Les LTF sont utilisés dans le cadre d'un système éducatif et nous avons voulu vérifier la concordance des tâches proposées avec les compétences exigibles des programmes de sixième de l'institution de référence. La liste de toutes les compétences visibles dans les quatre LTF a été réalisée, puis les UT de travail de l'expert ont donc été classées selon cette liste avec un classement selon que les compétences répertoriées soient ou non des compétences des programmes de la classe de sixième.

Cette liaison entre l'inspection et les usages des élèves a été amplifiée par l'analyse des ETC idoines des LTF, selon leurs objets, leurs artefacts et leurs référentiels théoriques, et la façon dont les élèves arrivaient à en profiter pour construire leur ETC personnel dans le cas de certaines organisations mathématiques plus particulièrement centrées sur la résolution de problème et le langage numérique, algébrique ou, plus généralement, symbolique.

La dernière démarche qui a finalement été mise en place a été guidée par la nécessité de prendre en compte la parole des sujets de l'institution potentielle constituée autour des LTF. Nous avons donc abordé la légitimité d'usage d'un LTF pour apprendre des mathématiques du point de vue de l'élève. Une analyse quantitative, puis qualitative des entretiens et des petits questionnaires proposés aux élèves nous a permis d'entrer dans la complexité des problèmes de légitimation d'une institution.

En résumé, les questions posées et donc les caractéristiques institutionnelles des LTF ont été approchées par toutes ces analyses que nous synthétisons dans le tableau suivant. La

légitimité n'est pas présente dans le tableau dans le but de ne pas en alourdir la présentation car cette caractéristique se rencontre dans tous les autres critères.

<i>Réalité sociale</i>	<i>Stabilité</i>	<i>Vérité en nature</i>	<i>Vérité en raison</i>
Gestion pédagogique	Gestion pédagogique	Gestion pédagogique	Inspections des OD
			Inspections des Unités de Travail
Inspections des Compétences	Inspections des Unités de Travail	Unités de Travail	Facteur des UT
		Inspections des OD	Inspections des Compétences
		Inspections des formes des réponses	Espace du Travail Calculatoire
		Inspections des OD : Evaluation, M6	OM : langage et résolution de problèmes
Les usages des élèves	Évaluation, M6	Inspections des OD : Evaluation, M6	Inspections des formes des réponses
Entretiens et questionnaires des élèves			Les usages des élèves
		Espace du Travail Calculatoire	Entretiens et questionnaires des élèves

Tableau 101 : Les caractéristiques institutionnelles des LTF

C - Les résultats

Dans un positionnement ergonomique, l'inspection complète des quatre Logiciels Tuteurs Fermés pour le niveau sixième a pris une place de plus en plus incontournable au fur et à mesure de notre recherche même si l'usage qu'ont fait de ces LTF les quatre groupes d'élèves de l'expérimentation est resté fondamental pour l'analyse. Les cadres théoriques que nous venons de rappeler nous ont permis d'entrer dans la complexité des LTF au fur et à mesure de l'évolution de notre réflexion. Les résultats auxquels nous sommes arrivé dépendent bien entendu de ses cadres et nous voudrions illustrer cette remarque par un exemple. L'analyse de la gestion pédagogique des LTF se retrouve déjà en partie dans notre DEA. Mais, nous nous sommes placé cette fois dans un cadre institutionnel, ce qui nous a amené à en complexifier l'analyse. Les particularités des LTF en termes de gestion pédagogique des élèves et, dans certains cas, des classes, ont des impacts au niveau de la réalité sociale, de la stabilité d'usage et de la vérité en nature des LTF en tant qu'institutions potentielles. Par exemple, le peu d'outils disponibles dans les LTF *LiliMath* et *Les Maths, C'est facile* pour gérer l'évolution et le suivi du travail des élèves remet en cause l'usage qu'il est possible de faire de ces deux LTF en tant qu'institution car la gestion de la stabilité d'utilisation est pratiquement impossible avec ces deux LTF. Un professeur désireux de faire utiliser un de ces LTF en tant qu'institution devra mettre en place des outils spécifiques, en plus de ces LTF, pour gérer ce manque et ainsi, en réalité, créer une nouvelle institution qui intègre le LTF. Le cadre

institutionnel d'analyse que nous avons choisi nous permet donc de placer chaque professeur, utilisateur potentiel d'un des quatre LTF, dans une démarche de création d'une nouvelle institution qui optimise l'usage du LTF par des élèves. La démarche de la TAD propose de placer l'apprenant dans un environnement de confrontation et de complémentarité institutionnelle que le professeur peut et doit orchestrer. Tous les résultats qui vont être maintenant présentés doivent être entendus dans ce sens où la réflexion suivante prend tout son sens : « Le contexte d'apprentissage que constitue un EIAH a peu de chose à voir avec la classe » (Balacheff, 2001).

Tous les usages que nous avons envisagés se placent cependant dans un système, le système scolaire français au début de l'enseignement secondaire, et le premier résultat concerne l'adéquation des LTF à ce système. Les 1800 UT ont été classées selon les 30 compétences liées au numérique des programmes officiels du ministère de l'éducation nationale. Une vingtaine de compétences présentes dans les LTF mais non présentes dans les programmes de sixième ont dues être ajoutées. Les quatre LTF sont conformes aux programmes à plus de 75%.

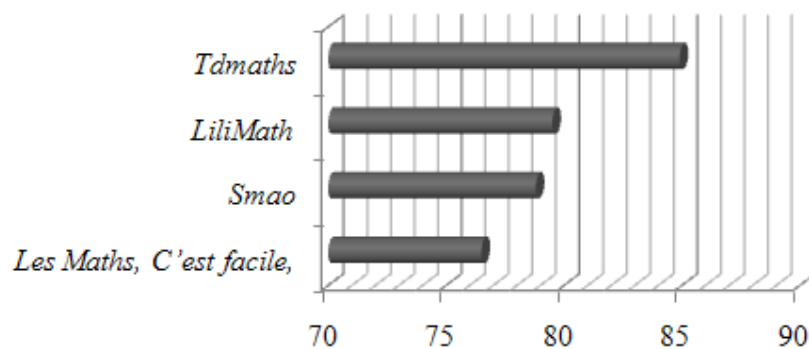


Figure 173 : Pourcentage de conformité des LTF aux programmes officiels

La couverture de chacun d'eux est cependant très différente. Sur la cinquantaine de compétences rencontrées dans les LTF, les UT de *LiliMath* ne concernent que 30 % d'entre elles alors que *Smao* permet de rencontrer 80 % des compétences disponibles dans l'ensemble des quatre LTF.

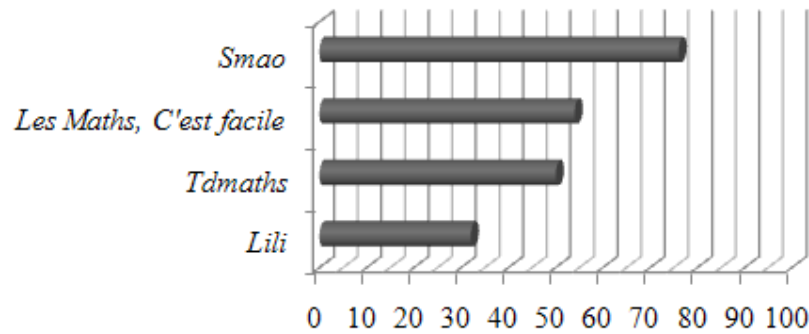


Figure 174 : Couverture des LTF en %

Cette première différence entre les LTF montre déjà des dissemblances qui entraînent, dans une démarche institutionnelle, des usages différents. Alors que le logiciel *Smao* propose une diversité de travail potentiellement riche, *LiliMath* est très concentré sur quelques compétences seulement.

En dehors de ces résultats très généraux, le travail d'inspection nous a permis d'aller plus avant dans le détail de la description des LTF.

La durée moyenne des Unités de Travail insufflé un rythme de travail spécifique à chaque LTF.

Durée moyenne des UT en s	<i>LiliMath</i>	<i>Smao</i>	<i>Les Maths, c'est facile</i>	<i>Tdmaths</i>
UT moins de 10 s	42%	13%	28%	26%
UT entre 10 et 40 s	38%	66%	69%	68%
UT plus de 40 s	21%	21%	3%	6%

Figure 175 : Durées moyennes des UT par LTF en temps expert

La durée des UT est effectivement à relier au nombre d'interaction qui ne sont, dans le cas de nos LTF, que des moments d'évaluation. Deux des LTF, *Tdmaths* et *Les maths, C'est facile*, propose le même rythme de travail assez rapide avec des UT qui sont presque toutes inférieures à 40 secondes. Comme ces deux logiciels, *Smao* a les deux tiers de ses UT dont la durée se situe entre 10 et 40 secondes mais, comme *LiliMath*, un cinquième de ses UT sont assez longues car réalisées dans un temps expert de plus de 40 secondes. *LiliMath* est le LTF

le plus contrasté avec, dans le même temps, la majorité de ses UT qui ont une durée inférieure à 10 secondes. Vouloir utiliser les LTF *Tdmaths* et *Les maths, C'est facile* dans un environnement institutionnel nécessite donc de prendre en compte que des élèves travaillant avec ces logiciels ne se retrouvent pratiquement jamais dans une situation longue de recherche de résolution de problèmes et d'activités sans réactions sur leur travail.

L'inspection nous a aussi permis de décrire les particularités des Espaces du Travail Calculatoire de chaque LTF. Le point commun des quatre LTF est la place prédominante du paradigme du Calcul I dans leur ETC avec, notamment, l'importance du nombre d'activités consacrées aux opérations $+$, $-$, \times et \div . Plus de la moitié des activités dans les quatre LTF sont consacrées à ces opérations déjà rencontrées dans les classes de l'enseignement primaire. Les apprentissages liés aux fractions qui peuvent être classés dans le Calcul II, notamment au niveau du langage numérique, sont plus contrastés. *Smao* et plus encore *Tdmaths* proposent un ensemble d'activités pour consolider les apprentissages liés aux fractions spécifiques de la classe de sixième alors que les deux autres LTF en restent à des fractions toutes déjà rencontrées dans les classes de primaire.

Les problèmes et activités qui sont proposés dans les quatre LTF sont toujours résolubles grâce au calcul arithmétique élémentaire, le Calcul I, même si les démarches de résolution qui sont proposées permettent de différencier ces logiciels. La résolution de problèmes n'est pas présente dans *Tdmaths*. Dans les trois autres LTF, ce sont toujours des problèmes connectés, qui vont du connu vers l'inconnu, qui sont proposés. Les quelques-uns présents dans *Les maths, C'est facile* sont des problèmes dont la seule difficulté concerne la lecture du texte et la gestion des données. *LiliMath* propose de nombreux petits problèmes à résoudre : 10 % des UT et 25 % du temps de travail. Mais, seule la solution est évaluée. Ce LTF propose cependant un artefact appelé brouillon qui prend en charge les calculs en ligne nécessaires pour résoudre les problèmes et qui peut être considéré comme faisant partie du Calcul II. *Smao* est le seul LTF qui propose des activités pour apprendre à résoudre un problème en travaillant sur les différentes étapes de résolution que sont la traduction, la résolution et l'interprétation. Avec la résolution de problème, le langage est une porte d'entrée incontournable en début de secondaire vers l'apprentissage de l'algèbre comme de nombreuses recherches l'attestent. Ces deux aspects sont donc des caractéristiques du Calcul II et du Calcul III dans les ETC des LTF. Nous avons constaté que comme pour la résolution de problèmes, *Smao* est le seul LTF où les activités liées à l'apprentissage du langage algébrique ou numérique occupent une place non négligeable.

Notre travail d'inspection a été complété par une analyse des usages des LTF par les élèves qui nous permet d'affiner et de préciser la description des ETC des LTF. D'une part, les usages des élèves ont confirmé que les ETC des trois LTF, *Tdmaths*, *Les maths*, *C'est facile* et *LiliMath* sont presque exclusivement développés autour du Calcul I. Et que, d'autre part, celui de *Smao* a sa partie consacrée au Calcul II bien moins développée que ce que l'inspection pouvait nous laisser croire. En effet, dans de nombreux cas, nous avons vu l'élève commencer à mettre en place une démarche pouvant aller jusqu'à lui permettre de développer certaines parties liées au Calcul II de son ETC ; le LTF l'a ensuite arrêté dans sa démarche par des questions intermédiaires qui le ramenaient vers l'utilisation du Calcul I. Même si, potentiellement *Smao* propose de nombreuses activités qui peuvent, a priori, permettre à l'élève de construire la partie Calcul II de son ETC, par la présentation de ces activités, et notamment le lien avec le sens externe qui est toujours rappelé, l'ETC de ce LTF est surtout centré sur le Calcul I, même en ce qui concerne la résolution de problème.

Cette mise en relation de l'inspection et de l'analyse des usages des élèves qui nous a permis d'affiner la description des LTF a été, notamment, possible grâce à la mise en place du facteur des Unités de Travail. Ce facteur, rappelons-le, est le rapport entre la durée de l'UT de l'élève et la durée de l'UT de l'expert. Nous avons pu mesurer ce facteur, FUT, pour près d'une centaine d'activités réalisées par les élèves et nous sommes arrivés à une valeur moyenne de 2,4. Ces valeurs ont souvent été des indicateurs pour attirer notre attention sur des réalisations particulières des élèves nécessitant une analyse didactique détaillée. Une valeur brute du FUT inférieure à 1 indique que l'élève travaille plus rapidement que l'expert. En dehors de ce cas, les valeurs des FUT ont été utilisées relativement à celle des autres élèves, ou à celles d'un même chapitre. Certaines variations non prévisibles nous ont permis d'être alerté pour analyser en détail, à la seconde près, quelques activités finalement caractéristiques des LTF. Notamment, nous avons montré, grâce à cette démarche, que *Tdmaths*, en découpant ces activités en micro-tâches, cloisonne son ETC par paradigme. Nous avons aussi remarqué qu'individuellement, les valeurs des FUT des élèves n'étaient pas en corrélation avec leur niveau de réussite, si ce n'est, peut-être, par rapport à la valeur moyenne.

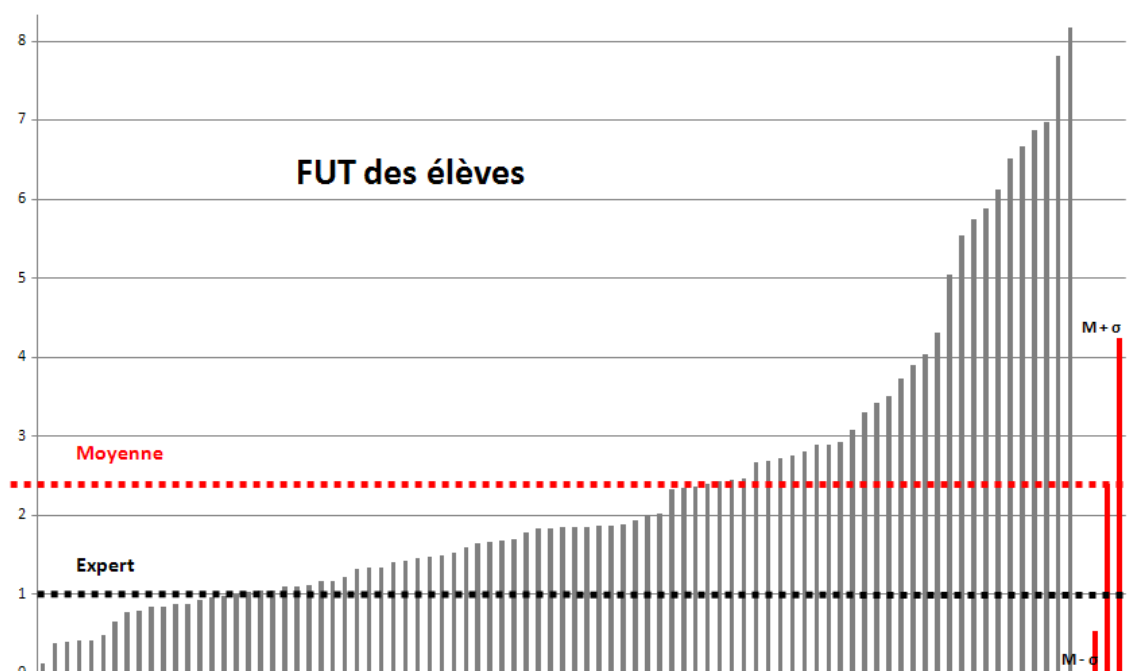


Figure 176 : Les Facteurs des Unités de Travail des élèves

Revenons à l'usage des LTF avec ce qu'en disent les élèves hors inspection des LTF. Les propos des élèves présentent un intérêt certain pour découvrir la place que peut avoir un tel logiciel dans leurs pratiques. Être libre ou ne pas se faire gronder, donner beaucoup d'importance à l'évaluation, essayer autant de fois un exercice pour le réussir, tester de nouveaux thèmes d'apprentissage, tous ces aspects ont été abordés par les élèves lors des entretiens. Ils nous permettent avant tout de dire que les façons qu'ils ont d'envisager de légitimer l'usage d'un LTF pour apprendre des mathématiques sont totalement individuelles.

Cette légitimité est la quatrième caractéristique nécessaire à l'existence d'une institution que nous avons présentée dans notre travail. Nous constatons que c'est un concept très délicat à aborder et que, par conséquent, il est aussi très délicat de conclure à l'existence d'une institution. Cependant, le cadre d'analyse que nous avons élaboré tout au long de ces années de recherche nous a permis de faire évoluer notre questionnement et d'arriver aux résultats que nous venons de présenter. Un des liens que nous considérons comme très productif est celui qui est entre la Théorie Anthropologique du Didactique de Chevallard que nous avons adoptée dès le début de notre travail de thèse, en 2003, avec, entre autres, le concept d'institution, et la transposition du cadre de Houdement et Kuzniak aux paradigmes du calcul élémentaire et le concept d'Espace du Travail Calculatoire idoine d'une institution qui date de 2008. L'ETC d'un LTF nous a permis de donner un sens et de décrire la position p_I d'un savoir dans une institution et d'en déduire la distance entre le rapport au savoir d'une

personne sur un objet et le rapport au savoir institutionnel de cet objet en position p dans l'institution I. Les trois paradigmes du calcul élémentaire qui constituent l'ETC nous ont, d'autre part, permis de faire le lien entre le calcul arithmétique élémentaire et le calcul algébrique élémentaire avec le calcul numérique élémentaire, ou Calcul II. Ce qui nous a permis de comprendre des imperfections didactiques de certains LTF que nous n'avions jamais été capable de cerner.

En ce qui concerne les conditions d'existence d'une institution déduites, avant tout, des travaux de Mary Douglas, et en dehors de la légitimité dont nous avons déjà soulevé la complexité, nous pouvons constater que ces caractéristiques nous ont permis de décrire avec précision les différences entre les LTF. Le cas de *Tdmaths* est à ce titre assez significatif en ce qui concerne l'évolution de notre cadre d'analyse depuis notre DEA. Nous avons pu constater lors de cette première étude en 2002 que les élèves arrivaient à « se mettre au travail sans difficulté particulière » (Souchard, 2002) à la différence des autres LTF. De même, comme nous l'avons déjà signalé, Dinet et Rouet constataient en 2004 dans leur étude sur ce tutoriel que « l'introduction de l'outil informatique *Tdmaths* dans l'environnement scolaire des élèves semblerait empêcher une dégradation de la motivation ». Ces études montraient un certain intérêt pour le LTF *Tdmaths*, mais, dans le même temps, une analyse didactique rapide montrait le danger de son usage pour l'apprentissage des mathématiques avec, notamment, des erreurs didactiques dans les cours et la décomposition des savoirs en micro-savoirs difficilement liables entre eux. Est-ce à dire qu'il ne faut pas utiliser ce LTF avec des élèves ? Le cadre institutionnel que nous avons adopté nous permet d'imaginer une institution, complémentaire à l'institution principale, où un tel LTF pourrait trouver pleinement sa place de façon explicitement positive pour les élèves et le professeur, grâce aux différentes composantes d'une institution. Le LTF *Tdmaths* prend en charge de façon optimale par rapport aux autres LTF de notre étude le suivi du travail des élèves par rapport au temps de travail et par rapport aux autres élèves. La réalité sociale et la stabilité sont donc deux aspects qui peuvent être pris en charge par ce logiciel. Il semble que les élèves puissent trouver une nouvelle motivation dans ce LTF, ce qui peut en légitimer l'usage. Il reste à prendre en compte les critiques sur la vérité en raison pour organiser l'utilisation de ce LTF dans ce qu'il a de plus positifs avec, par exemple, la place importante de la division et de l'introduction de la notion de fraction. Le but de la mise en place d'une institution parallèle à l'institution principale centrée sur l'utilisation du LTF *Tdmaths* serait donc plus de permettre aux élèves de trouver une certaine motivation dans l'apprentissage du calcul élémentaire que dans la

construction didactique de ce calcul. Au professeur, ensuite, d'orchestrer toutes les institutions d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques auxquelles l'élève peut être assujéti.

Toutes les analyses que nous avons conduites montrent que, même si ces LTF peuvent trouver leur place dans une nouvelle institution ad hoc, ils ne peuvent exister indépendamment de l'institution principale et, surtout, du professeur dans son rôle de chef d'orchestre institutionnel.

D - Apports et limites de la thèse

Notre démarche tout au long de notre recherche a toujours été guidée par la mise en place d'outils conceptuels et méthodologiques pour l'analyse des LTF à la fois d'un point de vue général et dans un domaine précis, celui du numérique. Nous avons ainsi aujourd'hui à disposition un modèle d'analyse de ce type d'EIAH, les Logiciels Tuteurs Fermés. Il permet de mettre en évidence les caractéristiques communes comme les différences selon les LTF, ce qui doit aider à comprendre les potentialités et les limites de leurs usages. La mise en évidence de certaines spécificités en terme temporel ou au niveau des interactions, doit permettre de découvrir leurs rôles et la façon dont il est possible d'envisager des usages de ces logiciels.

Cependant, il y a peu de chance que de tels LTF puissent être considérés comme des institutions qui pourraient se suffire à elles-mêmes. Il faut noter, qu'en général, ce n'est pas l'ambition de ces produits. Le questionnement qui a pu transparaître tout au long de notre travail de savoir si un LTF pouvait être une institution autonome a finalement eu un rôle d'aide dans notre positionnement de recherche en nous permettant de construire, tout au long de la recherche, notre cadre d'analyse.

Nous pouvons envisager de finir aujourd'hui notre travail en ayant la satisfaction d'être entré suffisamment dans la compréhension des usages possibles des LTF de notre étude et, en particulier, de *Smao* que nous avons utilisé si longtemps. Mais, pour que ce travail soit accessible aux enseignants et transposable aux autres LTF utilisés aujourd'hui, en mathématiques ou dans d'autres disciplines, nous avons conscience de l'importance du travail à accomplir pour chaque produit. L'inspection complète d'un LTF est toujours envisageable, mais, nous avons eu l'occasion de le constater, elle ne suffit pas. Un retour d'usage des élèves est une nécessité. Un tel protocole d'analyse d'un LTF doit être organisé dans un

environnement spécifique et professionnel pour être ensuite diffusé, dans un format utilisable, aux enseignants pour qu'ils puissent remplir avec succès leur rôle de chef d'orchestre institutionnel pour les élèves qui leur sont confiés.

E - Perspectives

Le développement des usages de ce type de logiciel semble se développer à grande vitesse dans les classes en France et dans de nombreux pays. La facilité d'utilisation de l'informatique amplifie ce développement et, nous avons envie de croire que de nombreux professeurs souhaitent construire cet usage sur des cadres précis. Nous en proposons un à partir d'un point de vue institutionnel qui peut être le point de départ d'une réflexion sur la nécessité d'organiser l'institution principale pour que ce type d'EIAH trouve sa place dans le cursus d'apprentissage des élèves. Il pourrait permettre à l'enseignant de se rapprocher de ces élèves comme le dit Chevallard en 1992, en conclusion du chapitre, *Intégration et viabilité des objets informatiques* dans le livre de Bernard Cornu, *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* :

Troisième vague enfin, l'enseignant accueille avec intérêt, mais vigilance, matériels didactiques que d'autres auront produits à son intention, et, se situant comme la fine pointe d'une chaîne de solidarité technique, se reconnaît pour ce qu'il n'a jamais été pleinement, le spécialiste de l'enseignement. Plus loin des machines ; plus près des élèves. On passerait alors d'une évolution de l'enseignement à une révolution dans l'enseignement. (Chevallard, in Cornu, 1992, p. 203)

Que ce soit Chevallard, Skinner ou Papert, tous soulèvent la place que l'ordinateur pourrait prendre pour que l'élève profite pleinement de l'orchestration individuelle des institutions d'enseignement et d'apprentissage organisée par le professeur. Comme eux, nous souhaitons que chaque élève ait véritablement accès à un enseignement personnalisé de qualité qui ne nous semble pas possible hors de l'usage, intensif et raisonné, de l'informatique.

Bibliographie

Livres et articles en rapport avec la didactique des mathématiques

Arcavi, A., Friedlander, A., Hershkowitz, R., 1990, *L'algèbre avant la lettre*, Petit x, vol n°24, p. 61-71, Irem de Grenoble.

Artigue M., Assude T., Grugeon B., Lenfant A. (2001) : Teaching and learning algebra : approaching complexity through complementary perspectives. In H.Chick, K.Satcey, J.Vincent And J.Vincent (Eds), Proceedings of the 12th ICMI Study Conference : *The Future of th Teaching and Learning of Algebra*, vol. 1, 21-32. University of Melbourne.

Artigue, M., 1990, *Ingénierie didactique*, Recherches en didactique des mathématiques, 9.3, pp. 283-307.

Bednarz, N., Janvier, B., 1996, *Emergence and developement of algebra as problem-solving tool : continuities ans discontinuities with arithmetic*, In N. Bednarz, C. Kieran, L. Lee (Eds), Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching (p. 115-136). Boston : Kluwer Academic Publisher.

Bednarz, N., Schmidt, S., 1997, *Raisonnements arithmétiques et algébriques dans un contexte de résolution de problèmes difficultés rencontrées par les futurs enseignants*, Educational Study in Mathematics, n° 32, p. 127-155, Kluwer Academic Publisher, Netherlands.

Bouvier, A., 1981, *La mystification mathématique*, Hermann, éditeur des sciences et des arts, Paris.

Brousseau, G., 2003, *La théorie des situations didactiques*, Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal, Interactions didactiques, Genève.

Brousseau, G., 1998, *La théorie des situations*, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

Brun, J., 1996, *Didactique des mathématiques*, textes de base en pédagogie, Delachaux et Niestlé, Lausanne :

- Artigue, M., 1988, *Ingénierie didactique*, Chapitre 4, p. 243-274.
- Chevallard, Y., 1992, *Concepts fondamentaux de la didactique*, Chapitre 2, p. 145-196.

- Vergnaud, G., 1991, *La théorie des champs conceptuels*, Chapitre 3, p. 197-242.

Carpenter, T., Levi, L., 2000, *Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades* [Electronic Version]. Research Report 00-2. Madison, WI: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Carraher, D., Schliemann, A., 2007, Early Algebra and algebraic reasoning, in *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, A Project of the National Council of Teachers of Mathematics, Edited by Frank K. Lester, p. 669-705.

Carraher, D., Martinez, M. V., Schliemann, A., 2008, *Early algebra and mathematical generalization*, ZDM, Mathematics Education, Springer, n°40 (1), p. 3-22.

Carraher, D., Brizuela, B. Schliemann, A., 2008, *Algebra in Early Mathematics: a Longitudinal Intervention*, ICME 11.

Chambris C., 2008, *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20e siècle*. Connaissances des élèves actuels, thèse de doctorat, université Paris 7.

Chevallard, Yves, 1984, 1989, 1990, *Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège*, revue *Petit x*, vol. n° 5, 19 et 23, IREM de Grenoble.

Combiér Gérard, Guillaume Jean-Claude, Pressiat André, 1996, *Les débuts de l'algèbre au collège. Au pied de la lettre ! INRP*, Didactique des disciplines, Paris.

Coulange, L., *Évolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du 20^{ème} siècle*, 2000, *Petit x*, vol n°24, p. 65- , Irem de Grenoble.

Demonty, I., 2005, La transition entre l'arithmétique et l'algèbre élémentaire dans le contexte de la résolution de problèmes arithmétique, in, *Enseignement et apprentissage des mathématiques, Que disent les recherches psychopédagogiques ?* sous la direction de Crahay, M., de boeck, Bruxelles, p. 225-246.

DESCO, 2000, *Algèbre et fonctions*, Groupement national d'équipes de recherche en didactique des mathématiques, Ministère de l'éducation national.

DESCO, 2008, *Du numérique au littéral au collège*, Ministère de l'éducation national.

- Duperret, Jean-Claude, Fenice, Jean-Claude, 1999, *L'accès au littéral et à l'algébrique : un enjeu du collège*, revue Repère IREM n° 34.
- Duval R., 2000, Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol 20, n°2
- Duval R., 1995, *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Peter Lang, Suisse.
- EVAPM 6^e/1997, 1998, *Évaluation du programme de Mathématiques, Fin de sixième 1997*, APMEP, Paris.
- Fujii, T., Stephen, M., 2001, Fostering an understanding of algebraic generalization through numerical expressions : the role of quasi-variables, In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, J. Vincent (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra*, Proceeding of the 12th ICMI study conference, (Vol. 1, p. 258-264), The university of Melbourne, Australia.
- Grugeron, Brigitte, 2000, *Une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire : conception, exploitation, perspective*, in L'algèbre au lycée et au collège, Actes des journées de formation de formateur, Boisseron, 4-5 juin 1999, IREM de Montpellier.
- Houdement, C., Kuzniak, A., 1998, *Géométrie et paradigmes géométriques*, Petit x, vol n° 51, p. 5-21, Irem de Grenoble.
- Julien, M., 1990, *Le calcul algébrique au collège, étude d'un exemple*, Petit x, vol n°24, p. 73-77, Irem de Grenoble.
- Kahane, J. P., 2002, *L'enseignement des sciences mathématiques*, Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, CNDP, Odile Jacob, 284 p.
- Kahane, J. P., 2001, *Rapport d'étape sur le calcul*, Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, (disponible sur le site <http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/>, consulté en mars 2009)
- Kieran, C., 1994, *A functional approach to the introduction of algebra – Some Pros and Cons*, Proceedings of PME 18, Vol. I, p. 157-175. Université de Lisbonne.

Kieran, C., 1992, *The learning and teaching of school algebra*, in Handbook of Research on Mathematics Teaching and learning, Douglas A. Grouws (ed), p. 390-419, New York Macmillan.

Kieran, C., 1981, *Concept associated with the equally symbol*, Educational Studies in Mathematics, Vol 12, p. 317-326, D. Reidel Publishing Company, Boston.

ICMI, 2004, *The future of the teaching of algebra*, The 12th ICMI Study, Editors : Stacey, K., Chick, H., Kendal, M., Kluwer Academic Publishers, The Netherlands :

- Stacey, K., Chick, H., *Solving the Problem with Algebra*, Chapter 1, p. 1-20.
- Kieran, C., *The Core of Algebra : reflections on its main activities*, Chapter 2, p. 21-34.
- Drouhard, J. P., Teppo A., *Symbols and Language*, Chapter 9, p. 227-264.

Laborde, C., 2003, Deux usages complémentaires de dimensions sociale des les situations d'apprentissage en mathématiques, in *Après Vygotski et Piaget Perspectives sociale et constructiviste, Écoles russe et occidentale*, Garnier, C., Bernarz, N., Ulanovskaya, I., p. 36-54, 2004, de Boeck, 2^{ème} édition.

Mathématiques et langage, 1994, Actes du congrès de l'ANCP, Hachette éducation :

- Bolon, J., , *Lire et écrire en mathématique*, p. 24-32.
- Brissiaud, R., *Langage et acquisition de connaissances numériques*, p. 59-76.

Newton, 1761, (1802), *Arithmétique universelle*, traduction par Noël Baudeau, tome 1, Chez Bernard, Librairie quai des Augustins, n° 31, 325 p.

Nicaud, J. F., Delozanne, E., Grugeon, B., sous la direction de, 2002, *Logiciels pour l'apprentissage de l'algèbre*, Sciences et techniques éducation, Hermès, Lavoisier :

- Heffernan, N. T., Koedinger, K. R., 2002, *Miss Lindquist : un système fondé sur le dialogue pour apprendre à exprimer algébriquement des énoncés en langage naturel*, p. 11-35.
- Cerrulli, M., Mariotti, M. A., 2002, *L'Algebrista : un micromonde pour l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre*, p. 149-170.

Pressiat, A., 2006, *Le calcul algébrique de la 6^{ième} à la 2^{nde}*, Activités mathématiques et scientifiques, n° 57 et 59, Mission laïque.

- Radford, L. (2004). *La généralisation mathématique comme processus sémiotique*. In G. Arrigo (ed.), *Atti del Convegno di didattica della matematica 2004*, Alta Scuola Pedagogica. Locarno: Suisse, pp. 11-27.
- Radford, L., 2003, *Narratives, expressions algébriques et calcul formel : de la constitution à la transformation du sens*, Annales de didactique et de sciences cognitives. V. 8. p. 191-208, IREM de Strasbourg.
- Radford, L., Grenier, M., 1996, *Entre les choses, les symboles et les idées... une séquence d'enseignement d'introduction à l'algèbre*, Revue des sciences de l'éducation, Vol. XXII, n° 2, p. 253 à 276.
- Radford, L., 1992, *Diophante et l'algèbre pré-symbolique*, Bulletin AMQ, Québec.
- Rittaud, B., 2005, *Apporter la preuve de la preuve*, Les dossiers de la recherche n°20, août 2005.
- Rashed,R., 1997, L'algèbre, in *Histoire des sciences arabes*, éditions du Seuil, Paris, tome 2, p. 31-54.
- Squalli, H., 2003, *Tout, tout, tout, vous saurez tout sur l'algèbre*, Édition Bande Didactique, MaThèse, Québec.
- Squalli, H., 2002, Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire: un exemple de raisonnement à l'aide de concepts mathématiques. *Instantanés mathématiques*, 39, 4-13.
- Vandebrouck, F, coordonné par, 2008, *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Octares éditions, Toulouse.
- Vlassis, J., Demonty, I., 2002, *L'algèbre par les situations-problèmes*, De Boeck, Bruxelles.
- Vlassis, J., Demonty, I., 1999, *Les représentations pré-algébriques des élèves sortant de l'enseignement primaire*, Informations Pédagogiques n°47, Service de pédagogie expérimentale, Université de Liège.
- Winslow, C., 2005, *Définir les objectifs de l'enseignement des mathématiques : la dialectique matières-compétences*, Annales de didactique et de Sciences cognitives, vol. 10, IREM de Strasbourg, p. 131-156.

Livres et articles en rapport avec les EIAH

Abboud Blanchard, M., 1994, *L'intégration de l'outil informatique à l'enseignement secondaire des mathématiques : symptôme d'un malaise*, Thèse de doctorat, Didactique des mathématiques et de l'informatique, Université de Paris 7.

Assude, T., Gélis, J-M., 2002, *La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire*, Educational Studies in Mathematics, 50: 259-287.

Assude, T., 2002, *La gestion du temps dans l'intégration de cabri-geometre a l'école primaire*, 6^{ème} biennale de l'INRP, accessible :

<http://www.inrp.fr/Acces/Biennale/6biennale/Contrib/affich.php?&mode=long&NUM=71>.

Alberganti M., 2000, A l'école des robots, Calmann-Levy, Paris ; ainsi que le site : www.robotsprofs.com.

Alexander, S., Sarrafzadeh, A., Hill, S., 2006, *Easy with Eve: A Functional Affective Tutoring System*, p. 38-45, Springer.

Artigue, M., Gueudet, G., 2008, *Ressources en ligne et enseignement des mathématiques*, conférence Université d'été.

Artigue, M., 2002, *Learning Mathematics in a CAS Environment : The Genesis of e Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work*, IJCML, vol. 7 (3), p. 245-274.

Artigue, M., 1998, Intégration de calculatrices complexes dans l'enseignement des mathématiques au lycée, Cahier de Didirem, numéro spécial n°4, IREM de Paris 7.

Artigue, M., 1996, *Les nouvelles technologies, outils efficaces au service de l'enseignement ou obstacle à l'apprentissage ?*, Bulletin APMEP n°410, Journées nationales Albi, p. 366-376.

Artigue, M., Groupe TICE – IREM Paris 7, (2004). *Suivi et évaluation d'un projet d'expérimentation de ressources en ligne en mathématiques en classe de seconde*, mené à l'initiative de la région Ile-de-France : <http://www.ccr.jussieu.fr/iremParis7/>.

Balacheff N., 2002, Contribution à la réflexion sur la recherche sur les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain, In Baron G.-L. et Bruillard E. (eds.) *Les*

technologies en éducation : Perspectives de recherche et questions vives. Paris : INRP – MSH - IUFM de Basse Normandie, pp 193-201.

Balacheff N., 2001, *A propos de la recherche sur les EIAH*, séminaire Cognitique sur les "Technologies de l'apprentissage" organisé par Jean-François Rouer à Poitiers le 21 juin 2001.

Balacheff N., 1994, « Didactique et intelligence artificielle » in N. Balacheff et M. Vivet (Eds), *Didactique et intelligence artificielle*, Editions La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 7- 42.

Basque J., Doré S., 1998, « Le concept d'environnement d'apprentissage informatisé », *Journal of Distance Education/Revue de l'enseignement à distance* consultable à l'adresse : <http://cade.athabasca.ca/vol13.1/dore.html>.

Bastien J. M. C., Scapin, D. L., 2001, *Évaluation des systèmes d'information et critères ergonomiques*, In C. Kloski, Environnements évolués et évaluation de l'IHM, Vol. 2, p. 53-79, Hermès, Paris.

Bitter G., Pierson M., 2007, *Using technology in the classroom*, Allyn and Bacon.

Blitman, S., 2008, *Les professeurs virtuels réagiront aux émotions des élèves*, paru dans le journal Le Monde daté du 20 avril 2008.

Bordeleau, P., 1994, *Apprendre dans des environnements pédagogiques informatisés*, Les éditions Logiques, Montréal.

Bouhineau D., Nicaud J.F., Pavard X., Sander E., 2001, *Un micromonde pour aider les élèves à apprendre l'algèbre*. Actes des sixièmes journées EIAO 2001. 14 pages. Hermès. Paris.

Bouhineau D., Bronner, A., Chaachoua, H., Huguet, T., 2003, *Analyse didactique de protocoles obtenus dans un EIAH en algèbre*, EIAH 2003, Strasbourg.

Bouhineau D., Chaachoua, H., Nicaud J.F., C. Viudez, 2007, *Introduction de nouvelles représentations dans le micromonde Aplusix. Représentations sous forme mixte Naturelle & Arbre et sous forme graphique d'expressions algébriques*, EIAH2007, Lausanne, Switzerland.

Bredèche, P. F., 1984, *L'informatique à l'école*, H. Colin Classique Roudil.

Bronner A., 2003, Cours 3 : La connaissance dans l'interaction, École Thématique EIAH CNRS 03 — RTP39, 4 - 9 juillet 2003.

- Bruillard, Eric, 1997, *Les machines à enseigner*, Paris, Hermès.
- Cerulli M., Mariotti M.A., 2002, *L'Algebrista: un micromonde pour l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre*. Sciences et techniques éducatives, vol. 9 n 1-2/2002. Lavoisier.
- Chaptal, Alain, 2003, *L'efficacité des technologies éducatives dans l'enseignement scolaire*, L'Harmattan.
- Collectif CNCRE, 2000, *De l'analyse de travaux concernant les T.I.C. à la définition d'une problématique de leur intégration à l'enseignement*, IREM, Université de Paris 7, <http://edutice.archives-ouvertes.fr/edutice-00000373/en/>.
- Croset, M. C., 2007, *Un modèle d'élève par l'analyse statistique implicite. Prise en compte du contexte algébrique*, 4èmes Rencontres Internationales Analyse Statistique Implicative (ASI 4), Castellón, Spain, 18-21 Octobre 2007.
- Cornu, B., sous la direction de, 1992, *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*, Puf.
- de Vries E., 2001, *Les logiciels d'apprentissage : panoplie ou éventail ?*, *Revue Française de Pédagogie*, n° 137, p. 105-116.
- Denis, B., 2005, *Quels usages des logiciels mettre en œuvre en contexte éducatif ?*, Disponible sur le site du laboratoire TECFA : (<http://tecfa.unige.ch/tecfa/teaching/riat140/ressources/typoDenis.pdf>, consulté en février 2009)
- Dinet J., Rouet J. F., 2004, Les nouvelles technologies motivent-elles l'apprenant ? Un exemple dans l'apprentissage de l'algèbre, *Ecole d'été CNRS EIAH 2004*.
- Dinet J., 2004, *Tdmaths* : un nouvel outil d'aide et d'apprentissage de l'algèbre, in *Enseigner les maths aujourd'hui*, Revue Les Cahiers Pédagogiques, novembre 2004, n° 427.
- Drijvers, P.H.M., 2003, *Learning algebra in a computer algebra environment*, Utrecht : CD-β Press, Center for Science and Mathematics Education.
- Garrel, H., Calin, D., 2002, *Les apports de l'ordinateur en rééducation*, Éduquer, N° 672/3, L'Harmattan, Paris.
- Gueudet, G., 2008, *Ressources en ligne*, HDR, décembre 2008, université de Paris 7.

Guin, D., Trouche, L., sous la direction de, 2005, *Calculatrices symboliques*, Grenoble, La pensée Sauvage.

Hardy J. L., 1985, *Pourquoi LOGO dans un contexte éducatif ? Apprentissage de la programmation*, Collection Éducation 2000, Bruxelles, Éditions Labor et de Boeck.

Haspekian, M., 2005, *Intégration d'outils informatiques dans l'enseignement des mathématiques. Etude du cas des tableurs*. Thèse de l'Université de Paris 7.

Haymore J., Sandholtz C., Owyer D. C., 1998, *La classe branchée*, collection de l'Ingénierie éducative, CNDP ; titre original : *Teaching with Technology : Creating Student-Centered Classrooms*, Teachers College Press, 1997.

ICMI, 1992, *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching*, Unesco.

INRP, 2001, L'usage des manuels scolaires et des ressources technologiques dans la classe, programme de recherche 40124, sous la direction de Mireille Vagné-Lebas ; téléchargeable à l'adresse : www.inrp.fr/Tecne/Savoirplus/Rech40124/Sommaire_01.htm.

Inspection générale, 2004, *Les technologies de l'information et de la communication dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée*, Groupe des mathématiques, téléchargeable à l'adresse :

Inspection générale, 2002, *L'école et les réseaux numériques en mathématiques*, téléchargeable à l'adresse :

Inspection générale, 2004, Cadrage Maths et TICE, ...

I.R.E.M., conférence des, (2004), *Mathématiques en ligne*, accessible à l'adresse : <http://csirem.univ-mlv.fr/Les-dossiers-du-CS/Mathenligne-Recueil.pdf> :

- Amiot, M., *Expérimentation de MATHENPOCHE dans l'académie de CRETEIL*, p 22-28.
- Hache, S., *MATHENPOCHE : de l'exercice à l'outil*, p. 18-21.
- Kuntz, *Les modifications induites par les mathématiques en ligne dans l'enseignement des mathématiques. Bilan, perspectives et propositions*, p. 49-56.

Karsenti, Thierry, 2004, « Les futurs enseignants du Québec sont-ils bien préparés à intégrer les TIC ? », *Vie Pédagogique*, vol. n° 132, Revue du ministère de l'éducation du Québec.

Lagrange, J. B., 2005, *Instruments, usages et paradigmes dans l'enseignement des Mathématiques : le tableau noir, l'ordinateur et l'Internet*, journées de la commission inter-irem Mathématiques et Informatique (IUFM de Cergy, mai 2005).

Marguin, Jean, 1994, *Histoire des instruments et machines à calculer*, Hermann.

Martzloff, Jean-Claude, *Sciences et technique en Chine*, Encyclopédie Universalis, Version 7.

Mazurier, D., 2008, *Action nationale "TICE et mathématiques" 2008-2009*, Projet Académie de Paris pour 2008-2009, disponible sur le site : http://datice.scola.ac-paris.fr/fileadmin/pedagogie/Groupes_de_travail/AAM_Math_Projet_0809.pdf.

Mc Coy, L. P., 1996, Computer-based mathematic learning. *Journal of research on computing in education*, 28(4), 438-460.

Natkin, S., 2009, Du ludo-éducatif aux jeux vidéo éducatifs, Dossiers de l'ingénierie éducative n° 65, *Mondes virtuels, espaces imaginaires*, mars 2009, CNDP, Paris.

Nicaud, J. F., 1993, *Le projet Aplusix*, La revue de l'EPI n° 72, p. 213-223.

Papert, S., and Harel, I. (1991) Situating Constructionism. In Harel & Papert (eds.) *Constructionism*. Norwood, NJ: Ablex

Perriault, J., 2002, *Éducation et nouvelles technologies, Théorie et pratiques*, Sociologie 128, Nathan Université.

Perrault P., <http://www.uqtr.ca/~perrault> ;

Pocztar, Jerry, « Programmation et technologie de l'enseignement – L'enseignement programmé », *Encyclopédie Universalis*.

Souchard, L., 2009, *Le temps de l'étude dans des LTF dédiés à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques*, conférence EIAH 09, Le Mans.

Souchard, L., 2006, *Les Logiciels Tuteurs Fermés : des institutions complémentaires pour l'apprentissage*, EMF 2006, Sherbrooke, Canada.

Souchard, L., 2003, *Comparaison de Logiciels Tuteurs Fermés dédiés à l'apprentissage des mathématiques*, colloque ITEM, Reims, 2003.

Souchard, L., 2002, *Comparaison de Logiciels Tuteurs Fermés dédiés à l'apprentissage des mathématiques*, mémoire de DEA, laboratoire Didirem, université de Paris 7.

TECFA : <http://tecfa.unige.ch/themes/sa2/edt-eao-hp.html> et le texte « Classification des environnements d'apprentissage » consulté entre 2002 et 2009.

Tchounikine P. 2002, « Platon-1 », CNRS.

Trehard, F., 1987, *Logiciels pouvant impliquer des activités mathématiques à l'école élémentaire*, Thèse de doctorat, Didactique des mathématiques et de l'informatique, Paris 7.

Tricot, A., 2003, *Utilité, utilisabilité, acceptabilité : interpréter les trois dimensions de l'évaluation des EIAH*, Colloque EIAH 2003, Strasbourg.

Tricot, A., Bastien C., 2004, *Utilisabilité, utilité, acceptabilité : l'évaluation ergonomique des EIAH*, Cours n° 2 de l'École d'été EIAH n° 2 du CNRS.

Trouche, L., 2003, *Complexité de l'interaction homme-machine dans les environnements informatisés d'apprentissage : les orchestrations instrumentales pour assister le contrôle par l'élève de sa propre activité*, Conférence CAME, Reims.

Livres et articles en rapport avec l'anthropologie et la sociologie

Bonte Pierre et Izard Maurice, 1991, *Dictionnaire de l'anthropologie et de l'ethnologie*, Paris, PUF.

Bosch M. et Gascón J., 2003, XII École d'Été de Didactique des Mathématiques, Corps - Août 2003.

Bosch M. et Gascón J., 2002, *Organiser l'étude, 2. Théories et empiries*, Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Castella, C., 2004, *Institutions influencing mathematics students' private work : a factor of academic achievement*, Educational Studies in Mathematics, vol 57, p. 33-63, Netherlands, Kluwer Academic Publishers.

Chevallard, Yves, 2003 a, *Didactique et formation des enseignants*, Journées d'études INRP-GÉDIAPS.

Chevallard, Yves, 2003 b, *Approche anthropologique du rapport au savoir* in *Rapport au savoir et didactiques*, Fabert, p 81-104.

Chevallard, Yves, 2002 a, *Organiser l'étude :1. Étude et fonctions*, Actes de la 11^e École d'Été de Didactique des Mathématiques, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Chevallard, Yves, 2002 b, *Organiser l'étude : 3. Écologie et régulation*, Actes de la 11^e École d'Été de Didactique des Mathématiques, cédérom, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Chevallard, Yves, 1999, *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*, Recherche en didactique des mathématiques, Vol 19/2, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Chevallard, Yves, 1998, *À propos des TICE : transmission et appropriation du savoir, nouveaux rôles de l'enseignant, organisation de l'établissement*, Toulouse.

Chevallard, Yves, 1997, *Les savoirs enseignés et leurs formes scolaires de transmission : un point de vue didactique*, IUFM de Marseille.

Chevallard, Yves, 1995, *La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique*, In R. Noirfalise et M.-J. Perrin-Glorian (Eds), Actes de la VIII^e école d'été de didactique des mathématiques (Saint-Sauves, 22-31 août 1995). Clermont Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.

Douglas, Mary, 2004, (1986), *Comment pensent les institutions ?*, La Découverte.

Félix, C., 2002a, *Une analyse comparative des gestes de l'étude personnelle : le cas des mathématiques et de l'histoire*, Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille 1.

Félix, C., 2002b, *L'étude à la maison : un système didactique auxiliaire*, Revue des sciences de l'éducation, Vol. XXVIII, n°3, p. 483 à 5005.

Ferréol, G., 2002, *Dictionnaire de sociologie*, Armand Colin, Paris.

Ostrom, E., 2005, *Understanding Institutional Diversity*, Princeton University Press.

Livres et articles en rapport avec l'éducation

Allègre, C., Dubet, F., Meirieu, P., 2004, *Le Rapport Langevin Wallon*, Pour l'école, Mille et une nuits, Paris.

Aymé, Nathalie, 1997, *Le boulier Chinois : Histoire, technique, applications pédagogiques*, Colloque IUFM de La Réunion : L'océan Indien au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes,
<http://www.reunion.iufm.fr/dep/mathematiques/Seminaires/ActesKol.html>.

Bardi A.M., Borne D., 2006, *Comment va l'Ecole ?* Paris, La documentation française.
Berzin, Christine, 2001, *Interactions de tutelle comme mode d'apprentissage à l'école ?* Psychologie Française, n°45-3, p. 201-207.

Bordeleau, Pierre, www.scedu.umontreal.ca.

Brossard, Michel, 2004, *Vygotski, Lectures et perspectives de recherche en éducation*, Presses Universitaires Septentrion.

Champy, Philippe et Etévé, Christiane, sous la direction de, 1994, *Dictionnaire encyclopédique de l'éducation et de la formation*, Nathan.

David, B., 2003, *Évaluation et notation en éducation physique et sportive*, Regard sur la formation et perspectives de recherche, INRP.

Ministère de l'éducation du Québec, Revue en ligne : Vie pédagogique,
www.viepedagogique.gouv.qc.ca/ ;

Monteil, Jean-Marc, 1990, *Éduquer et former*, Presses universitaires de Grenoble.

Piaget, Jean, 1969, *Psychologie et pédagogie*, Folio/essais.

Pierrisnard-Robert, Christine, *Conceptualisation des aspects temporels en situation d'apprentissage scolaire*, Temporalistes, n° 40, décembre 1999, pp. 6-15.

Richelle, Marc, 1977, *B.F. Skinner ou le péril behavioriste*, Bruxelles, Pierre Mardaga, éditeur.

Reboul, Olivier, 1989, *La philosophie de l'éducation*, Que sais-je ? Paris, PUF.

Sensevy, G., 1998, *Institutions didactiques: étude et autonomie à l'école élémentaire*. Paris : Presses universitaires de France.

Skinner, Burrhus Frederic, (1948), 2005, *Walden 2, Communauté expérimentale*, Paris, collection Psycho-Polis, éditions In Press.

Skinner, Burrhus Frederic, (1953), 2005, *Science et comportement humain*, Paris, collection Psycho-Polis, éditions In Press.

Skinner, Burrhus Frederic, (1968), 1969 *La révolution scientifique de l'enseignement*, Bruxelles, Charles Dessart éditeur.

Skinner, Burrhus Frederic, 1969, *L'analyse expérimentale du comportement*, Bruxelles, Pierre Mardaga, éditeur.

Skinner, Burrhus Frederic, 1974 (1979), *Pour une science du comportement : le Behaviorisme*, Neuchâtel, Paris, Delachaux et Niestlé, éditeurs.

Tricot, A., Musial, M., 2008, *Enseigner pour que les élèves apprennent*, à paraître.

Vosniadou, S., 2007, *The cognitive-situative divide and the problem of conceptual change*, Educational Psychologist, n°42, pp. 55-66.

Yabuuti, Kiyosi, 1974, 2000, *Une histoire des mathématiques chinoises*, Belin.

Programmes officiels

BO, 1979, Circulaire du BO n° 79-318 du 2 octobre 1979 du MEN.

BO, 1986, Circulaire du BO n° 86-228 du 28 juillet 1986 du MEN.

Programme de l'enseignement des mathématiques en classe de sixième du collège, B.O. hors série n° 4 du 9 septembre 2004 volume 1, J.O. du 17 juillet 2004.

Mathématiques, classe de sixième, applicable à la rentrée 2005, édition juin 2005, Collège Programmes, Centre national de documentation pédagogique, collection Textes de référence.

Direction de l'enseignement scolaire, 2003, *Les problèmes pour chercher*, Document d'accompagnement, Les nouveaux programmes de l'école primaire MEN.

Méthodologie

Arborio, A. M., Fournier P., 2003, *L'enquête et ses méthodes : l'observation directe*, Sociologie 128, Nathan Université.

Blanchet, A., Gotman, A., 2001, *L'enquête et ses méthodes*, Sociologie 128, Nathan Université.

Kaufmann, J. C., 2003, (1996), *L'entretien compréhensif*, Sociologie 128, Nathan Université. (nouvelle édition en 2007).

Singly, F., 1992, *L'enquête et ses méthodes : le questionnaire*, Sociologie 128, Nathan Université.

Vinck, D., 2000, *Pratiques de l'interdisciplinarité*, PUG, Grenoble.

Divers

Ministère de l'éducation nationale, 2003, *Évaluation à l'entrée en 6^e*, mathématiques, consignes de passation et consignes de codage à l'attention du professeur, Direction de l'évaluation et de la prospective, MEN.

The Observer 5.0 à 8.0, 2002-2008, *Quick Start Guide French*, Noldus, Netherland.

TLF, Réalisé par l'Institut National de la Langue Française (INaLF) de 1960 à 1994.

Webographie

MIT : <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/5834> (février 2009)

Logiciels de l'étude

Smao de chez Chrysis : <http://www.chrysis.com> ;

LiliMath de Lille : <http://LiliMath.free.fr> ;

Tdmaths de chez Odile Jacob Multimédia : <http://www.tdmaths.com> ;

Les Maths, c'est facile de chez Génération 5 : <http://generation5.fr>.

Index

- ACOT, 72, 73, 75, 76, 78
 Artigue, 5, 31, 43, 113, 116, 118, 120, 157, 158, 421, 426
 Assude, 31, 421, 426
 Balacheff, 5, 43, 44, 45, 46, 47, 63, 72, 103, 405, 412, 426, 427
 Baron, 5, 25, 27, 43, 426
 Bastien, 150, 151, 152, 153, 427, 431
 Bednarz, 283, 407, 421
 Bitter, 33, 39, 40, 41, 46, 427
 Bosch, 64, 82, 83, 85, 431, 439
 Bouhineau, 32, 33, 427
 Bronner, 32, 427
 Brousseau, 30, 31, 143, 159, 421
 Bruillard, 15, 16, 25, 27, 30, 43, 426, 428
 Carpenter, 132, 133, 134, 135, 422
 Carraher, 102, 132, 134, 141, 407, 422
 Cerrulli, 144, 424
 Chaachoua, 32, 33, 427
 Chambris, 64, 422
 Chaptal, 14, 27, 28, 30, 75, 167, 172, 173, 428
 Charnay, 142
 Chevallard, 14, 32, 63, 66, 76, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 88, 91, 92, 103, 114, 120, 121, 153, 154, 159, 162, 203, 204, 405, 407, 416, 419, 421, 422, 432
 Croset, 33, 428
 David, 181, 433
 Demonty, 142, 285, 422, 425
 Denis, 19, 158, 428
 Dinot, 54, 323, 417, 428
 Douglas, 14, 66, 67, 68, 69, 154, 375, 388, 390, 406, 417, 424, 432
 Drijvers, 141, 147, 428
 Drouhard, 146, 424
 Durkheim, 66
 Duval, 121, 423
 Félix, 71, 382, 432
 Ferreol, 64, 432
 Fleck, 66
 Gélis, 31, 426
 Grugeon, 5, 140, 141, 407, 421, 423, 424
 Haspekian, 113, 116, 120, 122, 125, 136, 137, 429
 Haymore, 73, 74, 78, 429
 Houdement, 14, 104, 107, 108, 110, 111, 113, 138, 142, 154, 399, 406, 407, 416, 423
 Janvier, 283, 421
 Kahane, 113, 116, 120, 128 423
 Kaufmann, 152, 193, 195, 435
 Kuzniak, 5, 14, 104, 107, 108, 110, 111, 126, 127, 129, 138, 154, 399, 406, 407, 416, 423
 Laborde, 30, 31, 146, 424
 Levi, 132, 133, 134, 135, 422
 LOGO, 10, 12, 16, 24, 28, 29, 30, 33, 41, 60, 429
 Mazurier, 37, 430
 Natkin, 383, 430
 Newton, 112, 116, 424
 Nicaud, 32, 33, 43, 144, 424, 427, 430
 Ostrom, 65, 66, 432
 Papert, 24, 28, 29, 30, 60, 419, 430
 Piaget, 16, 28, 29, 60, 424, 433
 Pierrisnard-Robert, 236, 433
 Pouzard, 73
 Pressiat, 116, 422, 424
 Radford, 103, 121, 122, 123, 124, 125, 127, 135, 147, 361, 406, 407, 425
 Rashed, 102, 425
 Reboul, 64, 65, 66, 433
 Richelle, 24, 25, 26, 433
 Rouet, 54, 323, 417, 428
 Scapin, 150, 151, 152, 153, 427
 Sensevy, 64, 434
 Skinner, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 60, 419, 433, 434
 Souchard, 19, 107, 158, 168, 417, 430, 431
 Squalli, 115, 117, 425
 Tchounikine, 18, 43, 431
 TECFA, 18, 37, 38, 39, 46, 428, 431
 Tricot, 150, 151, 192, 376, 431, 434
 Vergnaud, 113, 116, 122, 134, 283, 422
 Vlassis, 142, 425
 Winslow, 93, 425

*Les pages supérieures à 421 renvoient
 aux différents paragraphes de la bibliographie.*

Table des Figures

Figure 1 : Première version de <i>Smao</i> 5 en 1990.....	11
Figure 2 : « Principaux courants en informatique et éducation » (Bruillard, 1997, p. 24).....	16
Figure 3 : Tableau sur les principaux courants en informatique et éducation	17
Figure 4 : Usages Pédagogiques de l'Ordinateur (Denis, 2005)	19
Figure 5 : Prise en compte individuelle de l'élève dans <i>Aplusix</i> , version de 2009.....	33
Figure 6 : Classification TECFA, Suisse.....	38
Figure 7 : Axe Tuteur	45
Figure 8 : Axe Ouvert/fermé.....	46
Figure 9 : L'entrée dans <i>Smao</i>	48
Figure 10 : Gestion du parcours de l'élève dans <i>Smao</i>	50
Figure 11 : La gestion des contrats dans <i>Smao</i>	50
Figure 12 : Code dans <i>LiliMath</i>	51
Figure 13 : Chapitres et activités dans <i>LiliMath</i>	51
Figure 14 : Suivi des élèves dans <i>LiliMath</i>	53
Figure 15 : Menus des espaces enseignant et administrateur de <i>Tdmaths</i>	54
Figure 16 : Code dans <i>Tdmaths</i>	54
Figure 17 : Accueil de l'élève dans <i>Tdmaths</i> par niveau.....	55
Figure 18 : Gestion des résultats dans <i>Tdmaths</i>	58
Figure 19 : Entrée et Accueil des élèves dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	58
Figure 20 : Résultats du travail de l'élève.....	59
Figure 21 : Organisations mathématiques, Bosch	
Figure 22 : exercice de proportionnalité dans <i>Les Maths, C'est facile</i>	85
Figure 23 : phases de résolution d'un problème algébrique ou numérique.....	107
Figure 24 : Espace de travail et processus cognitif (Kuzniak, 2008, p. 16)	110
Figure 25 : Q 39 du questionnaire pour les professeurs d'Haspekian (2005, p. 265).....	137
Figure 26 : Activité avec un tableur : nombres impairs	138
Figure 27 : Cheminements de résolution d'un problème	144
Figure 28 : Exercice dans <i>Smao</i> , Problèmes, niveau supérieur	145
Figure 29: Exemple de représentation algébrique composée dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	147
Figure 30 : Structure de <i>The Observer</i> 5.0 et de <i>The Observer</i> XT (version 6.0 et 7.0).....	163
Figure 31 : Module Observation dans <i>The Observer</i> XT	165
Figure 32 : Data profile dans <i>The Observer</i> XT	166
Figure 33 : Episode selection dans <i>The Observer</i> XT	166
Figure 34 : Notes des élèves à partir des codages du test d'entrée en sixième	169
Figure 35 : Résultats aux tests d'entrée en sixième par thème.....	170
Figure 36 : Répartition des élèves de 6 ^{ième} 4 dans la salle d'informatique	173
Figure 37 : Répartition des élèves de 6 ^{ième} 5 dans la salle d'informatique	173
Figure 38: Exemple de Montage vidéo avec Génération 5.....	177
Figure 39 : Fichiers vidéos de l'expertise	178
Figure 40 : Visualisation des moments de l'étude de l'expertise des LTF.....	180
Figure 41 : Inscription dans <i>LiliMath</i>	206
Figure 42 : Inscription dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	207
Figure 43 : Inscription dans <i>Smao</i> , (suite).	208
Figure 44 : Inscription dans <i>Tdmaths</i>	209
Figure 45 : Gestion des élèves dans <i>LiliMath</i>	210

Figure 46 : Gestion des élèves avec <i>Les Maths, c'est facile</i>	210
Figure 47 : Gestion des élèves avec <i>Smao</i> : bilan et statistiques	211
Figure 48 : Bilan par classe.....	212
Figure 49 : Création de contrat individuel.....	212
Figure 50 : Résultats individuels d'un élève	213
Figure 51 : Évaluation des compétences	214
Figure 52 : Résultats de la classe par thème et par exercice.....	215
Figure 53 : Gestion des notes de la classe	215
Figure 54 : Préparation d'un TD.....	215
Figure 55 : Le temps de l'expertise en minutes.....	217
Figure 56 : Répartition des moments continus de l'étude en %	217
Figure 57 : Exemple de visualisation de l'expertise en minutes puis en secondes.....	218
Figure 58 : Exemples d'UT dans l'expertise	219
Figure 59 : Les moyennes des UT, en seconde, par catégorie dans <i>LiliMath</i>	220
Figure 60 : Durée des UT en secondes et nombre de V/F par exercice dans <i>LiliMath</i>	220
Figure 61 : Durée des UT et nombre de V/F, formes 1 et 2, dans <i>LiliMath</i>	221
Figure 62 : Durée moyenne des UT et nombre de V/F par exercice dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	222
Figure 63 : Moyennes des UT, en seconde, par catégorie dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	222
Figure 64 : Durée moyenne des UT et nombre de V/F de l'expert par exercice dans <i>Smao</i>	223
Figure 65 : Les moyennes des UT, en seconde, par catégorie dans <i>Smao</i>	224
Figure 66 : Durée des UT de l'expert, en secondes, et nombre de V/F dans <i>Smao</i> par type d'activité.....	225
Figure 67 : Répartition du temps de l'expertise par type d'activité dans <i>Smao</i>	225
Figure 68 Les moyennes des UT, en seconde, par type d'activité dans <i>Smao</i>	226
Figure 69 : Durée moyenne des UT et nombre de V/F par n° d'exercice dans <i>Tdmaths</i>	227
Figure 70 : Les moyennes des UT, en seconde, par catégorie dans <i>Tdmaths</i>	227
Figure 71 : Moyenne des durées des UT par LTF en secondes	228
Figure 72 : Médianes des UT expert par exercices et par LTF pour les catégories 1 et 2	230
Figure 73 : Pourcentage d'exercices par catégories d'UT et par LTF	230
Figure 74 : Pourcentage du temps de l'expertise par catégorie et par LTF	231
Figure 75 : Exercices 8 et 9 de <i>Tdmaths</i> réalisés par Arthur	238
Figure 76 : Taux de réussite d'Arthur des exercices 7, 8, 9 et 10 dans <i>Tdmaths</i>	238
Figure 77 : Pourcentage des formes de réponses dans l'ensemble des LTF.....	240
Figure 78 : Les formes des réponses par LTF en nombre de réponses et en pourcentage	240
Figure 79 : Évaluation d'un groupe de deux élèves travaillant avec <i>Les Maths, c'est facile</i>	241
Figure 80 : Évaluation du travail d'une élève dans <i>LiliMath</i>	242
Figure 81 : Évaluation du travail de Mathilde dans <i>Smao</i>	244
Figure 82 : Visualisation des progrès de Mathilde à partir des résultats dans <i>Smao</i>	246
Figure 83 : Bilan par classe.....	246
Figure 84 : Note et bilan de Léa dans le module élève, exercices 61 à 66.....	248
Figure 85 : Représentation des compétences transversales de Léa dans <i>Tdmaths</i>	251
Figure 86 : Évolution de la note sur 10 de Léa dans l'exercice n°4 de <i>Tdmaths</i>	253
Figure 87 : Répartition des UT selon les grandes parties du programme en %.....	260
Figure 88 : Écarts entre les % de répartition des UT par LTF et par grand thème	260
Figure 89 : Le % d'UT dans le chapitre <i>Opérations +, ×</i> dans les quatre LF	262
Figure 90 : Répartition des contenus par LTF par chapitre	263
Figure 91 : Exemples d'activités de calcul dans <i>LiliMath</i> de forme 1	267
Figure 92 : Répartition des UT par compétence dans <i>LiliMath</i>	267
Figure 93 : Répartition des différentes formes d'activité dans <i>LiliMath</i>	268

Figure 94 : Répartition des UT dans <i>LiliMath</i>	269
Figure 95 : Répartition des UT par compétence dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	269
Figure 96 : Activité dans <i>Les Maths, c'est facile</i> sur la comparaison des nombres	270
Figure 97 : Répartition des UT dans <i>Les Maths, c'est facile</i> par grand thème	271
Figure 98 : Répartition des UT par compétence dans <i>Tdmaths</i>	272
Figure 99 : Répartition des UT dans <i>Tdmaths</i> par grand thème	272
Figure 100 : Répartition des UT par compétence dans <i>Smao</i>	273
Figure 101 : Répartition des UT dans <i>Smao</i> par grand thème	274
Figure 102 : Forme 1 dans <i>LiliMath</i>	278
Figure 103 : Réalisation par l'expert (en s.) des problèmes de forme 2 dans <i>LiliMath</i>	280
Figure 104 : Forme 2 dans <i>LiliMath</i>	281
Figure 105 : Réalisation du chapitre 7 de <i>LiliMath</i> par l'expert	284
Figure 106 : Utilisation de la partie brouillon par l'expert dans <i>LiliMath</i> , chapitre 6	286
Figure 107 : Forme 4 et chapitres 11, 13 et 14 dans <i>LiliMath</i>	288
Figure 108 : Forme 5 et chapitre 25 dans <i>LiliMath</i>	289
Figure 109 : Forme 15 et chapitre 26 dans <i>LiliMath</i>	291
Figure 110 : Forme 14 et chapitre 27 dans <i>LiliMath</i>	292
Figure 111 : Aide pour la forme 14 et chapitre 27 dans <i>LiliMath</i>	292
Figure 112 : Temps de réalisation de l'expert, nombre d'exercices et d'UT dans le LTF <i>Les Maths, c'est facile</i>	294
Figure 113 : Durée des UT, en seconde, par exercice, dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	295
Figure 114 : Des activités sur le langage naturel dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	296
Figure 115 : Symboles de comparaison dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	297
Figure 116 : Diagramme circulaire dans le chapitre Fraction	297
Figure 117 : Les nombres relatifs dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	298
Figure 118 : Tableaux dans le chapitre Proportionnalité	299
Figure 119 : Diagramme de Carroll dans le chapitre Tableaux et schémas	300
Figure 120 : Tableaux dans les chapitres Pourcentage et Relatifs de la partie Arithmétique	301
Figure 121 : Réalisation du chapitre 9 par l'expert et par Charlotte	302
Figure 122 : Problème 2 de Charlotte et c de l'expert	303
Figure 123 : Problème 5 de Charlotte et a de l'expert	303
Figure 124 : Les résultats d'Indiana et d'Amel dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	305
Figure 125 : Usage des lettres pour la description d'une figure géométrique, chapitre 13	307
Figure 126 : Notion d'inconnue dans le chapitre 13 du LTF, <i>Les Maths, c'est facile</i>	307
Figure 127 : Accès au cours dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	309
Figure 128 : Le cours d'Algèbre dans <i>Les Maths, c'est facile</i> pour la 6 ^{ème} et la 5 ^{ème}	310
Figure 129 : Exercices du chapitre 28 dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	313
Figure 130 : Répartition du temps de l'expertise par grands chapitres dans <i>Tdmaths</i>	315
Figure 131 : Temps moyen par chapitre des UT de l'expert dans <i>Tdmaths</i>	316
Figure 132 : Bouton pour l'accès au cours dans <i>Tdmaths</i>	316
Figure 133 : Remarques sur des définitions dans le cours de <i>Tdmaths</i>	317
Figure 134 : Facteurs des UT de Léa dans le chapitre 4 de <i>Tdmaths</i>	323
Figure 135 : Temps de réalisation des 22 essais de l'exercice 1 de Léa dans <i>Tdmaths</i>	324
Figure 136 : Évolution de la note sur 10 de Léa dans l'exercice n°1 de <i>Tdmaths</i>	325
Figure 137 : Définitions dans <i>Tdmaths</i> de "facteur" et "terme"	325
Figure 138 : Temps de réalisation de l'exercice n°4 de <i>Tdmaths</i> par Léa	326
Figure 139 : Texte de l'exercice n°4 dans <i>Tdmaths</i>	326
Figure 140 : Notes sur 10 de Léa pendant la réalisation de l'exercice n°4 de <i>Tdmaths</i>	326
Figure 141 : Facteur des UT de Camille par n° d'exercice d'une séance avec <i>Tdmaths</i>	328
Figure 142 : Déroulement de l'exercice n°35 de Camille dans <i>Tdmaths</i>	331

Figure 143 : Déroulement de l'exercice n° 52 par Camille dans <i>Tdmaths</i>	333
Figure 144 : Répartition du temps de réalisation expert, en %, par section du LTF <i>Smao</i>	336
Figure 145 : Place de la résolution de problèmes et du langage dans les LTF	336
Figure 146 : Temps moyen de l'expert par chapitre et dans chaque section de <i>Smao</i>	338
Figure 147 : Temps moyen de l'expert pour la réalisation des trois chapitres de la section Problèmes de <i>Smao</i>	338
Figure 148 : Temps moyen de l'expert pour la réalisation des douze activités de la section Problèmes de <i>Smao</i>	339
Figure 149 : Comparaison du temps de réalisation, en minutes, des activités de la section Problèmes de <i>Smao</i> entre l'expert et des élèves	339
Figure 150 : Leçon 1 du chapitre Une opération de <i>Smao</i>	340
Figure 151 : L'ordre de grandeur dans la leçon <i>Une opération</i> de <i>Smao</i>	341
Figure 152 : rappel du schéma de la résolution d'un problème	341
Figure 153 : Leçon 2 du chapitre Une opération de <i>Smao</i>	342
Figure 154 : Textes des activités de l'exercice n°39 de <i>Smao</i>	343
Figure 155 : Temps de réalisation de l'exercice n°39 par un élève et l'expert.....	344
Figure 156 : Texte de la leçon n°42 du chapitre <i>Deux opérations</i> dans <i>Smao</i>	345
Figure 157 : Temps de réalisation de la leçon n°42 par un élève et l'expert.	346
Figure 158 : Activités a, b et c de l'exercice n°43, <i>Deux opérations</i> , de <i>Smao</i>	347
Figure 159 : Temps de réalisation du n°43 et du n° 43a de <i>Smao</i> de l'expert et de l'élève	348
Figure 160 : La répartition des notes sur 100 du n°43 de <i>Smao</i> en fonction du nombre d'erreurs et du nombre de questions.....	352
Figure 161 : Les écarts des notes possibles dans le n°43 de <i>Smao</i> selon le nombre d'erreurs	352
Figure 162 : Comparaison du temps de réalisation de l'exercice n°47 de <i>Smao</i> par l'expert et des élèves.	358
Figure 163 : Retour à la réalité pour la résolution numérique ou algébrique d'un problème.	360
Figure 164 : Les jeux de la section Problèmes de <i>Smao</i> , n°40, 44 et 48.	362
Figure 165 : Les formes du langage algébrique et numérique dans les LTF.....	363
Figure 166 : Résultats des élèves dans le chapitre <i>Expressions numériques</i> de <i>Smao</i>	365
Figure 167: Une des seules expressions symboliques dans <i>Smao</i>	367
Figure 168 : Répartition des interventions des élèves par thèmes et par LTF.....	378
Figure 169 : Répartition des interventions des élèves pendant les entretiens par LTF.....	379
Figure 170 : Description de l'usage de l'informatique par Charlotte.....	380
Figure 171 : La gestion du temps en classe ordinaire	396
Figure 172 : Durée des UT expert dans les LTF.....	398
Figure 173 : Pourcentage de conformité des LTF aux programmes officiels	412
Figure 174 : Couverture des LTF en %	413
Figure 175 : Durées moyennes des UT par LTF en temps expert	413
Figure 176 : Les Facteurs des Unités de Travail des élèves	416

Table des Tableaux

Tableau 1 : Tableau INRP (2001) : logiciels cités par des enseignants	18
Tableau 2 : Classification du livre <i>Using Technology in the Classroom</i> (Bitter, 2005)	40
Tableau 3 : Caractéristiques d'un Logiciel Tuteur Fermé.....	47
Tableau 4 : Chapitres et exercices de <i>Smao 6</i>	49
Tableau 5 : Chapitres et exercices dans <i>LiliMath</i>	53
Tableau 6 : Chapitres et exercices dans <i>Tdmaths</i>	57
Tableau 7 : Chapitres et exercices dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	59
Tableau 8 : Le soutien à l'évolution pédagogique dans les classes branchées (Ibid., p. 56)	75
Tableau 9 : Les moments de l'étude (Chevallard, 2002, p. 13).....	86
Tableau 10 : Compétences liées à la Proportionnalité.....	94
Tableau 11 : Compétences liées à l'Organisation et représentation de données	95
Tableau 12 : Compétences liées à la Désignation.....	95
Tableau 13 : Compétences liées à l'Ordre	95
Tableau 14 : Compétences liées à la Valeur approchée décimale	95
Tableau 15 : Compétences liées aux Opérations : addition, soustraction et multiplication	95
Tableau 16 : Compétences liées à l' Ordre de grandeur.....	95
Tableau 17 : Compétences liées à la Division euclidienne.....	95
Tableau 18 : Compétences liées à l'Écriture fractionnaire.....	96
Tableau 19 : Compétences liées à la Division décimale	96
Tableau 20 : ETC I, Espace du Travail Calculatoire lié au Calcul I.....	139
Tableau 21 : ETC II, Espace du Travail Calculatoire lié au Calcul II	139
Tableau 22 : ETC III, Espace du Travail Calculatoire lié au Calcul III.....	139
Tableau 23 : Espace du Travail Calculatoire d'une personne ou d'une institution	140
Tableau 24 : Les moments de l'étude (Chevallard, 2002, p. 13).....	162
Tableau 25 : Les moments de l'étude dans l'inspection des LTF.....	162
Tableau 26 : Résultats des élèves au test par thème.....	171
Tableau 27 : Dates des séances de l'expérimentation au lycée Chaptal à Paris.....	172
Tableau 28 : Temps de capture vidéo des écrans d'élève par LTF.....	174
Tableau 29 : Liste des exercices capturés dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	175
Tableau 30 : Liste des exercices capturés dans <i>LiliMath</i>	175
Tableau 31 : Liste des exercices capturés dans <i>Smao</i>	175
Tableau 32 : Liste des exercices capturés dans <i>Tdmaths</i>	176
Tableau 33 : Détail des montages vidéos par LTF et par chapitre.....	177
Tableau 34 : Temps de capture de l'expertise par LTF	178
Tableau 35 : Les moments de l'étude dans l'inspection des LTF.....	179
Tableau 36 : Le codage des moments de l'étude dans l'expertise	180
Tableau 37 : Les réactions du LTF au travail de l'élève	181
Tableau 38 : Les formes de réponses dans les LTF	182
Tableau 39 : Compétences et contenus : <i>Organisation et gestion de données, fonctions</i>	184
Tableau 40 : Compétences et contenus : <i>Nombres et calculs, Nombres entiers et décimaux</i>	185
Tableau 41 : Compétences et contenus : <i>Nombres et calculs, Division, quotient</i>	185
Tableau 42 : Numérotation des types de tâches.	187
Tableau 43 : La résolution de problèmes.....	188
Tableau 44 : Le langage algébrique	190
Tableau 45 : Détails des entretiens des élèves.....	196

Tableau 46 : Durée des entretiens par LTF en minutes	196
Tableau 47 : Protocole d'analyse des entretiens des élèves	197
Tableau 48 : Inscription dans <i>Smao</i>	207
Tableau 49 : Répartition des LTF par durée moyenne des UT	230
Tableau 50 : UT et FUT des élèves dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	233
Tableau 51 : UT et FUT des élèves dans <i>Smao</i>	234
Tableau 52 : UT et FUT des élèves dans <i>Tdmaths</i>	235
Tableau 53 : Cas des Facteurs d'UT pour un élève dans <i>Tdmaths</i>	237
Tableau 54 : Déroulement des exercices 4 et 5 dans <i>Tdmaths</i> par un élève.....	237
Tableau 55 : Valeur moyenne des facteurs d'UT dans les LTF	238
Tableau 56 : Temps de réalisation de l'expert des exercices de Hassine.....	242
Tableau 57 : Ensemble des résultats de Mathilde pendant l'expérimentation avec <i>Smao</i>	244
Tableau 58 : Historique du travail de Léa dans <i>Tdmaths</i>	247
Tableau 59 : Bilan du travail de Léa dans <i>Tdmaths</i> pendant l'expérimentation.....	248
Tableau 60 : Unités de Travail des captures vidéos d'écran de Léa.....	249
Tableau 61 : Déroulement des exercices 63 à 66 dans <i>Tdmaths</i> par Léa	250
Tableau 62 : Liste des catégories de types de tâches répertoriées dans les LTF	259
Tableau 63 : Répartition en % d'UT des types de tâches dans les LTF	261
Tableau 64 : Répartition de l'ensemble des compétences par UT dans les quatre LTF	266
Tableau 65 : Compétences liées au calcul dans <i>LiliMath</i>	266
Tableau 66 : Les compétences liées à la résolution de problèmes dans <i>LiliMath</i>	268
Tableau 67 : Compétences les plus présentes dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	270
Tableau 68 : Compétences les plus présentes dans <i>Tdmaths</i>	271
Tableau 69 : Compétences les plus présentes dans <i>Smao</i>	273
Tableau 70 : Répartition des types de tâches liées à la résolution de problèmes.....	274
Tableau 71 : Les séries d'exercices dans la partie Arithmétique, <i>Les Maths, c'est facile</i>	296
Tableau 72 : Temps de réalisation du chapitre 9.....	302
Tableau 73 : UT des exercices du chapitre Algèbre dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	306
Tableau 74 : Les chapitres Expressions algébriques dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	308
Tableau 75 : Les équations dans <i>Les Maths, c'est facile</i> , partie Algèbre.....	311
Tableau 76 : Égalités dans la partie Algèbre de <i>Les Maths, c'est facile</i>	312
Tableau 77 : Titre des modules dans <i>Tdmaths</i>	314
Tableau 78 : Exemple du chapitre 9 de <i>Tdmaths</i>	318
Tableau 79 : Usages erronés d'expressions mathématiques dans <i>Tdmaths</i>	319
Tableau 80 : La résolution de problèmes dans <i>Tdmaths</i>	320
Tableau 81 : Textes des problèmes à résoudre dans <i>Tdmaths</i>	321
Tableau 82 : Déroulement de l'exercice 1 de Léa dans <i>Tdmaths</i>	324
Tableau 83 : Séance du 12 février de Camille avec <i>Tdmaths</i> par chapitre.....	327
Tableau 84 : Bug de l'exercice n°76 dans <i>Tdmaths</i>	328
Tableau 85 : Déroulement de l'exercice n°46 de <i>Tdmaths</i> par Camille.....	329
Tableau 86 : Les parties et chapitres de <i>Smao</i> , niveau sixième	335
Tableau 87 : Association Mots-clés et Opérations dans <i>Une opération</i> de <i>Smao</i>	342
Tableau 88 : Exemples de notes selon le nombre de questions dans le n°43 de <i>Smao</i>	350
Tableau 89 : Les notes possibles, sur 100, pour le n°43 de <i>Smao</i>	351
Tableau 90 : Les activités de l'exercice n°47 du chapitre Niveau supérieur de <i>Smao</i>	353
Tableau 91 : L'activité 47a, 1 ^{er} , de l'exercice n°47 de <i>Smao</i> par Camille et Arthur	355
Tableau 92 : Comparaison du temps de réalisation, en min, du n°47 de <i>Smao</i>	355
Tableau 93 : L'activité 47a, 2 ^{ème} , de l'exercice n°47 de <i>Smao</i> par Camille et Arthur	356
Tableau 94 : Dialogue entre Camille et Arthur lors de la réalisation de l'activité 47a, 3 ^{ème}	359
Tableau 95 : Chapitre <i>Expressions numériques</i> de <i>Smao</i> , Exercices et Jeux, n° 35 et 36	364

Tableau 96 : Chapitres de <i>Smao</i> liés au Calcul II	367
Tableau 97 : Codage des entretiens	377
Tableau 98 : Thèmes des interventions des élèves.....	378
Tableau 99 : Dialogue sur les notes (l. 192-198)	382
Tableau 100 : Nombre d'interactions en classe ordinaire	396
Tableau 101 : Les caractéristiques institutionnelles des LTF.....	411

Table des Matières

Introduction	9
A - Mon expérience d'élève	9
B- Mon expérience d'enseignant	10
C - Mon expérience de chercheur	13
D – L'informatique et l'enseignement.....	15
Chapitre I - Deux filiations pour deux types de produits : les tuteurs fermés et les micromondes	23
I.1 - Introduction	23
I.2 - Skinner, les machines à enseigner et l'EAO.....	24
I.3 - Les micromondes	28
I.3.1 - Papert et LOGO	28
I.3.2 - Autres micromondes.....	30
I.4 - Les classifications	33
I.4.1 - L'Institution scolaire.....	34
I.4.2 - TECFA	37
I.4.3 - Une classification développée en marge du système francophone.....	39
I.4.4 - Les EIAH.....	42
I.5 - Les Logiciels Tuteurs Fermés ou LTF	45
I.5.1 - Les logiciels tuteurs et les logiciels fermés.....	45
I.5.2 - Les logiciels de l'étude	46
<i>a - Smao.....</i>	48
<i>b - LiliMath.....</i>	51
<i>c - Tdmaths</i>	54
<i>d - Les Maths, c'est facile.....</i>	58
I.6 - Conclusion	60
Chapitre II - Les cadres théoriques.....	63
II.1 - Introduction	63
II.2 - Les institutions	64
II.2.1 - Un premier tour d'horizon	64
<i>a - Dictionnaires.....</i>	64
<i>b - Philosophie de l'éducation</i>	64
<i>c - Sociologie des organisations.....</i>	65
II.2.2 - Les institutions chez Mary Douglas.....	66
II.2.3 - L'institution dans notre recherche.....	69
<i>a - La réalité sociale</i>	69
<i>b - La légitimité</i>	69
<i>c - La stabilité.....</i>	69
<i>d - La spécificité</i>	70
II.2.4 - Des institutions éducatives	70
<i>a - L'école.....</i>	70
<i>b - La famille et le travail à la maison</i>	70
<i>c - Les associations d'aide aux devoirs</i>	71
<i>d - Les cours particuliers.....</i>	72
<i>e - La classe ACOT</i>	72
<i>f - Les LTF.....</i>	76
II.3 - L'approche anthropologique du didactique.....	76
II.3.1 - Les personnes, les objets, les institutions.....	76
<i>a - Définitions</i>	76
<i>i - Individu</i>	76

ii - Objet o	77
iii - Œuvre.....	77
iv - Rapport personnel	77
v - Personne	77
vi - Univers cognitif	78
vii - Institution.....	78
viii - Position.....	78
ix - Sujet	78
x - Rapport institutionnel.....	78
xi - Univers cognitif de l	78
b - La personne dans l'institution	79
II.3.2 - Les outils d'analyse de la TAD	80
a - Les organisations mathématiques.....	80
i - Les types de tâches	81
ii - La technique.....	81
iii - La technologie	82
iv - La théorie	82
v - Les différents niveaux des OM.....	82
b - Les organisations didactiques.....	85
i - Les Activités d'Étude et de Recherche : AER.....	87
ii - Le moment de l'institutionnalisation	87
iii - Le moment du travail de l'OM	87
iv - Le moment de l'évaluation	88
c - Les praxéologies dans l'Institution.....	88
II.4 - Les programmes au début de l'enseignement secondaire	90
II.4.1 - Compétences et praxéologies.....	91
II.4.2 - Le collège	93
II.4.3 - Les compétences numériques de la classe de sixième	94
a - Organisation et gestion de données, fonctions.....	94
b - Nombres et calculs	95
i - Nombres entiers et décimaux.....	95
ii - Division, quotient.....	95
II.4.4 - Compétences générales pour la classe de sixième	96
a - La résolution de problèmes.....	96
b - Le langage mathématique	98
c - Une triple visée	99
II.5 - Le calcul élémentaire	100
II.5.1 - Un exemple	100
a - Les modes de résolution.....	100
i - Premier mode de résolution.....	100
ii - Deuxième mode de résolution.....	100
iii - Troisième mode de résolution	100
iv - Quatrième mode de résolution.....	101
b - Comparaison des modes de résolution	101
II.5.2 - L'arithmétique, le numérique, l'algébrique	102
II.5.3 - Le modèle de Houdement et Kuzniak	104
a - L'exemple du repas	104
i - Premier mode de résolution.....	104
ii - Deuxième mode de résolution.....	105
iii - Troisième mode de résolution	106
iv - Quatrième mode de résolution.....	106
v - Comparaison des modes de résolution.....	106
b - Les trois géométries élémentaires	108
II.5.4 - Les paradigmes du calcul élémentaire.....	111
a - Introduction.....	111
b - Le calcul arithmétique élémentaire ou Calcul I	112

c - Le calcul algébrique élémentaire ou Calcul III	115
d - Le calcul numérique élémentaire ou Calcul II.....	120
II.5.5 - L'Espace du Travail Calculatoire	126
a - Définition.....	126
b - Les objets de l'ETC	128
c - Les artefacts de l'ETC.....	129
d - Les référentiels de l'ETC	129
II.5.6 - Le calcul dans l'ETC	129
a - ETC et institutions.....	129
b - Early Algebra et quasi-variable.....	131
c - Tableur et ETC.....	136
d - Conclusion	138
II.5.7 - Problèmes et langages	140
a - Les approches de l'algèbre	140
b - La résolution de problèmes.....	142
i - Différents types de problèmes	142
ii - Les étapes de la résolution d'un problème.....	144
c - Le langage	146
i - Le langage algébrique	146
ii - Le langage numérique.....	148
II.6 - L'ergonomie des EIAH	149
II.6.1 - Définition de l'ergonomie	149
II.6.2 - Méthodes d'évaluation ergonomique	151
a - Les méthodes qui requièrent la participation directe des utilisateurs.....	151
i - Les tests utilisateurs.....	151
ii - Les outils logiciels.....	151
iii - Les questionnaires et les entretiens	152
b - Les méthodes qui s'appliquent aux caractéristiques de l'interface	152
i - Les méthodes à base de modèles formels	152
ii - Le recours à l'expert.....	152
iii - Les méthodes par inspection	153
II.7 - Conclusion	153
Chapitre III - Méthodologie	157
III.1 - L'évolution du questionnement	157
III.2 - La TAD.....	160
III.2.1 - L'institution	160
a - La réalité sociale	160
b - La légitimité	161
c - La stabilité.....	161
d - La spécificité	161
III.2.2 - OD et OM	161
III.3 - The Observer.....	163
III.3.1 - Configuration ou Setup	164
III.3.2 - Observation.....	165
III.3.3 - Analyse	166
III.3.4 - Rapport	167
III.4 - L'expérimentation et l'expertise.....	167
III.4.1 - Organisation de l'expérimentation	167
a - Les élèves.....	167
b - La salle d'informatique	172
c - Le travail des élèves	173
III.4.2 - Les vidéos de l'expérimentation	174
a - Les captures des écrans.....	174
b - Les captures des élèves	176
III.4.3 - L'organisation de l'expertise	178
III.4.4 - Les protocoles d'analyse de l'expertise et de l'expérimentation	179

a - Les organisations didactiques.....	179
i - Les moments de l'étude.....	179
ii - L'évaluation et les interactions LTF/apprenant	181
b - Les organisations mathématiques dans l'expertise	182
i - Les compétences dans le programme de sixième	183
ii - La résolution de problèmes	188
iii - Le langage algébrique	189
III.5 - La structure pédagogique.....	191
III.6 - Les propos des élèves.....	192
III.6.1 - Le questionnaire	193
III.6.2 - La construction des entretiens et leurs objectifs.....	193
a - L'entretien compréhensif.....	193
b - La trame des entretiens.....	195
III.6.3 - Le déroulement des entretiens.....	195
III.6.4 - L'usage des entretiens dans l'inspection des LTF	196
III.7 - Conclusion	198
Chapitre IV - L'organisation de l'étude dans les LTF.....	203
IV.1 - La gestion pédagogique	205
IV.1.1 - Inscription des élèves	205
a - <i>LiliMath</i>	206
b - <i>Les Maths, c'est facile</i>	207
c - <i>Smao</i>	207
d - <i>Tdmaths</i>	208
IV.1.2 - Gestion des élèves	210
a - <i>LiliMath</i>	210
b - <i>Les Maths, c'est facile</i>	210
c - <i>Smao</i>	211
i - Gestion individuelle	211
ii - Gestion de la classe.....	212
d - <i>Tdmaths</i>	213
i - Gestion des professeurs.....	213
ii - Gestion individuelle des élèves.....	213
iii - Gestion de la classe	214
IV.1.3 - Bilan	216
IV.2 - Le temps de l'étude dans les LTF.....	217
IV.2.1 - Les Unité de Travail de l'expert	218
a - Unité de travail : définition.....	218
b - Les Unités de Travail dans <i>LiliMath</i>	219
c - Les Unités de Travail dans <i>Les Maths, c'est facile</i>	221
d - Les Unités de Travail dans <i>Smao</i>	223
e - Les Unités de Travail dans <i>Tdmaths</i>	226
IV.2.2 - Comparaison des UT dans les quatre LTF	228
IV.2.3 - Les Unités de Travail des élèves	233
a - <i>Les Maths, c'est facile</i>	233
b - <i>Smao</i>	234
c - <i>Tdmaths</i>	234
d - Le Facteur des Unités de Travail dans les LTF	236
IV.3 - L'évaluation	239
IV.3.1 - La forme des réponses.....	239
IV.3.2 - Les résultats de l'évaluation du travail des élèves par LTF	241
a - <i>Les Maths, c'est facile</i>	241
b - <i>LiliMath</i>	241
c - <i>Smao</i>	243
d - <i>Tdmaths</i>	246
IV.4 - Conclusion	251

Chapitre V - Les Espaces du Travail Calculatoire des LTF	257
V.1 - Introduction.....	257
V.2 - Description des LTF par compétence.....	259
V.2.1 - Première série de caractéristiques des ETC des LTF	260
V.2.2 - La place des différents chapitres du programme dans les LTF	261
V.2.3 - Les compétences numériques dans les LTF	264
<i>a - LiliMath.....</i>	<i>266</i>
<i>b - Les Maths, c'est facile.....</i>	<i>269</i>
<i>c - Tdmaths</i>	<i>271</i>
<i>d - Smao.....</i>	<i>272</i>
V.2.4 - Deuxième série de caractéristiques des ETC des LTF	274
V.3 - Des Organisations Mathématiques dans les LTF.....	277
V.3.1 - Introduction	277
V.3.2 - LiliMath	278
<i>a - Formes 1 : des opérations</i>	<i>278</i>
i - Objets.....	279
ii - Artefacts.....	279
iii - Théorie	279
<i>b - Formes 2 : des problèmes</i>	<i>280</i>
i - Caractéristiques des exercices de forme 2	280
♦ Temps de réalisation	280
♦ L'écran des exercices de forme 2	281
ii - Description des problèmes	281
♦ Les chapitres 1, 2, 3 et 4.....	281
♦ Les chapitres 5, 6, 7 et 8.....	282
♦ Les chapitres 9, 10, 12 et 47.....	283
iii - Caractéristiques des problèmes.....	283
iv - Les caractéristiques de l'ETC de <i>LiliMath</i> lié à la forme 2	285
♦ Objets	285
♦ Artefacts	286
♦ Théorie	287
<i>c - Autres formes d'activités.....</i>	<i>287</i>
i - Les trois chapitres de forme 4	288
ii - Le chapitre 25 de forme 5.....	289
iii - Le chapitre 26 de forme 15.....	290
iv - Le chapitre 27 de forme 14.....	291
<i>d - L'ETC de LiliMath</i>	<i>293</i>
V.3.3 - Les Maths, c'est facile	294
<i>a - Partie Arithmétique</i>	<i>295</i>
i - Exercices sur les nombres	296
ii - Résolution de problèmes	299
♦ Tableaux de proportionnalité	299
♦ Diagrammes et tableaux	300
♦ Problèmes complexes	302
<i>b - Partie Algèbre.....</i>	<i>304</i>
i - Les expressions symboliques et numériques.....	306
ii - Les équations	309
<i>c - Partie Opérations.....</i>	<i>313</i>
<i>d - L'ETC de Les Maths, c'est facile</i>	<i>313</i>
V.3.4 - Tdmaths	314
<i>a - Description globale.....</i>	<i>314</i>
<i>b - Le cours dans Tdmaths</i>	<i>316</i>
<i>c - La résolution de problèmes</i>	<i>320</i>
i - Les problèmes	320
ii - Exercice n° 30.....	322
<i>d - Analyse de séances d'élèves.....</i>	<i>323</i>

i - Léa	323
♦ Exercice n° 1	324
♦ Exercice n° 4	326
ii - Camille	327
♦ Exercice n°46	328
♦ Le chapitre Expressions à trou, niveau 1.....	330
♦ Suite de la séance.....	332
e - L'ETC de <i>Tdmaths</i>	334
V.3.5 - Smao	335
a - Généralités	335
b - La section Problèmes de <i>Smao</i>	338
i - Les découvertes de la section <i>Problèmes</i>	339
ii - Le chapitre Une opération	340
♦ La leçon du chapitre <i>Une opération</i>	340
♦ L'exercice du chapitre <i>Une opération</i>	343
iii - Le chapitre Deux opérations	345
♦ La leçon du chapitre <i>Deux opérations</i>	345
♦ L'exercice du chapitre <i>Deux opérations</i>	346
♦ L'évaluation du n°43	350
iv - Le chapitre <i>Niveau supérieur</i>	353
♦ Activité 47a, 1 ^{ère} et 2 ^{ème}	354
♦ Activité 47a, 3 ^{ème}	358
♦ Activité 47b	360
v - Les Jeux de la section <i>Problèmes</i> de <i>Smao</i>	361
c - Dans les autres chapitres de la partie <i>Travaux Numériques</i> de <i>Smao</i>	363
i - Remarques générales	363
ii - Le chapitre Expressions numériques	364
d - L'ETC de <i>Smao</i>	367
V.3.6 - Troisième série de caractéristiques des ETC des LTF	368
V.4 - Conclusion	370
Chapitre VI - Les LTF : institutions légitimes ?	375
VI.1 - Introduction	375
VI.2 - La légitimité dans les paroles des élèves	375
VI.2.1 - Analyse quantitative	377
VI.2.2 - Analyse qualitative	380
a - <i>Les Maths, C'est facile</i>	380
b - <i>Smao</i>	383
c - <i>LiliMath</i>	385
d - <i>Tdmaths</i>	387
VI.2.3 - Bilan	388
VI.3 - La légitimité à partir des autres caractéristiques	390
VI.3.1 - La réalité sociale	391
a - <i>LiliMath</i> et <i>Les Maths, c'est facile</i>	391
b - <i>Smao</i> et <i>Tdmaths</i>	392
c - Bilan	393
VI.3.2 - La stabilité	394
VI.3.3 - La spécificité	395
a - Le temps et l'évaluation	395
b - Le calcul élémentaire.....	399
VI.4 - Conclusion	401
Conclusion générale et perspectives	405
A - Problématique	405
B - La recherche	405
a - Cadres théoriques	405
b - Méthodologie de la recherche	408

c - Les cadres d'analyse	409
C - Les résultats.....	411
D - Apports et limites de la thèse	418
E - Perspectives.....	419
Bibliographie	421
Livres et articles en rapport avec la didactique des mathématiques.....	421
Livres et articles en rapport avec les EIAH	426
Livres et articles en rapport avec l'anthropologie et la sociologie	431
Livres et articles en rapport avec l'éducation	433
Programmes officiels.....	434
Méthodologie	435
Divers.....	435
Webographie.....	435
Logiciels de l'étude	435
Index.....	437
Table des Figures.....	439
Table des Tableaux	443
Table des Matières	447